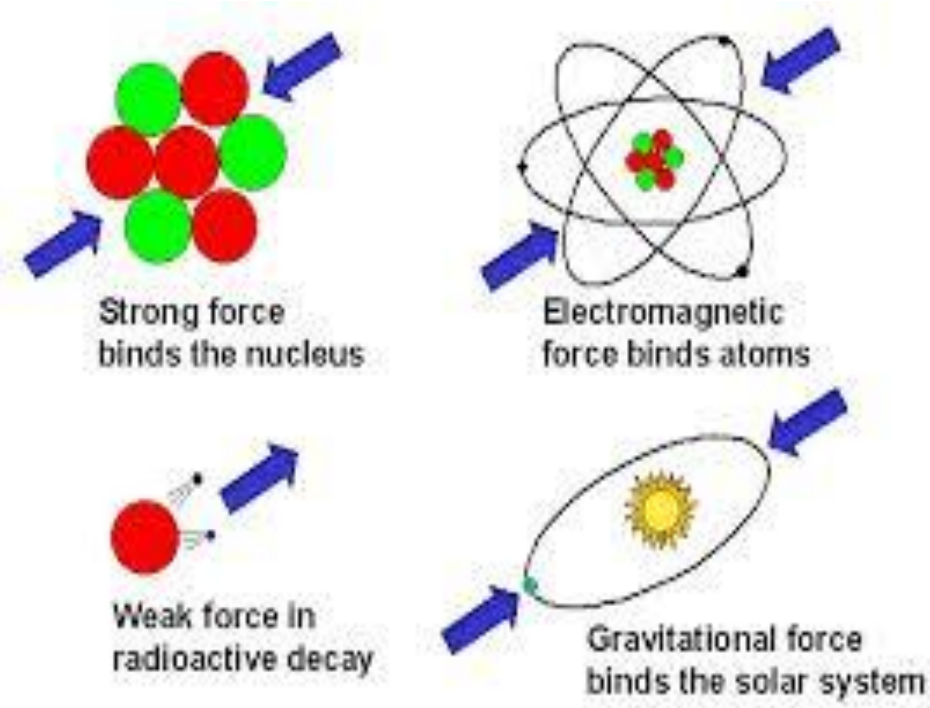
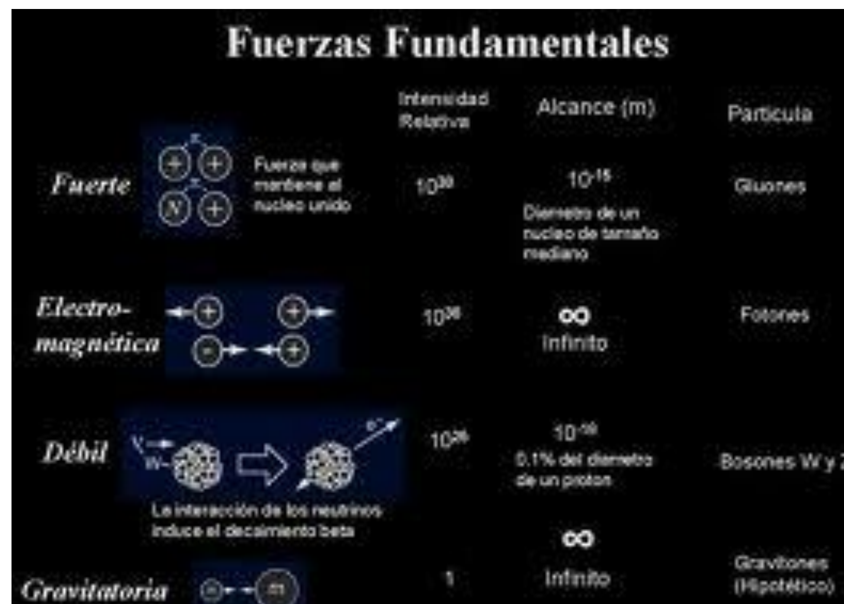
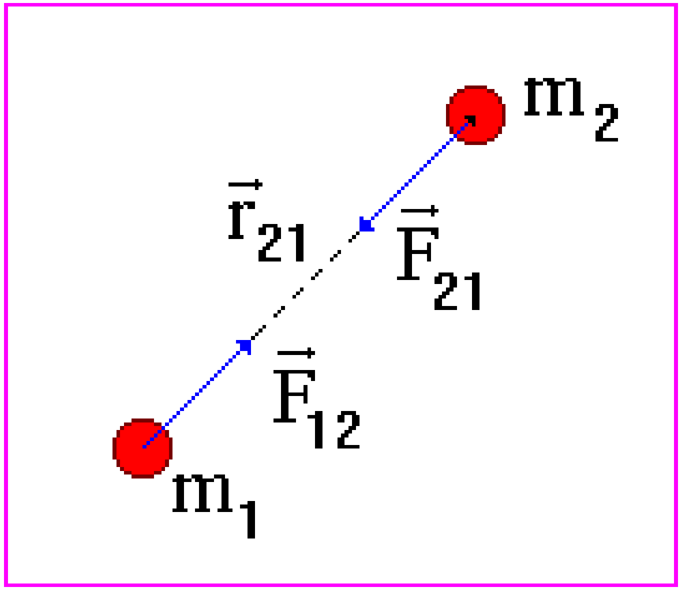
Interacciones principales


