GUÍA Nº4:

Sistema de partículas

PROBLEMA 1: Tres partículas inicialmente ocupan las posiciones determinadas por los extremos de un triángulo equilátero, tal como se muestra en la figura.

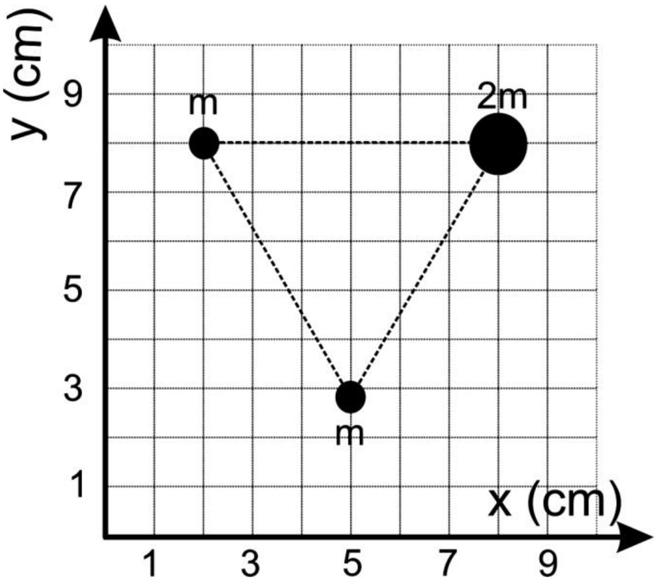
a) Determine la posición del centro de masa del sistema

b) Dibuje el vector posición obtenido

c) Si a la partícula más pesada se le da un impulso $I=-40\,\breve{j}$ *dinas s*, calcule la cantidad de movimiento y el momento angular de la partícula respecto del origen.

d) Bajo las condiciones del inciso anterior, calcule la cantidad de movimiento y el momento angular del centro de masa del sistema respecto del origen O.

e) Calcule la trayectoria del centro de masa y su posición a los 4 s de iniciado el movimiento, si m=100 g.



PROBLEMA 2: Un bote de 80 *kg* de masa y longitud 10 *m* está cerca de un muelle ubicado en la costa de un lago tranquilo. Un pescador de 70 *kg* de masa, está sentado inicialmente en la popa con su caña. Luego se pone de pie y comienza a caminar con rapidez constante de 2 *m/s* hacia la proa.

a) Determine el vector posición del centro de masa del sistema, en el instante inicial, respecto de un sistema de referencia cuyo origen está ubicado en el muelle.

b) Determine la posición del centro del bote cuando el pescador llega a la proa.

c) Determine la velocidad del pescador respecto del centro de masa.

PROBLEMA 3: Considere un sistema de partículas conformado por dos partículas, A y B, de masa m cada una de ellas, que inicialmente se sitúan en los puntos $R_A=(a,2a)$ y $R_B=(2a,a)$, respectivamente. Cada partícula está sometida a la acción de una tercera partícula C, ubicada en el origen del sistema de coordenadas. A es atraída y B repelida por C, con fuerzas de magnitudes $\left|\vec{F}_A\right|=\frac{c}{r_A^2}$ y $\left|\vec{F}_B\right|=\frac{c}{r_B^2}$ respectivamente

a) ¿Cuál es el momento resultante de las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas A y B, respecto del centro de masa del sistema? Exprese la magnitud, dirección y sentido.

b) Calcule el momento angular L_0 respecto del origen de coordenadas ¿Se conserva?, ¿Porque?

PROBLEMA 4: El Sol tiene una masa $M_S = 2 \cdot 10^{30}\ kg$, y la Tierra tiene una masa $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$. Ambos cuerpos están separados una distancia $d = 150\ 10^6\ km$ y se pueden considerar como partículas.

