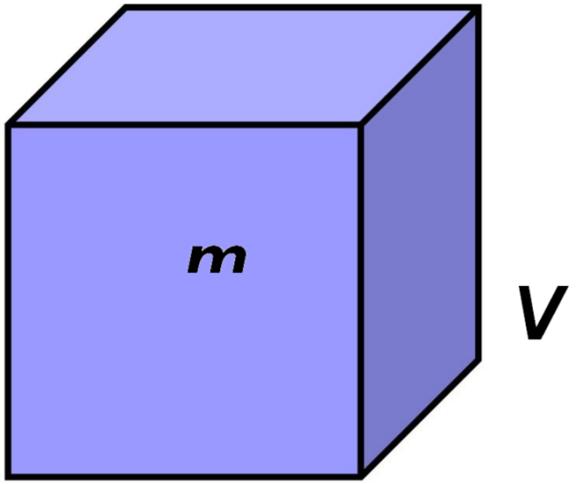
Mecánica de los Fluidos

Densidad

La densidad de una sustancia es la masa dividido por el volumen que ocupa:

$$\rho = \frac{m}{V}$$



Unidades en el SI: kg/m^3

Ejemplo:

S.I $\Longrightarrow$ $\rho_{agua} = 1000\ Kg/m^3$

c.g.s. $\Longrightarrow$ $\rho_{agua} = 1\ g/cm^3$

11.1 Mass Density

Table 11.1 Mass Densities[a] of Common Substances

Substance	Mass Density ρ (kg/m^3)
Solids	
Aluminum	2700
Brass	8470
Concrete	2200
Copper	8890
Diamond	3520
Gold	19 300
Ice	917
Iron (steel)	7860
Lead	11 300
Quartz	2660
Silver	10 500
Wood (yellow pine)	550
Liquids	
Blood (whole, 37 °C)	1060
Ethyl alcohol	806
Mercury	13 600
Oil (hydraulic)	800
Water (4 °C)	1.000×10^3
Gases	
Air	1.29
Carbon dioxide	1.98
Helium	0.179
Hydrogen	0.0899
Nitrogen	1.25
Oxygen	1.43

[a] Unless otherwise noted, densities are given at 0 °C and 1 atm pressure.

Ejemplo. Fracción de sangre en el cuerpo

El cuerpo de un hombre cuyo peso es 690 N contiene alrededor de 5.2×10^{-3} m^3 de sangre.

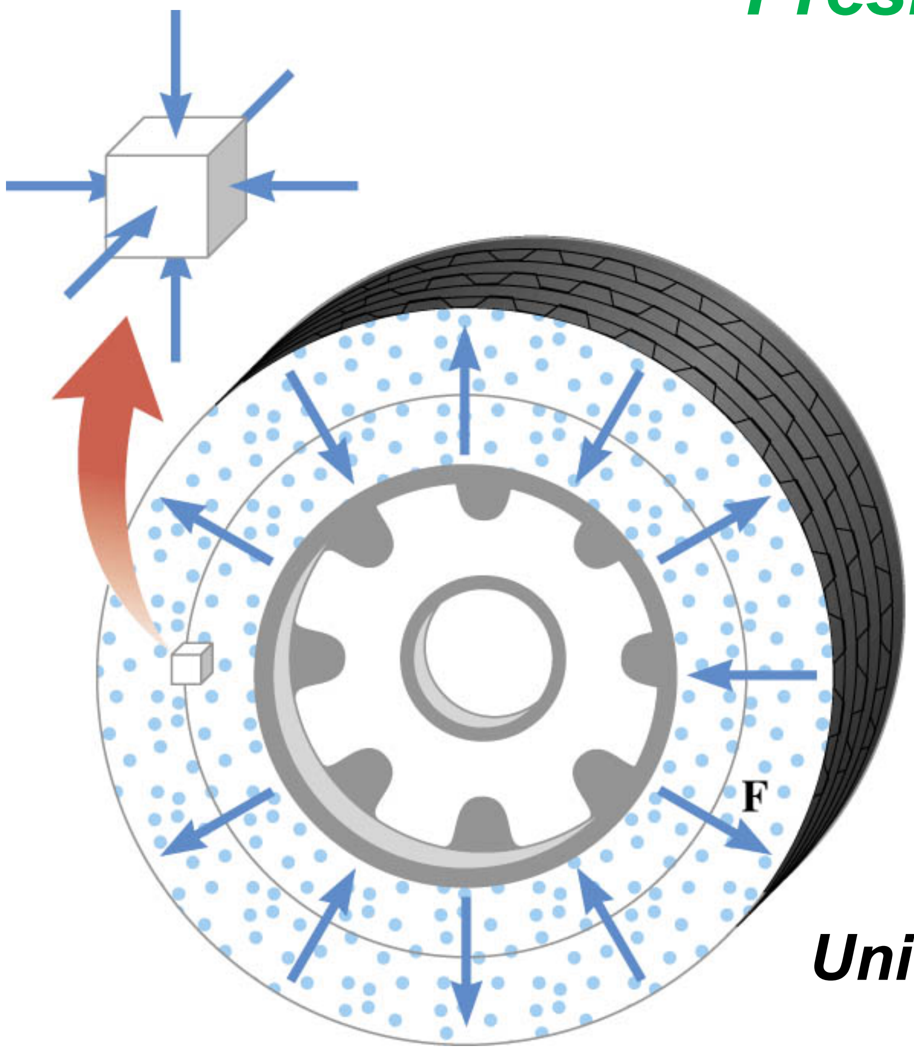
(a)Encontrar el peso de la sangre y
(b)Expresarla como porcentaje del peso del cuerpo.