Strong force
binds the nucleus
Electromagnetic
force binds atoms
Weak force in
radioactive decay
Gravitational force
binds the solar system


Fuerzas Fundamentales
Intensidad Relativa
Alcance (m)
Particula
Fuerte
Fuerza que mantiene el nucleo unido
10-15
Diametro de un nucleo de tamaño mediano
Gluones
Electro-magnética
∞
Infinito
Fotones
Débil
0.1% del diametro de un proton
Bosones W y Z
La interacción de los neutrinos induce el decaimiento beta
Gravitatoria
1
∞
Infinito
Gravitones (Hipotético)

Interacción Gravitatoria



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$F_{21} = G\,\frac{m_1 m_2}{r_{21}^2}$$

$$G = 6{,}67.10^{-11}\,\frac{N.m^2}{kg^2}$$

$$\vec{F}_{21} = -G\,\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\,\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

$$\vec{F}_{21} = -G\,\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\,\vec{e}_r$$

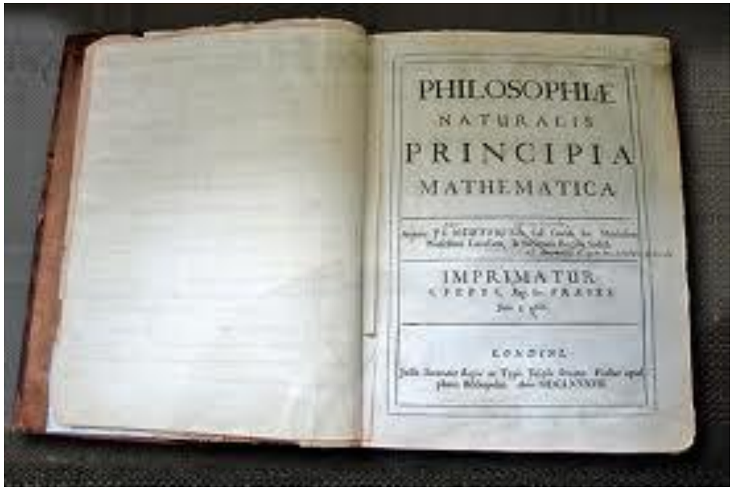
$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

