

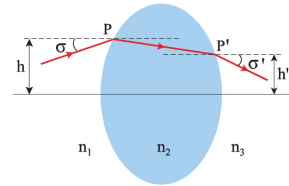
# Óptica Geométrica

## BIBLIOGRAFÍA

- Manual de Óptica Geométrica, Julio V Santos Benito.
- Óptica. Hecht, E y Zajac, A, (Sector B-535 H355-2).
- Optics, Rossi, B. (535 R735).

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

## Matriz para calcular la refracción en Una Lente Gruesa en Aprox. Paraxial



$$\begin{bmatrix} h' \\ \sigma' \end{bmatrix} = [R_{P'}][T_{PP'}][R_P] \begin{bmatrix} h \\ \sigma \end{bmatrix} = [L] \begin{bmatrix} h \\ \sigma \end{bmatrix}$$

$$[L] = [R_{P'}][T_{PP'}][R_P] \dots\dots\dots$$

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ n_3 - n_2 & n_2 \\ n_3 r_2 & n_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ n_2 - n_1 & n_1 \\ n_2 r_1 & n_2 \end{bmatrix}$$

Aquí, "e" es el espesor de la lente

Operador →  
Matriz para una lente gruesa

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{e}{f_1'} & -\frac{e}{n_2} \\ \frac{n_2}{n_3} \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' f_2'} & \frac{n_1}{n_3} - \frac{n_1 e}{n_2 f_2'} \end{bmatrix}$$

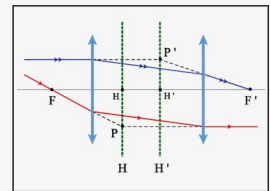
Si la lente está sumergida en aire:

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{e}{f_1'} & -\frac{e}{n} \\ \frac{1}{f_1'} & 1 - \frac{e}{n f_2'} \end{bmatrix}$$

Foco imagen de la lente

### 1.2. Puntos y planos principales.

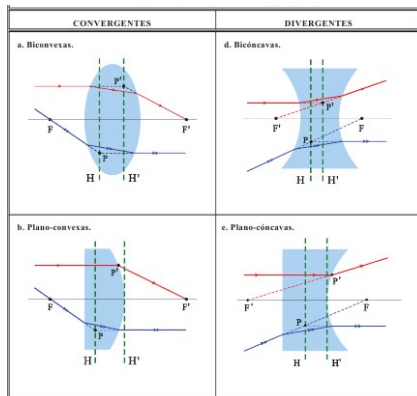
El plano principal objeto (H) es el que, siendo normal al eje del sistema, contiene a los puntos de intersección de los rayos que inciden por el foco objeto F con sus respectivos rayos emergentes (fig. 6). En el sistema de esta figura, formado por dos lentes delgadas, el punto P en el que se produce la intersección de la dirección incidente y emergente del rayo →→ pertenece al plano principal objeto del sistema. El punto H de intersección de este plano con el eje es el punto principal objeto del sistema.



El plano principal imagen H' es el que, siendo perpendicular al eje, contiene a los puntos de intersección de las direcciones de los rayos incidentes paralelos al eje con las direcciones de sus respectivos emergentes hacia F'.

fig. 6

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS



Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

### Definiciones:

Distancia focal objeto: está definida por el segmento *orientado*  $f = HF$ .  
Distancia focal imagen: está definida por el segmento *orientado*  $f' = H'F'$ .

### Puntos Nodales, N y N'

Reciben este nombre dos puntos N y N' del eje, que tienen la propiedad de que los rayos que inciden sobre el sistema en dirección al punto nodal objeto N, emergen del sistema paralelos al respectivo incidente en dirección al punto nodal imagen N' (fig. 12).

Los puntos nodales N y N' son conjugados: si un objeto puntual estuviera colocado precisamente en N, su imagen a través de todo el sistema estaría en N'.