$$m = V\rho_{sangre} = \left(5.2\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3\right)\left(1060\,\mathrm{kg/m}^3\right) = 5.5\,\mathrm{kg}$$

a) $$W = mg = \left(5.5\,\mathrm{kg}\right)\left(9.80\,\mathrm{m/s}^2\right) = 54\,\mathrm{N}$$

b) $$\mathrm{Porcentaje} = \frac{54\,\mathrm{N}}{690\,\mathrm{N}}\times100\% = 7.8\%$$

Presión



$$P = \frac{F}{A}$$

Unidad en el SI : 1 N/m^2 = 1Pa

Pascal

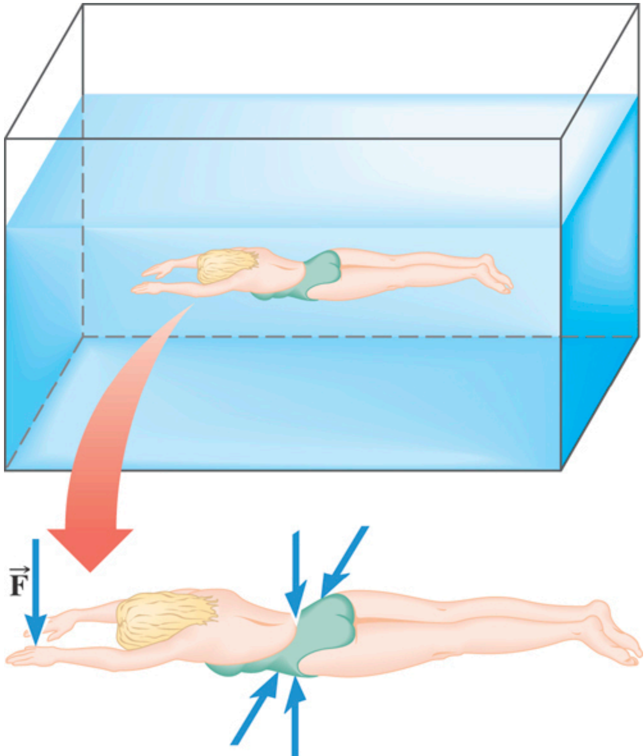
Ejemplo. Fuerza sobre un nadador

Suponer que la presión actuando sobre el dorso de la mano de un nadador es $1.2\text{x}10^5$ Pa.

El área superficial del dorso de la mano es $8.4\text{x}10^{-3}\text{m}^2$.