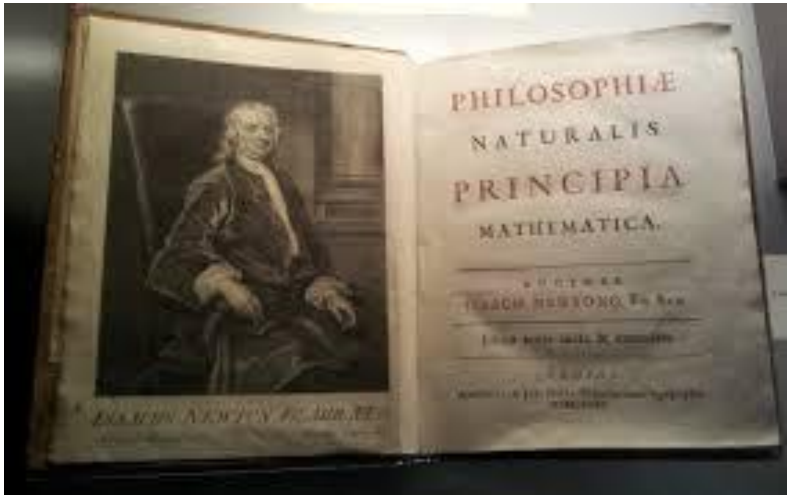
Ley de la gravitación universal

Interacción Gravitatoria

$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\vec{e}_r$$

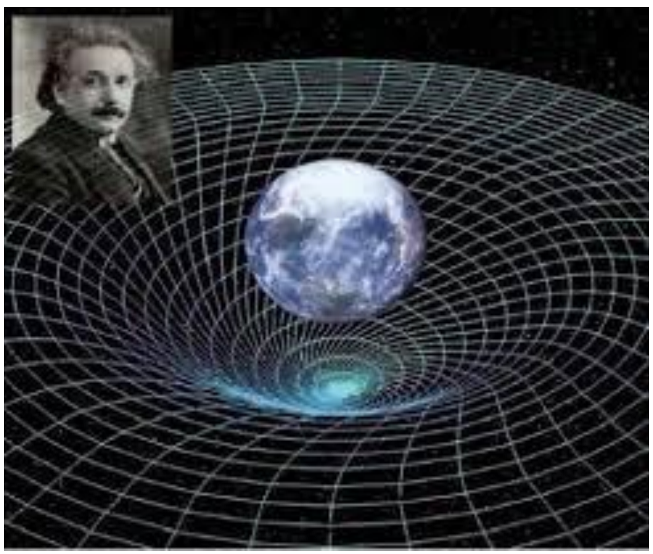
This is a general physical law derived from empirical observations by what Newton called induction. It is a part of classical mechanics and was formulated in Newton's work *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* ("the Principia"), first published on 5 July 1687.

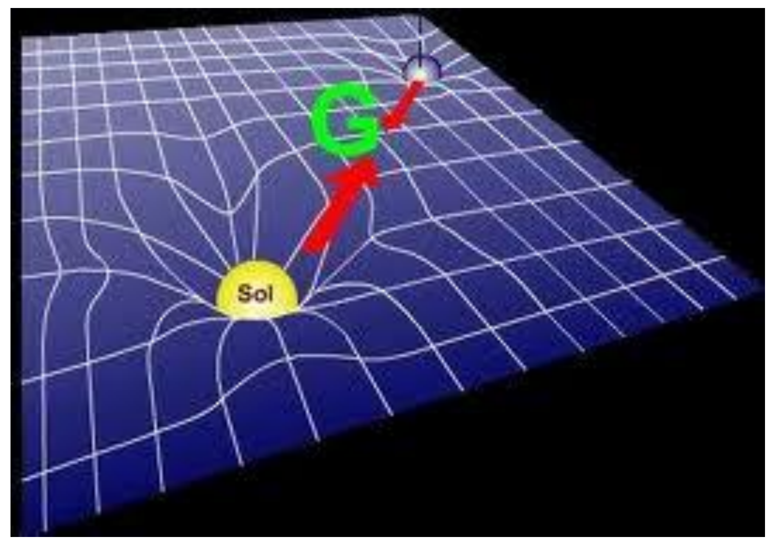




Interacción Gravitatoria

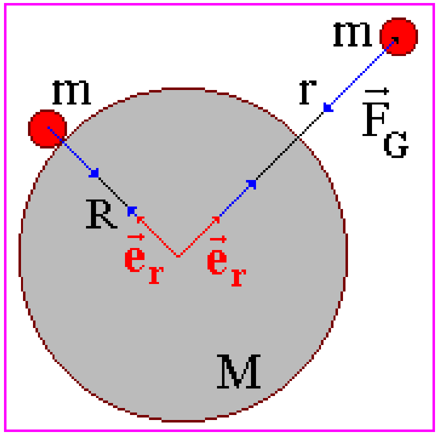
$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$