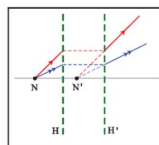


fig. 12

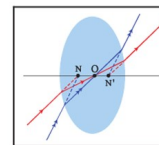


fig. 13

- O es el centro óptico de la lente gruesa.
- O es la imagen de N a través de la primera superficie y la imagen de N' a través de la segunda superficie

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**2. ECUACIONES DE CORRESPONDENCIA.**

Reciben este nombre las relaciones matemáticas que permiten determinar las características de la imagen (posición y tamaño), en función de las características del objeto y del propio sistema óptico. En este estudio llamaremos (fig. 14):

- a = HO = posición objeto respecto de H.
- x = FO = posición objeto respecto de F.
- f = HF = distancia focal objeto.
- y = OO<sub>1</sub> = tamaño del objeto.
- a' = H'O' = posición imagen respecto de H'.
- x' = F'O' = posición imagen respecto de F'.
- f' = H'F' = distancia focal imagen.
- y' = O'O'<sub>1</sub> = tamaño de la imagen.

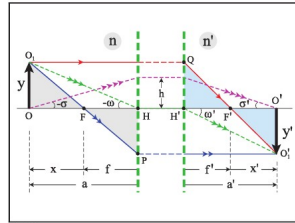
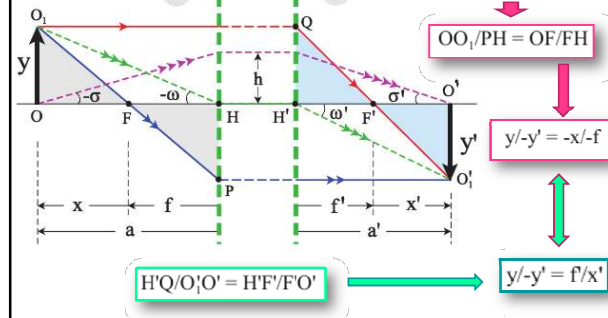


fig. 14

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**Fórmula de Newton**

Observemos los triángulos sombreados en la figura



Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**2.2.2. Relación entre focales y posición del objeto y de la imagen.**

Sustituyendo en (1) los valores de x y x' obtenidos en las expresiones (3) y (4) queda:

$$x \cdot x' = f \cdot f' \Rightarrow (a-f)(a'-f') = f \cdot f' \Rightarrow f/a' + f/a = 1 \dots \dots \dots (6)$$

expresión que relaciona las posiciones del objeto a y a', referidas a los puntos principales H y H', con las focales f y f' del sistema.

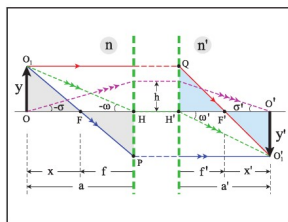


fig. 14

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**2.2.3. Invariante de Helmholtz.**

De la fig. 14:

- tg (-σ) = -σ = h/a ⇒ a = h/σ
- tg (σ') = σ' = h/a' ⇒ a' = h/σ'
- tg (-ω) = -ω = y/a ⇒ ω = y/a
- tg (-ω') = -ω' = -y'/a' ⇒ ω' = y'/a'

$$\frac{(a-f)(a'-f')}{a a'} = \frac{f f'}{a a'}$$

$$\left(1 - \frac{f}{a}\right) \left(1 - \frac{f'}{a'}\right) = \frac{f f'}{a a'}$$

$$1 - \frac{f'}{a'} - \frac{f}{a} + \frac{f f'}{a a'} = \frac{f f'}{a a'}$$

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1$$

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**MOG – Santos – Pág. VII - 38**

**19. Una lente convexo-cóncava de espesor 4 cm tiene sus radios r<sub>1</sub> = 20 cm y r<sub>2</sub> = 17 cm e índice de refracción 1,5. Hallar su focal y la posición de sus planos principales. Hallar gráficamente y analíticamente la imagen de un objeto situado 1 m por delante de la primera superficie. ¿Qué ocurre con los planos principales si la segunda superficie de la lente está en contacto con el agua? (n = 4/3).**

**I. Cálculo de la focal f' de la lente.**

Por tratarse de una lente sumergida en aire se puede utilizar la expresión (51) de la pág. VII-14:

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 d}{n r_1 r_2} = (1,5-1) \left( \frac{1}{20} - \frac{1}{17} \right) + \frac{(1,5-1)^2 \cdot 4}{1,5 \cdot 20 \cdot 17} = -2,45 \cdot 10^{-3}$$

$$f' = H'F' = -408 \text{ cm.}$$

y el sistema es divergente por ser f' negativa.