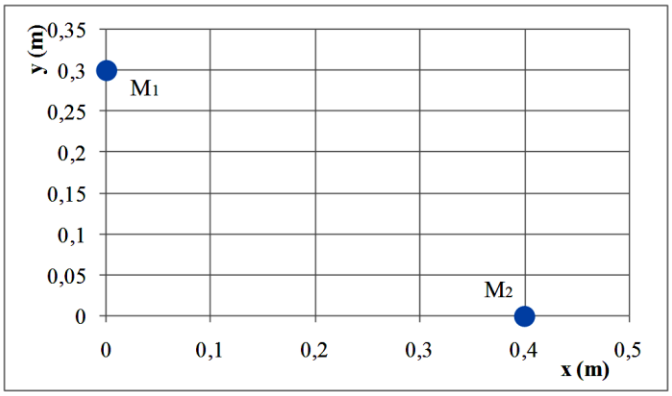
a) Determine el centro de masa del sistema Tierra-Sol

b) Considere un sistema de coordenadas adecuado e indique dónde está ubicado el centro de masa del sistema Sol-Tierra. Si el Sol tiene un radio de R=6,98 10^9 *m*, ¿dónde se ubica el CM del sistema? ¿qué puede decir acerca de esta situación y el movimiento del sol respecto del CM?

PROBLEMA 5: ¿Cómo pesar un cuerpo sin tener una balanza? ¿Qué haría si el cuerpo esta sobre una superficie libre de rozamiento, y dispone solo de una soga, y de una cinta métrica?

Ayuda: Considere al sistema masa-persona, el principio de acción y reacción (suponiendo la masa de la soga nula) y definición de posición del centro de masa… ahora piense….

PROBLEMA 6: Dos masas $M_1 = 1.0\, kg$ y $M_2 = 0.6\ kg$ están en reposo, en la posición que se indica en la figura, cuando comienzan a actuar las fuerzas $\vec{F}_1 = 0.8\,\bar{i}\ N$ sobre M_1 y $\vec{F}_2 = 0.6\,\bar{i}\ N$ sobre M_2.



a) Determine la posición del centro de masa del sistema en el instante inicial y su vector aceleración cuando se aplican ambas fuerzas. Dibújelos sobre el gráfico

b) Calcule la trayectoria del centro de masa del sistema y represéntela gráficamente.

c) Obtenga una expresión para la velocidad del centro de masa en función del tiempo. Calcule su velocidad a los 2 *s* de iniciado el movimiento.

d) Calcule la energía cinética total, la energía cinética orbital e intrínseca en t=2 *s*. ¿La energía cinética total es la suma de la orbital y la intrínseca?

e) Calcule el vector momento angular total respecto del origen del sistema del sistema de referencia y el momento angular orbital a los 2 *s*.

PROBLEMA 7: Desde lo alto de una torre se deja caer un cuerpo, a la vez que otro cuerpo idéntico se lanza hacia arriba.

El centro de masas del sistema conformado por estos dos cuerpos:

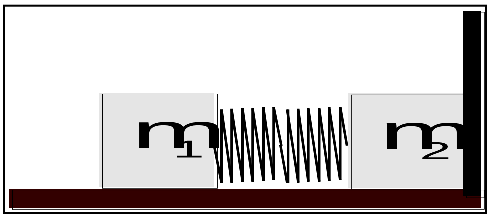
☐ Está siempre en el mismo sitio

☐ Inicialmente sube, después cae, pero empieza a caer antes de que el cuerpo lanzado al aire empiece a caer

☐ Inicialmente sube después cae, pero empieza a caer simultáneamente cuando el cuerpo lanzado al aire comienza a caer

☐ Inicialmente sube, después cae, pero empieza a caer después que el cuerpo lanzado al aire empiece a caer.

PROBLEMA 8: Un resorte de constante elástica *k*, tiene unidos dos cuerpos de masas iguales y en reposo, sobre una mesa exenta de rozamiento (ver figura). Inicialmente el resorte esta comprimido una distancia *d*, con uno de los cuerpos apoyado contra una pared. Luego se suelta el sistema.