Interacción Gravitatoria

Peso de un cuerpo



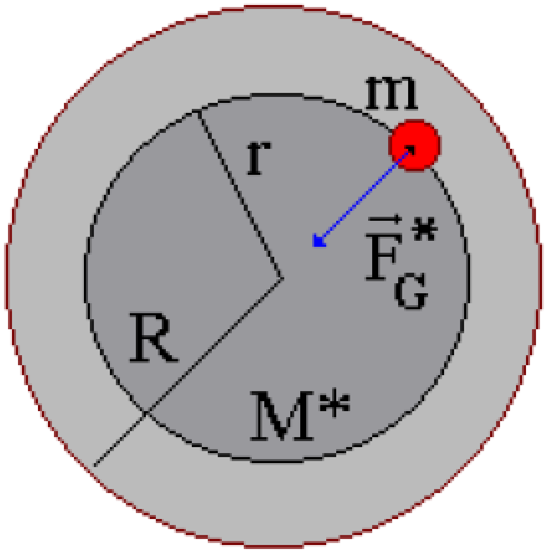
$$\vec{F} = -G\frac{mM}{R^2}\vec{e}_r$$

$$\boxed{\vec{g} = -G\frac{M}{R^2}\vec{e}_r}$$

Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta

$$\vec{F}^* = -G\frac{mM^*}{r^2}\vec{e}_r$$



$$\frac{M^*}{r^3} = \frac{M}{R^3} \quad \therefore \quad M^* = \frac{M}{R^3}r^3$$

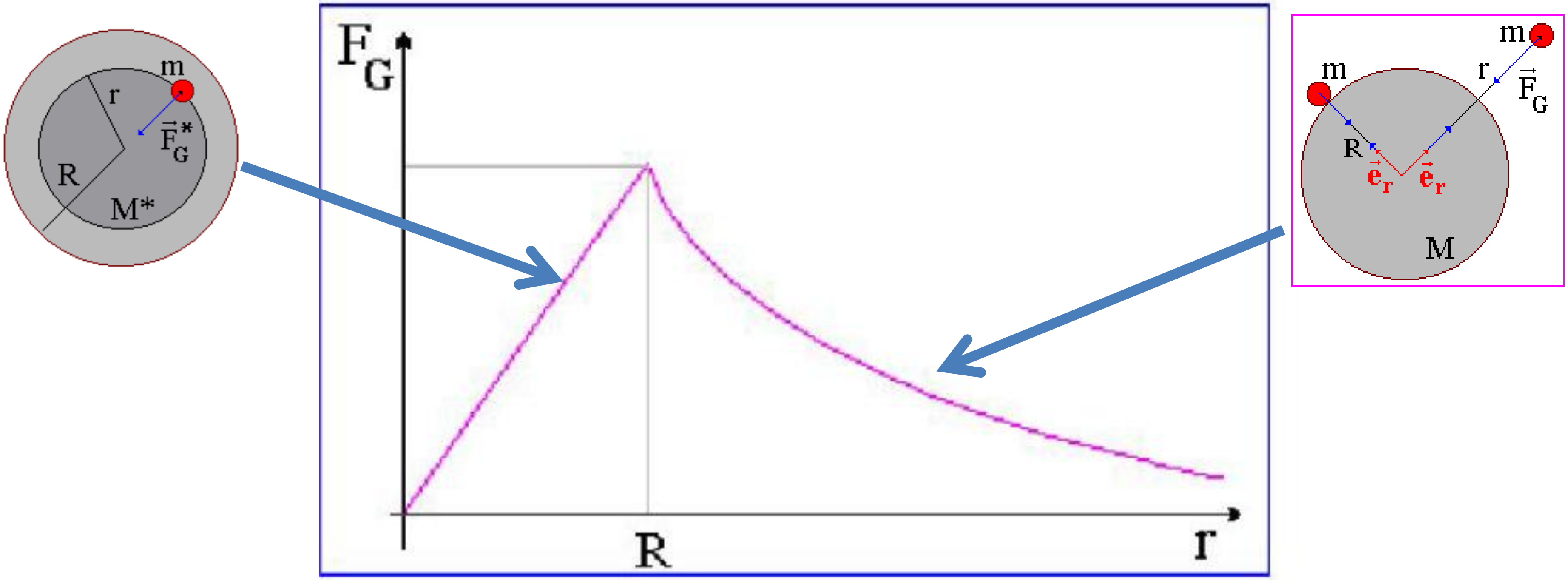
$$M^* = \int \rho(\vec{r})d\vec{r} \quad donde \quad d\vec{r} = r^2 sen(\theta) dr d\theta d\phi$$

