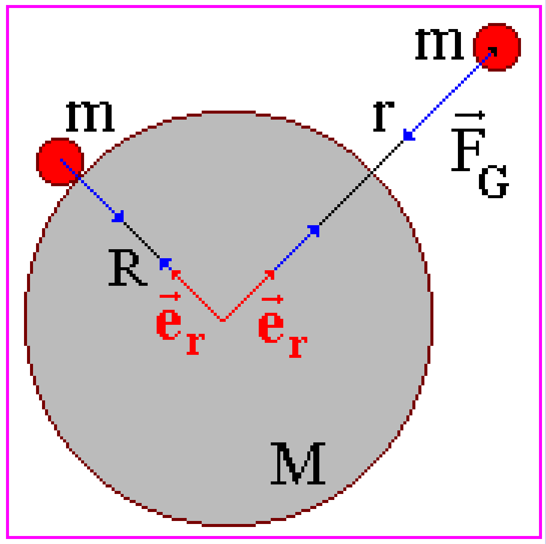
DINÁMICA

Resumen

Leyes de Newton

Primera ley	Segunda ley	Tercera ley
Principio de Inercia	$\vec{F} = m\vec{a}$	Principio de acción y reacción

Peso de un cuerpo



$$\vec{F} = -G\frac{mM}{R^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{g} = -G\frac{M}{R^2}\vec{e}_r$$

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$$

Peso del cuerpo

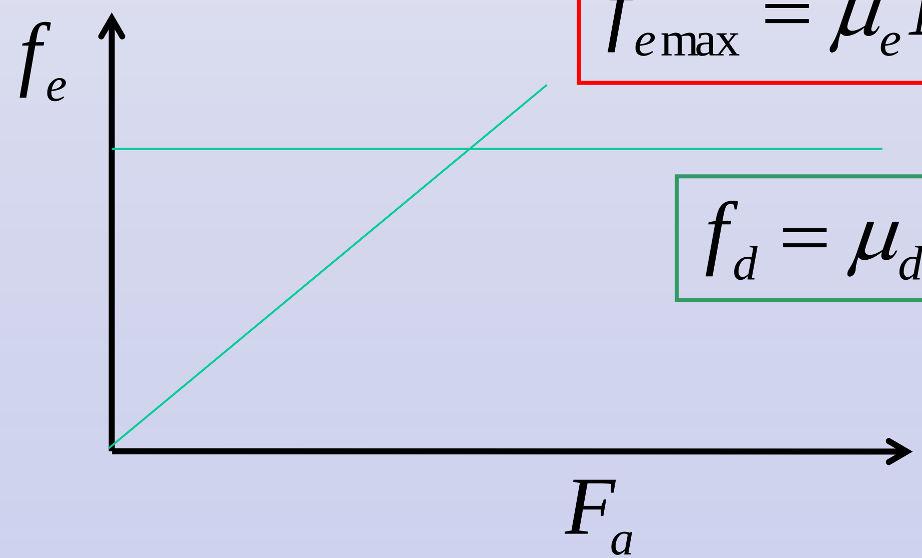
$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Resolviendo la ecuación de movimiento

Receta

1. Realice el diagrama de cuerpo libre.
2. Establezca los vínculos entre los distintos cuerpos o entre las diferentes magnitudes que aparecen en el problema.
3. Escriba las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo.
4. Plantee las ecuaciones en coordenadas.
5. Finalmente, resuelva el sistema de ecuaciones obtenido.