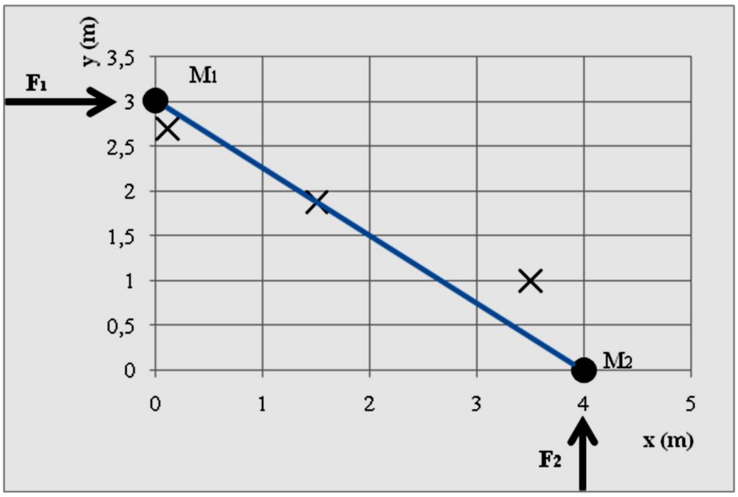


a) ¿Qué distancia recorrerá el cuerpo 1 antes de poner en movimiento al cuerpo 2?

b) Después de perder contacto el cuerpo 2 con la pared, ¿con qué velocidad se mueve el centro de masa del sistema y cuál es la amplitud de oscilación?

c) Obtenga una expresión para la velocidad de ambos cuerpos en el instante que se anula la interacción elástica en el sistema.

PROBLEMA 9: Las masas $m_1 = 10\ kg$ y $m_2 = 6\ kg$ están unidas por una barra rígida de masa despreciable. Inicialmente el sistema está en reposo, y se halla bajo la acción de las fuerzas $\vec{F}_1 = 8\breve{i}\ N$ y $\vec{F}_2 = 6\breve{j}\ N$, aplicadas sobre las masas m_1 y m_2 respectivamente, tal como se muestra en la figura.



a) La $\sum F^{ext}$ sobre el sistema es:

☐ $\left(8\breve{i} + 6\breve{j}\right) N$

☐ $\left(0{,}8\breve{i} + 1\breve{j}\right) N$

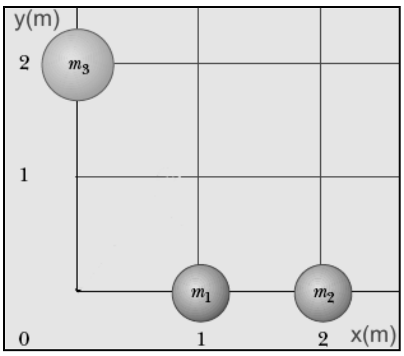
☐ $14\ N$

b) Determine la aceleración del CM.

c) Determine la velocidad del CM en función del tiempo, y grafíquela.

d) Calcule la trayectoria del CM.

PROBLEMA 10: Un sistema está formado por tres partículas, ubicadas inicialmente como se muestra en la figura. En el instante inicial, la partícula 3 está en reposo y las partículas 1 y 2 tienen velocidades $\vec{v}_{1i} = -v_0\hat{j}\ m/s$ y $\vec{v}_{2i} = v_0\hat{j}\ m/s$ respectivamente. Las partículas interactúan mutuamente a través de fuerzas proporcionales a la distancia entre ellas. Si las masas son $m_1 = m_2 = M$ y $m_3 = 2M$, la velocidad del centro de masa $\mathbf{V}_{CM}$ del sistema es:



☐ V_{CM} es constante e igual a $\vec{V}_{CM} = 0\ m/s$

☐ V_{CM} varía e inicialmente vale $\vec{V}_{iCM} = 0\ m/s$

☐ V_{CM} es constante y vale $\vec{V}_{iCM} = 0.5 \cdot v_0\,\hat{j}\ m/s$

PROBLEMA 11: Para el sistema planteado en el problema anterior, el momento angular respecto del origen del sistema coordenado es:

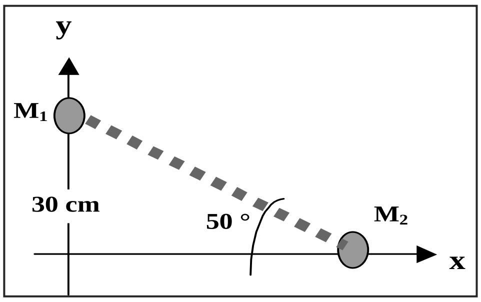
☐ constante y vale $\vec{L}_o = M v_0 \hat{k}\ \ kg\,m^2/s$