$$\rho(\vec{r}) = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\boxed{\vec{F}^* = -G\frac{mM}{R^3} r\,\vec{e}_r}$$

Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta

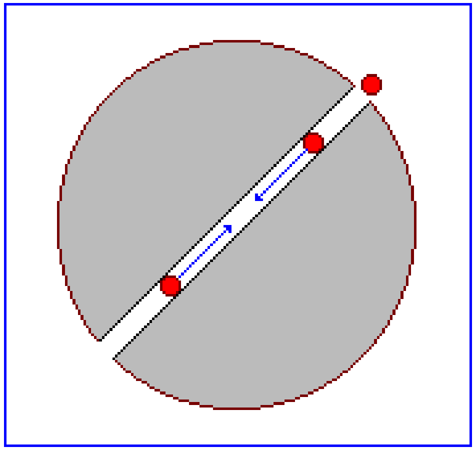


Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta

La fuerza actuante a lo largo del túnel es entonces

$$\vec{F} = -G\frac{mM}{R^3}x\,\vec{i}$$



La segunda ley de Newton nos da, entonces, la siguiente ecuación:

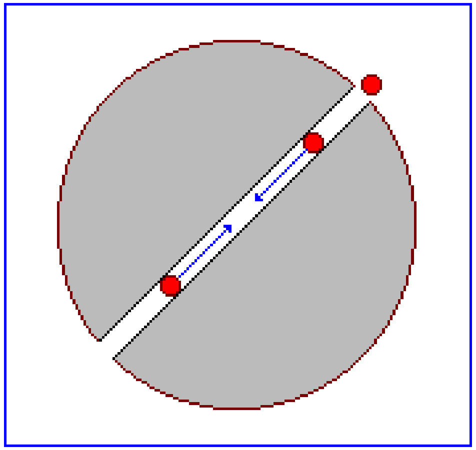
$$\boxed{m\ddot{x} = -G\frac{mM}{R^3}x}$$

O, equivalentemente

$$\ddot{x} = -G\frac{M}{R^3}x$$

Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta



Introduciendo la dependencia en la coordenada como sigue

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dx}\dot{x}$$

resulta

$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = -G\frac{M}{R^3}x \quad \Rightarrow \quad \dot{x}\,d\dot{x} = -G\frac{M}{R^3}x\,dx$$