Al ser iguales los medios en los que está sumergida la lente (aire), la focal objeto es igual y de signo contrario:

$$f = HF = +408 \text{ cm}$$

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

Para calcular la posición a' de la imagen mediante la expresión (12) de la pág. VII-6 (1/a' - 1/a = 1/f') es preciso conocer la posición a del objeto respecto del plano principal objeto H de la lente. De la fig. a se deduce que:

$$a = HO = HH_1 + H_1O = -32 + (-100) = -132 \text{ cm}$$

y sustituyendo:

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{-408} + \frac{1}{-132}$$

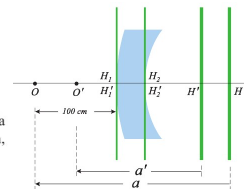
$$a' = H'O' = -99,73 \text{ cm}$$

resultado del que se deduce que la imagen está situada a 99,73 cm a la izquierda del plano H'. Su posición, referida a la primera superficie de la lente (H<sub>1</sub>) es:

$$H'O' = H'H_2 + H_2H_1' + H_1'O'$$

$$H_1'O' = H'O' - H'H_2 - H_2H_1' = a' + H_2H_1' + H_1'H_2$$

$$H_1'O' = -99,73 + 27,2 + 4 = -68,53 \text{ cm}$$



Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**8. RESUMEN DE FÓRMULAS RELATIVAS A LOS SISTEMAS ÓPTICOS**

**a. Posición de la imagen.**

a.1. Relativa a los focos:  $x, x' = f, f'$

a.2. Relativa a los planos principales:  $n'/a' - n/a = n'/f'$

**b. Aumento.**

b.1. Aumento axial:  $\alpha' = \Delta x' / \Delta x = -x' / x$  (x y x' relativos a los focos F y F')

b.2. Aumento lateral:

b.2.1. En función de las posiciones x y x':  $\beta' = y'/y = -f/x = -x'/f'$

b.2.2. En función de las posiciones a y a' relativas a los planos principales:

$$\beta' = y'/y = -f/(a - f) = (f' - a')/f' = n \cdot a' / n' \cdot a$$

b.3. Aumento angular:  $\gamma = \sigma' / \sigma$

b.4. Relación entre aumentos:  $\alpha' = (\beta')^2 \cdot n' / n$  ;  $\beta' = \alpha' \cdot \gamma'$

**c. Distancias focales.**  $f' = -\frac{f_1 f_2'}{e - f_1' + f_2}$  ;  $f = \frac{f_1 f_2}{e - f_1' + f_2}$  ;  $f = -\frac{n}{n'} f'$

UNS

**d. Posición de los focos.**

$$H_1 F = \frac{f_1' (f_2 + e)}{e - f_1' + f_2} ; \quad H_2' F' = \frac{f_2' (e - f_1')}{e - f_1' + f_2}$$

**e. Posición de los planos principales.**

$$H_1 H = \frac{e \cdot f_1}{e - f_1' + f_2} ; \quad H_2' H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2}$$

**f. Potencia de un sistema:**  $P = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} = P_1 + P_2 - \frac{e}{n_2} P_1 \cdot P_2$

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS

**g. Aplicación al caso de una lente de espesor d sumergida en aire.**

g.1. Focales:  $f' = -f$

g.2. Potencia:  $P = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left[ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] + \frac{(n - 1)^2 \cdot d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}$

g.3. Planos principales:

$$H_1 H = -\frac{(n - 1) f' \cdot d}{n \cdot r_2} = \frac{r_1 \cdot d}{n \cdot (r_1 - r_2) - (n - 1) \cdot d} = \frac{f' \cdot d}{n \cdot f_2'}$$

$$H_2' H' = -\frac{(n - 1) f' \cdot d}{n \cdot r_1} = \frac{r_2 \cdot d}{n \cdot (r_1 - r_2) - (n - 1) \cdot d} = -\frac{f' \cdot d}{f_1'}$$

Cátedra de Física II - Física B - Dpto. Física - UNS