Rozamiento



$$f_{e\max} = \mu_e N$$

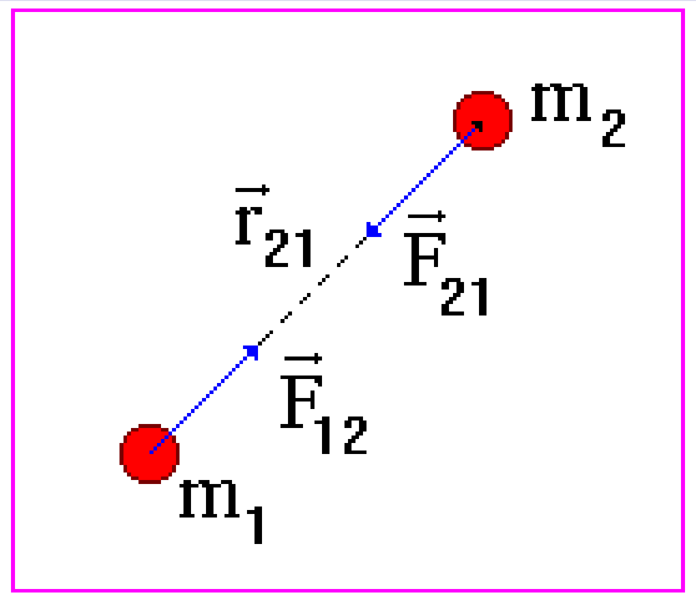
$$f_d = \mu_d N$$

Leyes Clásicas

- La resistencia al desplazamiento tangencial es proporcional al la fuerza normal.

- La resistencia al desplazamiento es independiente de las dimensiones de las superficies de contacto.

Ley de la gravitación universal

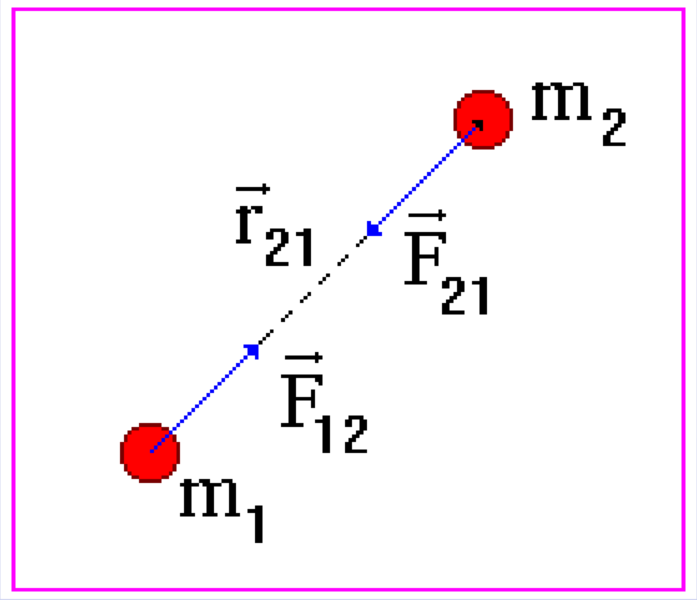


$$\vec{F}_{21} = -G\,\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\,\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

$$\vec{F}_{21} = -G\,\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\,\vec{e}_r$$

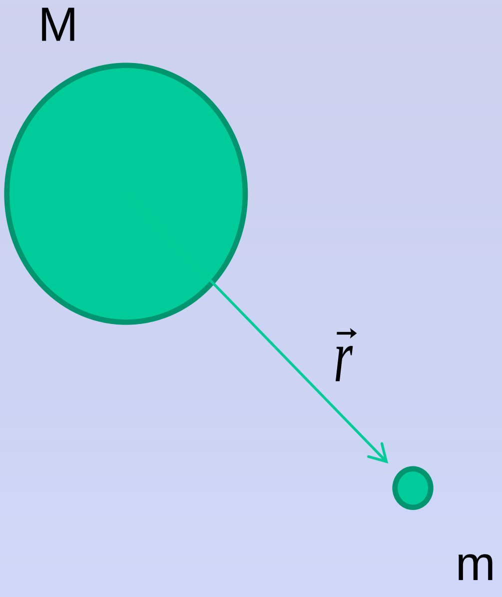
$$G = 6{,}67.10^{-11}\,\frac{N.m^2}{kg^2}$$