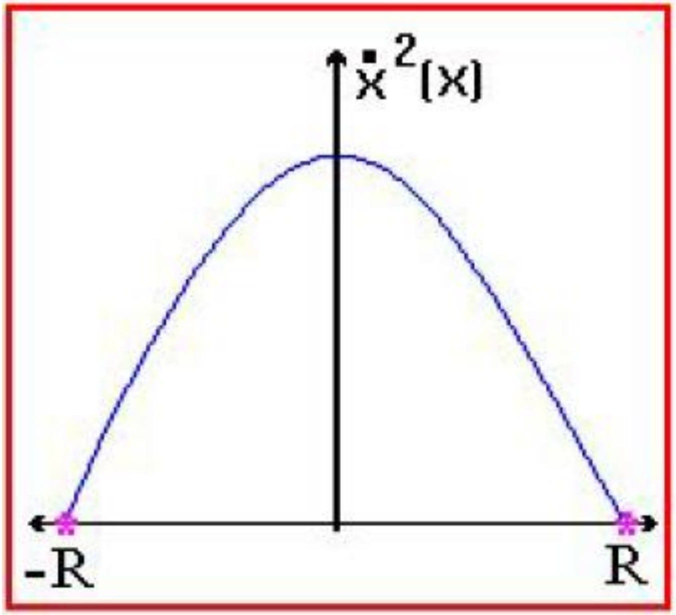
Integrando tenemos

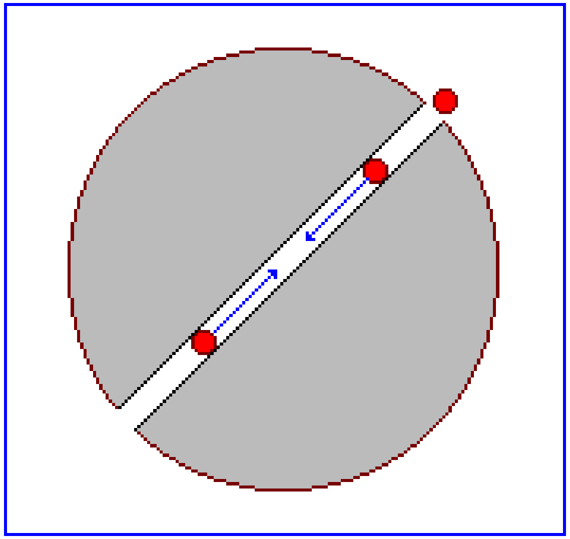
$$\int_{\circ}^{\dot{x}} \dot{x}\,d\dot{x} = -\int_{R}^{x} G\frac{M}{R^3}x\,dx \quad \Rightarrow \quad \dot{x}^2 = G\frac{M}{R^3}(R^2 - x^2)$$

Velocidad en función de la posición

Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta





$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = -G\frac{M}{R^3}x$$

$$\dot{x}_{max} = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

Velocidad en función de la posición

Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta

$$\dot{x}^2 = G\frac{M}{R^3}(R^2 - x^2)$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}(R^2 - x^2)}$$

$$w = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{(R^2 - x^2)}} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}\,dt$$