☐ variable e inicialmente vale $\vec{L}_o = M v_0 \hat{k}\ \ kg\,m^2/s$

☐ variable e inicialmente vale $\vec{L}_o = -M v_0 \hat{k}\ \ \ kg\,m^2/s$

☐ Nulo

PROBLEMA 12: Dos cuerpos de masas $m_1 = 6\ kg$ y $m_2 = 4\,kg$ se mueven con velocidades $\vec{v}_1 = 2.5\,\breve{i}\ m/s$ y $\vec{v}_2 = 3\,\breve{j}\ m/s$ respectivamente. Los cuerpos están unidos por un resorte ideal de constante $k = 2\times10^3\ {}^{N}\!/_{m}$ e inicialmente se ubican como se muestra en la figura con el resorte sin deformar.



a) Determine la posición y velocidad del centro de masa (CM) del sistema formado por ambos cuerpos y el resorte.

b) Calcule el momento angular del sistema respecto del origen del sistema de referencia y respecto del centro de masa (momento angular intrínseco) ¿se conservan? Justifique su respuesta

c) ¿Cuánto vale la energía mecánica del sistema? Halle una expresión para la energía cinética total y la cinética orbital.

d) ¿Afecta la presencia del resorte el movimiento del CM? Justifique su respuesta.

e) La energía mecánica intrínseca, ¿es constante? Justifique su respuesta.

f) Halle una expresión para la velocidad de cada cuerpo cuando la compresión del resorte es máxima.

g) ¿cómo sería la dinámica del sistema si las masas de ambas partículas fueran iguales bajo las mismas condiciones de velocidad y posición? Analice cada uno de los ítem anteriores para este caso particular

PROBLEMA 13: Las masas m_1 = 10 kg y m_2 = 6 kg están unidas por una barra rígida de masa despreciable. El sistema, inicialmente en reposo, se halla bajo la acción de las fuerzas F_1 = 8 i *N* y F_2 =6 j *N*, aplicadas sobre las masas m_1 y m_2 respectivamente, tal como se muestra en la figura.

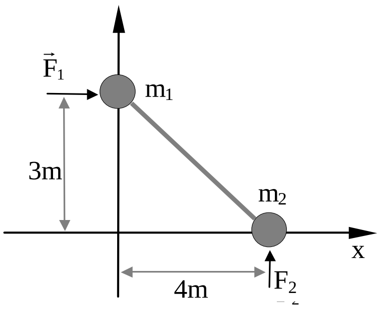


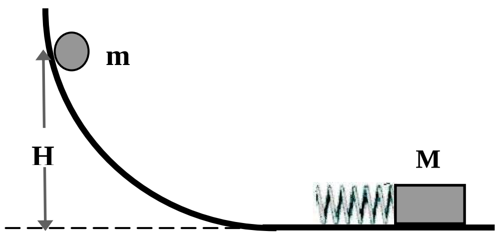
Figura 3

a) Determine la posición inicial y la aceleración del CM.

b) Determine la velocidad del CM en función del tiempo, y grafíquela.

c) Calcule la trayectoria del CM.

PROBLEMA 14: La figura muestra un cuerpo de masa m que se deja caer a lo largo de una superficie libre de rozamiento para interactuar con un resorte de constante elástica k que se encuentra acoplado a otro cuerpo de masa M, apoyado sobre una superficie horizontal con coeficientes de rozamiento μ_e y μ_d conocidos (suponga que el rozamiento entre m y la superficie horizontal es despreciable en todo momento).



a) Obtenga una expresión para la mínima altura, $H_{mín}$, desde la cual debería dejarse caer el cuerpo de masa m, para poner en movimiento al cuerpo de masa M.

b) Suponiendo que se lo deja caer desde una altura $h = 2H_{min}$, obtenga una expresión para su velocidad en el instante en que el cuerpo de masa M se pone en movimiento.

c) Calcule la velocidad del centro de masa del sistema cuando se inicia la interacción con el resorte.