(a) Determinar la magnitud de la fuerza actuando sobre ella.

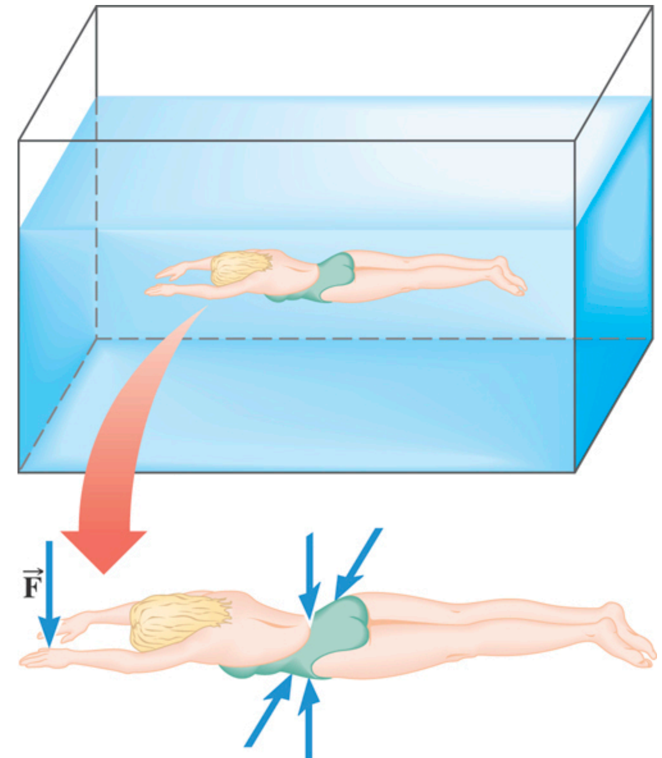
(b) Discutir sobre la dirección de la fuerza.



$$P = \frac{F}{A}$$

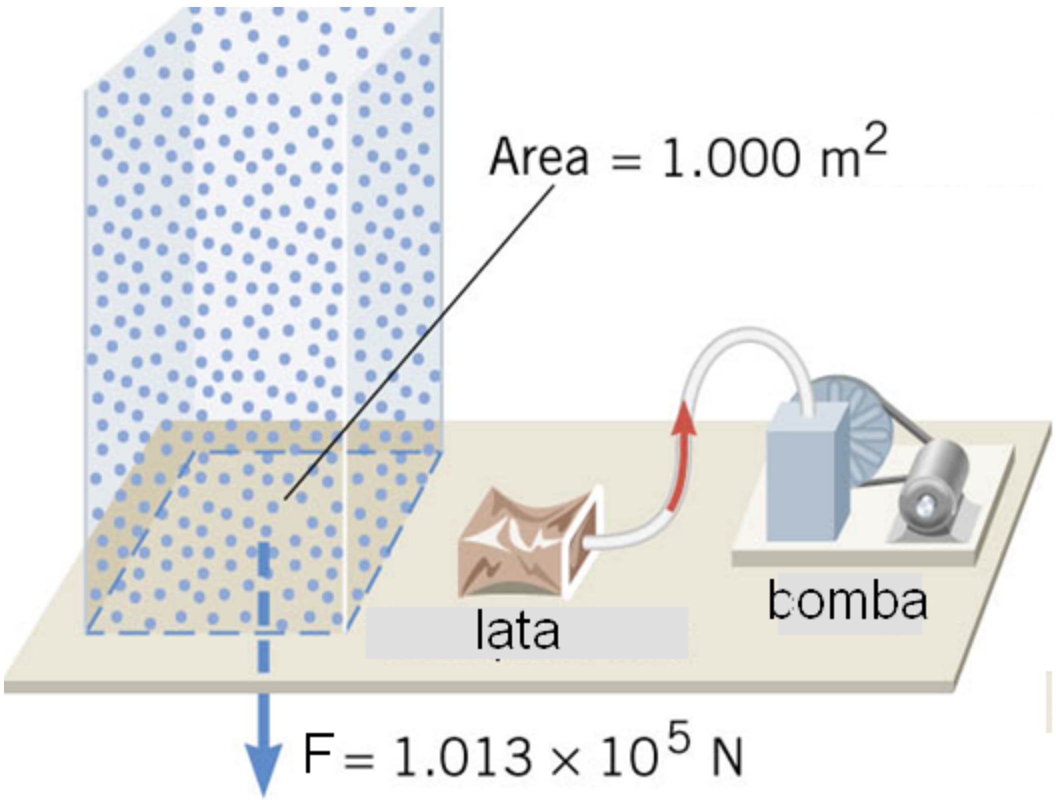
$$F = PA = \left(1.2\times10^{5}\ \mathrm{N/m^{2}}\right)\left(8.4\times10^{-3}\,\mathrm{m^{2}}\right)$$
$$= 1.0\times10^{3}\ \mathrm{N}$$