Posición en función del tiempo

Interacción Gravitatoria

Fuerza gravitatoria en el interior de un planeta

$$\frac{dx}{\sqrt{(R^2 - x^2)}} = w\,dt$$

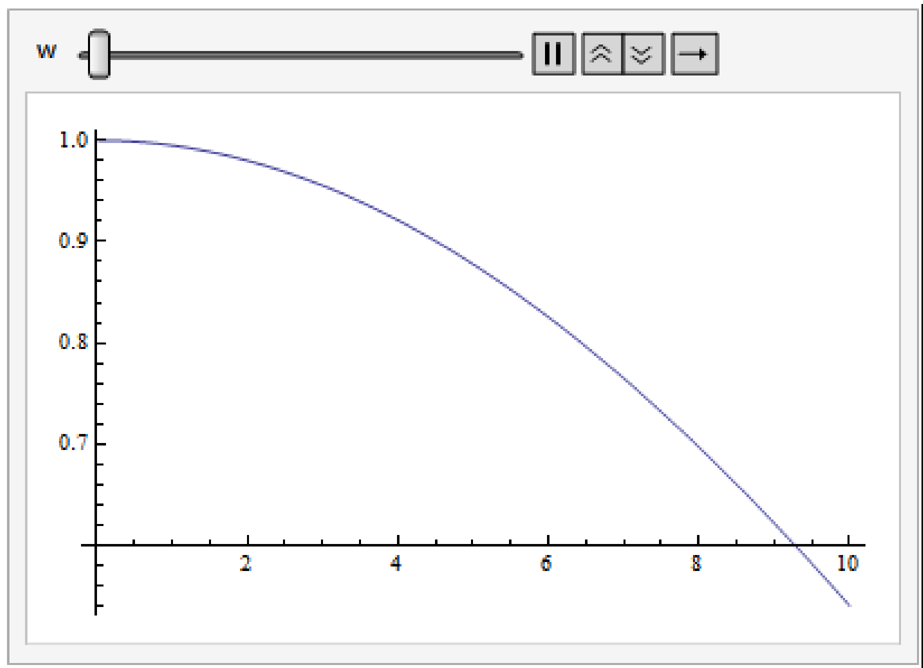
Integrando

$$\int_R^x \frac{dx}{\sqrt{(R^2 - x^2)}} = w\int_0^t dt$$

Y así tenemos

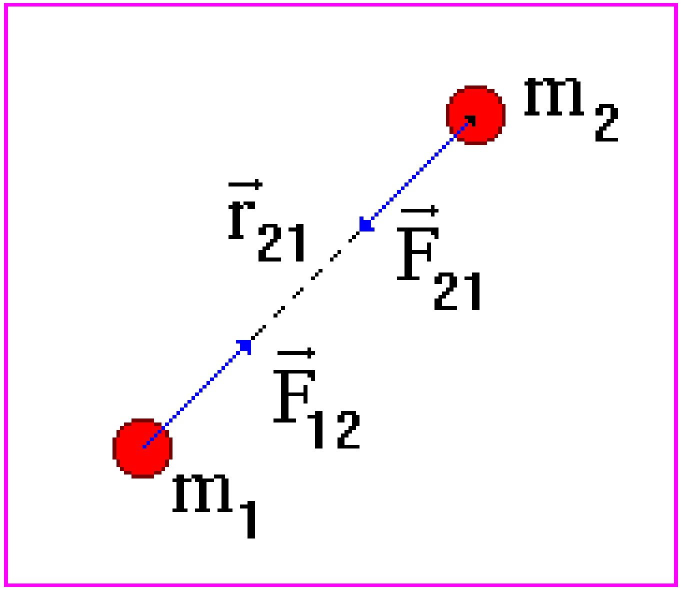
$$\arccos\left(\frac{x}{R}\right) = w\,t$$

$$x(t) = R\cos(wt)$$



Posición en función del tiempo

Interacción Elástica



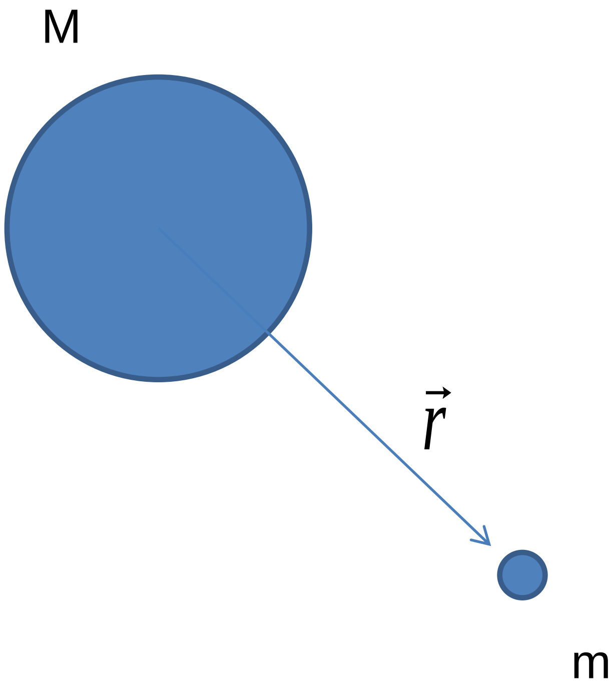
$$\boxed{\vec{F}_{21} = \vec{F}_e = -k\,\vec{r}_{21}}$$

Donde k es la constante elástica

$$-k\,\vec{r}_{21} = m_2\,\vec{a}_2$$

$$k\,\vec{r}_{21} = m_1\,\vec{a}_1$$

Interacción Elástica



$$\boxed{\vec{F}_e = -k\vec{r}}$$

$$-k\,\vec{r} = m\,\vec{a} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{r}$$