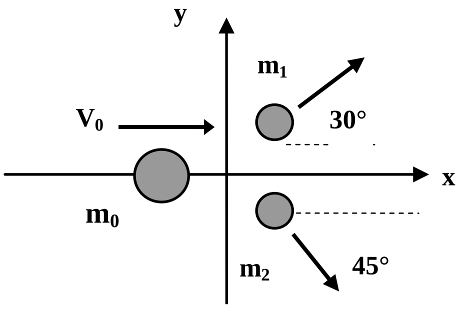
d) Considere que la interacción de m con el resorte es lo suficientemente rápida como para asegurar que el impulso de las fuerzas externas al sistema de masas, durante el choque, es despreciable ¿Qué distancia recorre el CM del sistema hasta detenerse por acción del rozamiento?

PROBLEMA 15: Dos partículas de igual masa se acercan siguiendo trayectorias que forman un ángulo de 60º entre sí, de modo tal que colisionan en el punto en el que se cruzan. Si la celeridad de las partículas antes de la colisión es de 25 m/s y luego del choque ambas partículas quedan pegadas (choque plástico),

a) ¿Cuál es la velocidad de cada partícula luego del choque? ¿en qué dirección continúan el movimiento?

b) ¿Calcule la variación de energía mecánica durante el choque?

PROBLEMA 16: Un cuerpo de masa m_0 = 300 *g* se mueve con una $\mathbf{v_0}$ = 300 *cm/s* en la dirección **x**, cuando explota en dos fragmentos de masas m_1 = 100 *g* y m_2 = 200 *g*, que salen con velocidades v_1 y $\mathbf{v_2}$, en las direcciones que se sugiere en la figura



a) Determinar el vector cantidad de movimiento antes y después de la explosión.

b) Calcule las velocidades de cada fragmento.

c) Determinar la energía cinética antes y después de la explosión.

d) Determinar la variación de la energía cinética del sistema.

e) Determinar la variación de la energía cinética de cada partícula después de la explosión.

PROBLEMA 17: Se lanza una granada con una velocidad inicial de $\vec{v}(0) = 80\breve{i} + (120 - 10t)\breve{j}$ explotando tras 10 *s* de vuelo en tres fragmentos iguales. Uno de ellos sale lanzado a $\vec{v}_1(0) = 100\breve{i} + 50\breve{j}$ *m/s*, y otro a $\vec{v}_2 = 120\breve{i}$ *m/s*. Calcular:

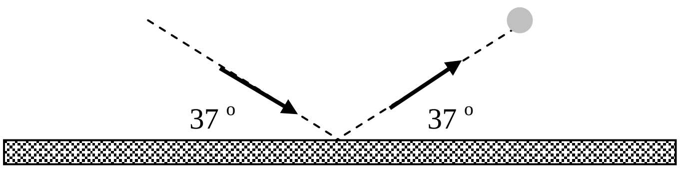
a) Posición del CM del sistema en el momento que explota la granada y a los 22 *s* del lanzamiento.

b) La velocidad inicial del tercer fragmento respecto de un sistema de referencia fijo a tierra.

c) La posición de cada fragmento y del centro de masa a los 22 *s* del lanzamiento.

d) La variación de energía mecánica del sistema. ¿Aumento? o ¿disminuyó?

PROBLEMA 18: Una pelota de 200 gr. rebota en una pared, tal como muestra la figura.¿Cuál es la variación de la cantidad de movimiento de la pelota si el módulo de la velocidad no cambia? Si el choque duró 20 ms, ¿cuál es la fuerza media ejercida sobre la pelota? ¿y la ejercida sobre la pared?



PROBLEMA 19: Considere dos bloques de masas m_A=5 *g* y m_B=15 *g* que se mueven horizontalmente en la misma dirección con velocidades de 10 *cm/s* y 5 *cm/s* respectivamente (suponga que A está detrás de B):

a) Calcule las velocidades de los cuerpos después del choque suponiendo que se conserva la energía.

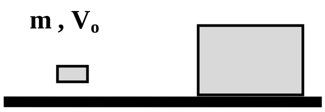
b) Idem (a) pero para el caso en el que A y B inicialmente se mueven en direcciones opuestas.

c) Calcule la velocidad de los cuerpos y la pérdida de energía si luego del choque los mismos permanecen unidos. Considere la situación planteada en (b).