Fuerza Elástica



$$\boxed{\vec{F}_{21} = \vec{F}_e = -k\,\vec{r}_{21}}$$

Donde k es la constante elástica



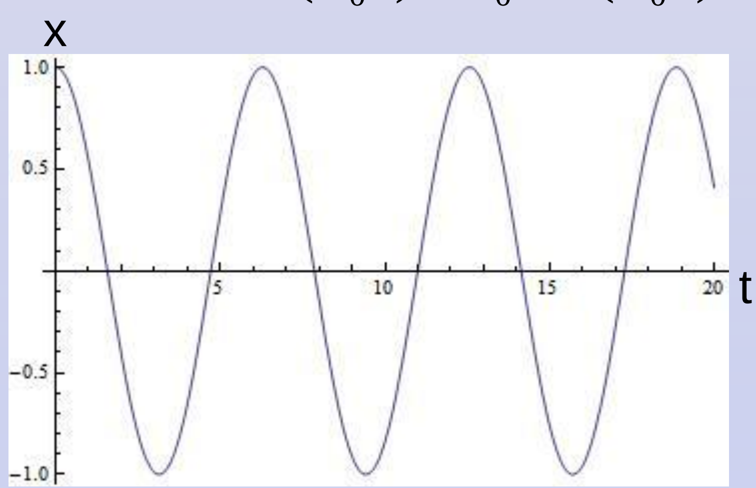
$$\boxed{\vec{F}_e = -k\,\vec{r}}$$

Oscilaciones

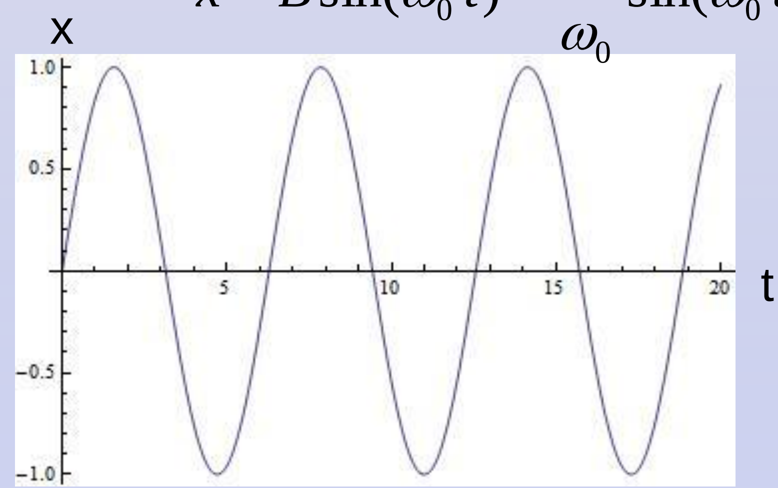
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Ecuación diferencial ordinaria de segundo orden.

$$x = A\cos(\omega_0\, t) = x_0 \cos(\omega_0\, t)$$



$$x = B\sin(\omega_0\, t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\sin(\omega_0\, t)$$



Condiciones iniciales

$$t = 0 \quad \begin{cases} x = x_0 \\ \dot{x} = 0 \end{cases}$$

$$t = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ \dot{x} = \dot{x}_0 \end{cases}$$

Oscilaciones

$$\boxed{\ddot{x}+\omega_0^2 x = 0}$$

Ecuación diferencial ordinaria de segundo orden.

Solución más general posible

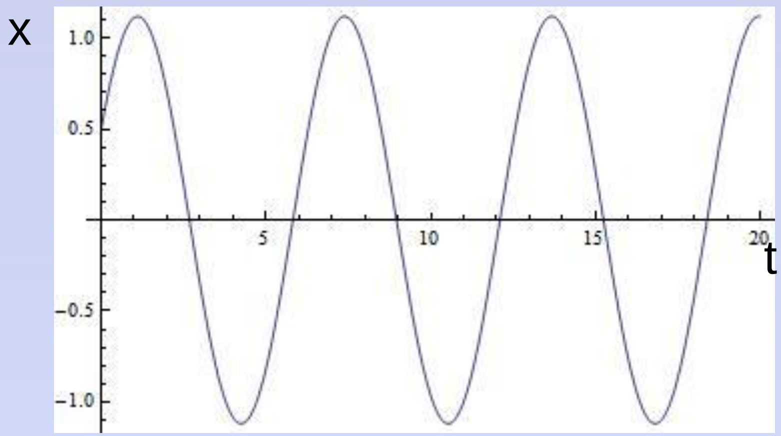
$$C=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\right)^2}$$

$$x = x_0 \cos(\omega_0\, t) \qquad x=\frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\sin(\omega_0\, t)$$

$$\tan(\delta)=\frac{x_0\omega_0}{\dot{x}_0}$$

$$\boxed{x = A\cos(\omega_0\, t)+B\sin(\omega_0\, t)}$$

$$x = C\sin(\omega_0\, t+\delta)$$

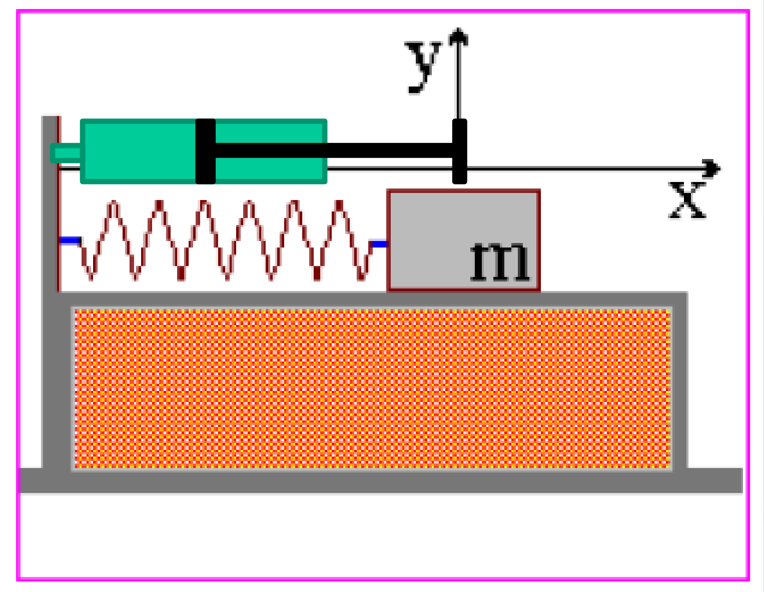


Oscilaciones amortiguadas

$$\omega_0 > \alpha \qquad \Omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2 \qquad \alpha = \frac{k_1}{2}$$

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left[u_0 \cos(\Omega\, t) + \frac{\dot{u}_0}{\Omega} sen(\Omega\, t)\right]$$

Movimiento oscilatorio amortiguado



$$\omega_0 < \alpha \qquad \Omega' = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \qquad \alpha = \frac{k_1}{2}$$

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left[A e^{-\Omega' t} + B e^{\Omega' t}\right]$$

Movimiento sobre-amortiguado

La ecuación

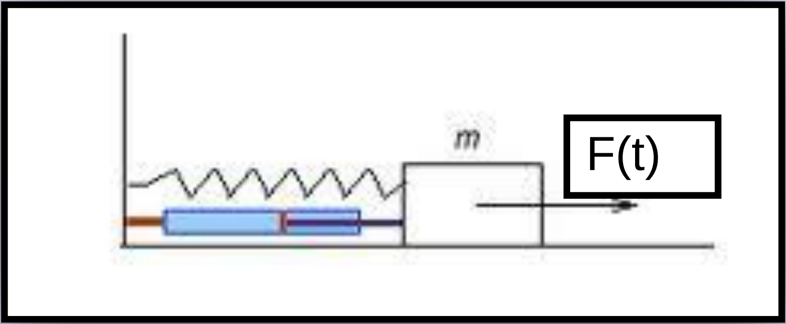
$$\ddot{x} + k_1 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \alpha$$

$$x(t) = e^{-\alpha t}\left[A + B t\right]$$

Movimiento oscilatorio críticamente amortiguado

Oscilaciones Forzadas



$$\vec{F}_e + \vec{N} + \vec{F}_v + m\vec{g} + \vec{F}(t) = m\vec{a}$$

donde

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin(\omega t)\hat{i}$$

La ecuación que el sistema satisface es:

$$\boxed{\ddot{x} + k_1\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \sin(\omega t)}$$

$$\boxed{k_1 = \frac{k_v}{m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k_e}{m}, \quad f_0 = \frac{F_0}{m}}$$

$$x = x_H(t) + x_P(t)$$

$$x_H = Ce^{-\alpha t}\sin(\Omega t + \delta)$$

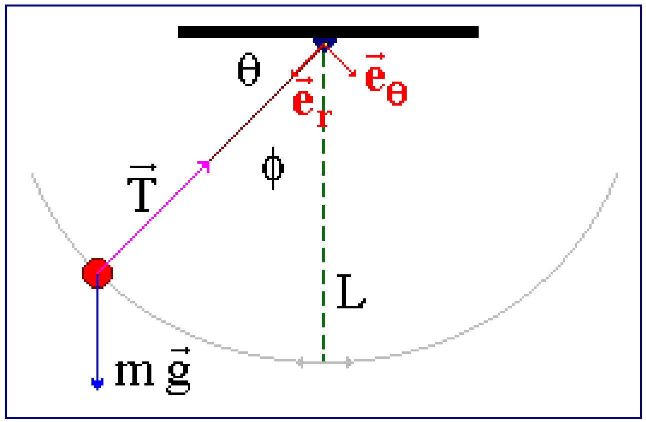
$$\alpha = \frac{k_v}{2m}$$

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha_0^2}$$

$$x_P = B\sin(\omega t + \Phi)$$

$$B = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha\omega)^2}} \qquad tg(\Phi) = \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Péndulo



Pequeñas oscilaciones

$$\operatorname{sen}\phi \cong \phi \qquad \phi = \phi_\circ \cos(wt)$$

$$\ddot{\phi} = -\left(\frac{g}{L}\right)\phi \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad w = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

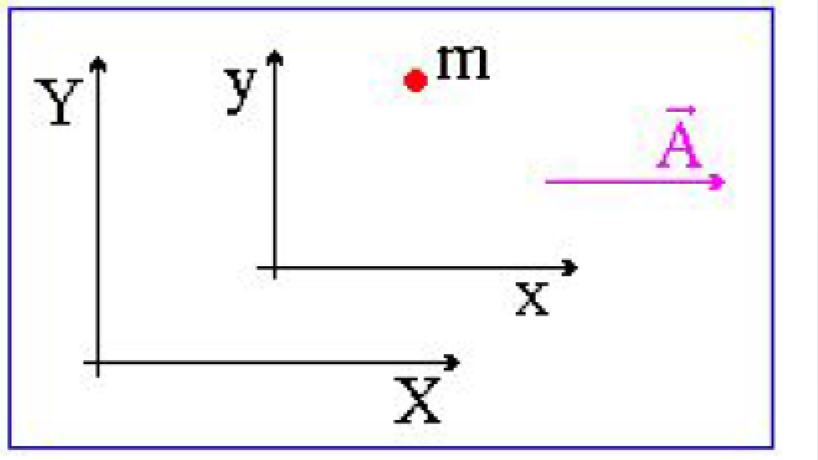
Solución General

$$\ddot{\phi} = -\left(\frac{g}{L}\right)\operatorname{sen}\phi \qquad T = 2\pi\left(\frac{L}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{1}{4}k^2 + \frac{9}{64}k^4 + \ldots\ldots\ldots\ldots\right)$$

$$k = \operatorname{sen}\left(\frac{\phi_\circ}{2}\right)$$

Sistemas de referencia inerciales y no inerciales

Ecuación de movimiento para un observador no inercial



$$\vec{F} = m\,\vec{a}_{xyz} + m\vec{A}_{XYZ} \quad \Longrightarrow \quad \vec{F} + \left(-m\vec{A}_{XYZ}\right) = m\,\vec{a}_{xyz}$$

$$\vec{f} = -m\vec{A}_{XYZ}$$

Fuerza Inercial,