PROBLEMA 20: Un proyectil de masa 100 *g* se mueve horizontalmente con una velocidad de 400 *m/s* y queda empotrado en un bloque de masa 390 *g*, que está en reposo sobre una mesa horizontal lisa.

a) Calcular la velocidad final del bloque y la bala.

b) ¿Cuál es la energía mecánica inicial del sistema bala - bloque?

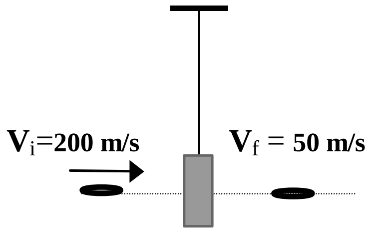


c) ¿Qué porcentaje de su energía inicial pierde la bala antes de detenerse dentro del bloque?

d) ¿Cómo varía la dinámica del sistema si entre la mesa y el bloque existe un coeficiente de rozamiento no nulo?

PROBLEMA 21: Una bala de 50 gr que se mueve con una velocidad de módulo v = 200 m /s atraviesa un bloque muy delgado de 2 kg, suspendido de una cuerda ligera de 1 m de largo. La bala se mueve con una velocidad v = 50 m /s al salir del bloque.

a) Calcular la variación de la cantidad de movimiento de la bala. Suponer que la bala atraviesa al bloque cuando éste aún no se apartó de su posición de equilibrio.



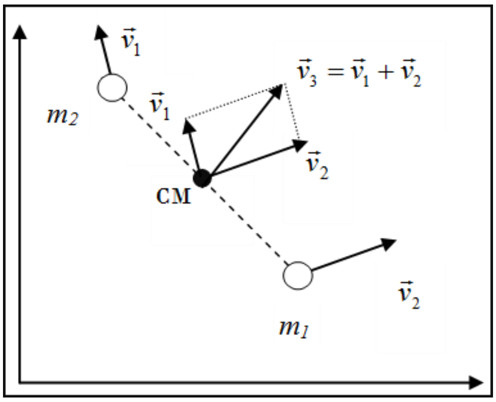
b) Calcular la velocidad del bloque después de que la bala sale de él.

c) Calcular la tensión en la cuerda mientras la bala permanece dentro del bloque.

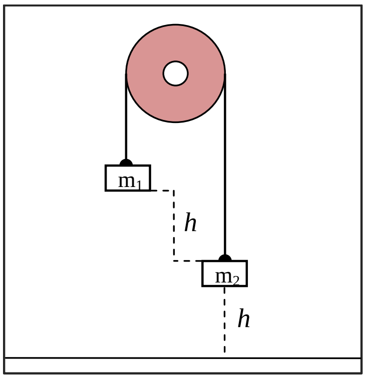
d) Calcular la máxima altura que alcanza el bloque

Problemas adicionales

PROBLEMA 22: En la siguiente figura se muestran dos masas, m_1 y m_2, que tienen velocidades $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$, respectivamente, tal como se representa junto a cada masa. Los vectores asociados a cada masa también están representados en el centro de masa CM del sistema. ¿Es $\vec{v}_3$ la velocidad del centro de masa? ¿Por qué?



PROBLEMA 23: Las masas de la figura están inicialmente en reposo. La masa m_1 es igual a 2 m_2 e inicialmente está a una altura h respecto de m_2. El radio de la polea fija es R



a) Plantee un sistema de referencia adecuado y determine la posición del CM del sistema.

b) Calcule la velocidad y aceleración del CM en función del tiempo.

c) Grafique la trayectoria del CM.

d) la variación de la energía cinética del sistema desde el instante inicial hasta que el cuerpo m_1 llega al piso es:

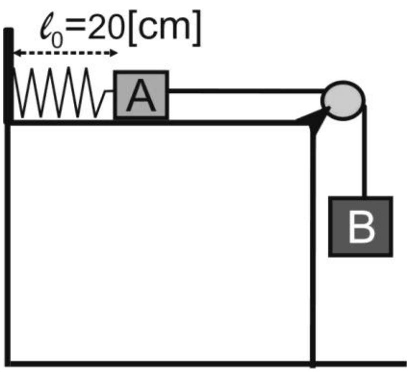
☐ $2m_2gh$

☐ $-2m_2gh$

☐ $3m_2gh$

e) Exprese la variación de energía cinética del sistema, desde el instante inicial, en función de la distancia recorrida por m_1.

PROBLEMA 24: Un bloque, A, de 20.0 *kg* está conectado a otro bloque, B, de 30.0 *kg* por una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento. La cuerda y la polea tienen masas despreciables. El bloque de A, además, está conectado a un resorte ideal de constante elástica K=250 *N/m*, tal como se muestra en la figura. En la figura el resorte está sin deformar, es decir, la longitud natural, ℓ0, del resorte es de 20.0 *cm*. Si se empuja al bloque A, 10.0 *cm* hacia la izquierda (de modo tal que el resorte se comprime 10.0 *cm*). Y se lo suelta:



Obs: <u>Aplicar consideraciones energéticas siempre que sea posible</u>

a) Determine la aceleración del centro de masa del sistema (magnitud, dirección y sentido) en el instante inicial y en función del tiempo

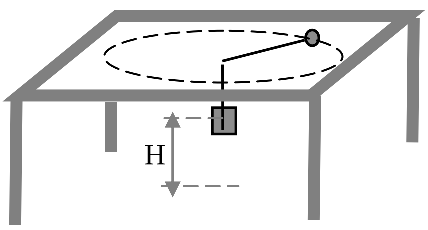
b) Determine la posición de equilibrio del sistema respecto de la posición del bloque A cuando el resorte está sin deformar. (considere a A y B como cuerpos puntuales)

c) Calcule la energía mecánica inicial del sistema, asumiendo como nivel de energía potencial gravitatoria nula para el cuerpo B aquella para la cual el sistema pasa por su posición de equilibrio. ¿es importante considerar la energía potencial del cuerpo B? justifique su respuesta.

d) Calcule la velocidad máxima de cada cuerpo y el periodo de oscilación del sistema (suponga rozamiento nulo)

e) Obtenga una expresión para la energía cinética del sistema en función de la posición "x" de A respecto de la posición con el resorte sin deformar.

PROBLEMA 25: Los cuerpos m_1 y m_2 están unidos mediante una cuerda inextensible, de masa despreciable, que pasa por un agujero en la mesa horizontal libre de rozamiento; mientras m_1 se mueve a lo largo de una trayectoria circular de radio r_o, el cuerpo m_2 cuelga bajo la mesa.



a) Planteando conceptos de conservación para la energía mecánica y para el momento angular, analice la dinámica del sistema si a este se lo aparta del equilibrio aumentando la masa del cuerpo m_2 (inicialmente el sistema está en equilibrio). Obtenga una expresión para el módulo de la velocidad de cada cuerpo, respecto de tierra, en función del camino H recorrido por m_2 a medida que cae.

b) ¿qué puede decir acerca de la trayectoria de m_1?

PROBLEMA 26: Un proyectil de masa 100 *g* se mueve horizontalmente con una velocidad de 400 *m/s* y queda empotrada en un bloque de masa 4.0 *kg* el cual se encuentra suspendido de un hilo ligero de 10 *m* de largo.

a) ¿Cuál es la energía mecánica inicial del sistema bala-bloque? ¿Se conserva?

b) Calcule la altura máxima que alcanza el bloque.

c) ¿Qué porcentaje de su energía inicial pierde la bala hasta detenerse dentro del bloque?

PROBLEMA 27: Dos esferas de la misma masa se mueven una hacia la otra, con velocidades v_1 y v_2 distintas, sobre una mesa horizontal lisa. Ambas chocan, siendo el coeficiente de restitución e = 0.5.

a) Calcular la velocidad del centro de masa del sistema antes del choque.

b) Calcular las velocidades de cada cuerpo después del choque.

c) Calcular la energía perdida por cada una, como consecuencia del choque.

d) Analice la situación en la que ambos cuerpos tienen inicialmente velocidad de igual módulo