Como el agua presiona perpendicularmente sobre el dorso de la mano, la fuerza está dirigida hacia abajo (para la posición de la figura).

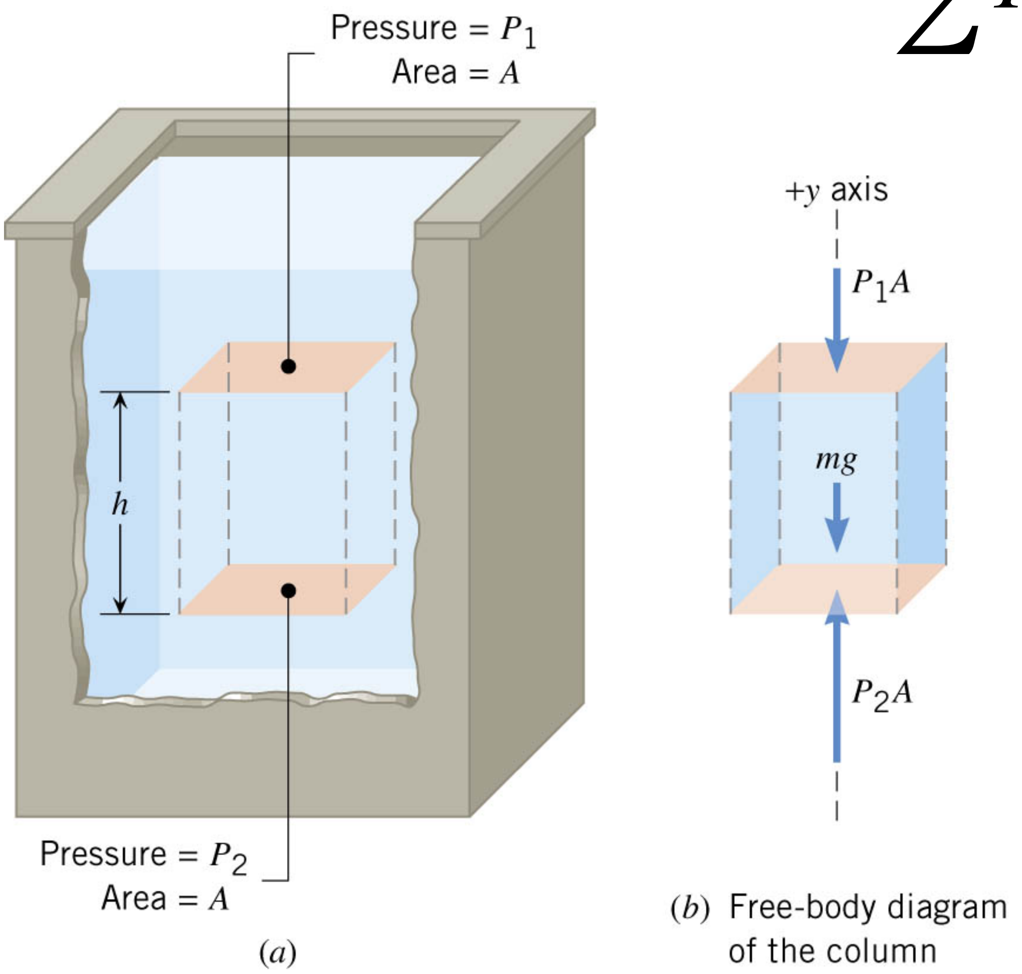


Presión atmosférica al nivel del mar:

1.013×10^5 Pa = 1 atmósfera



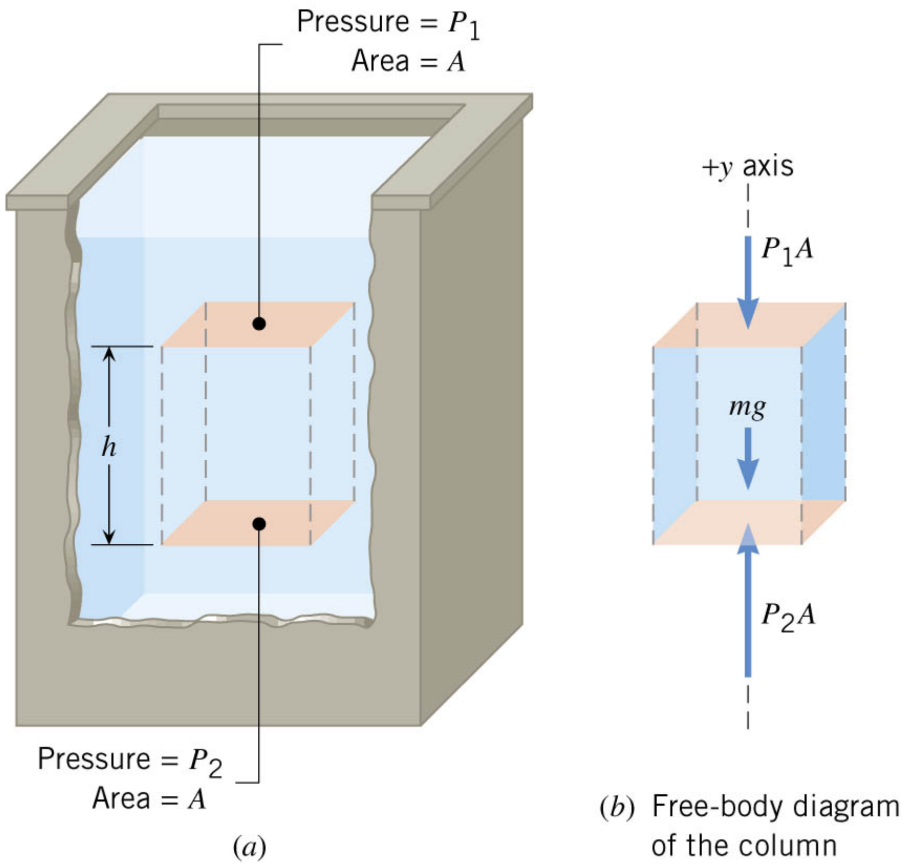
Presión y profundidad en un fluido estático



$$\sum F_y = P_2 A - P_1 A - mg = 0$$

$$P_2 A = P_1 A + mg$$

$$m = V\rho$$



$$V = Ah$$

$$P_2A = P_1A + \rho Vg$$

$$P_2A = P_1A + \rho Ahg$$

$$P_2 = P_1 + \rho hg$$

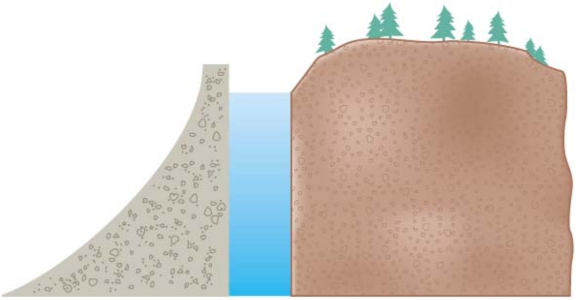
Conceptual Example 3 The Hoover Dam

Lake Mead is the largest wholly artificial reservoir in the United States. The water in the reservoir backs up behind the dam for a considerable distance (120 miles).

Suppose that all the water in Lake Mead were removed except a relatively narrow vertical column.

Would the Hoover Same still be needed to contain the water, or could a much less massive structure do the job?

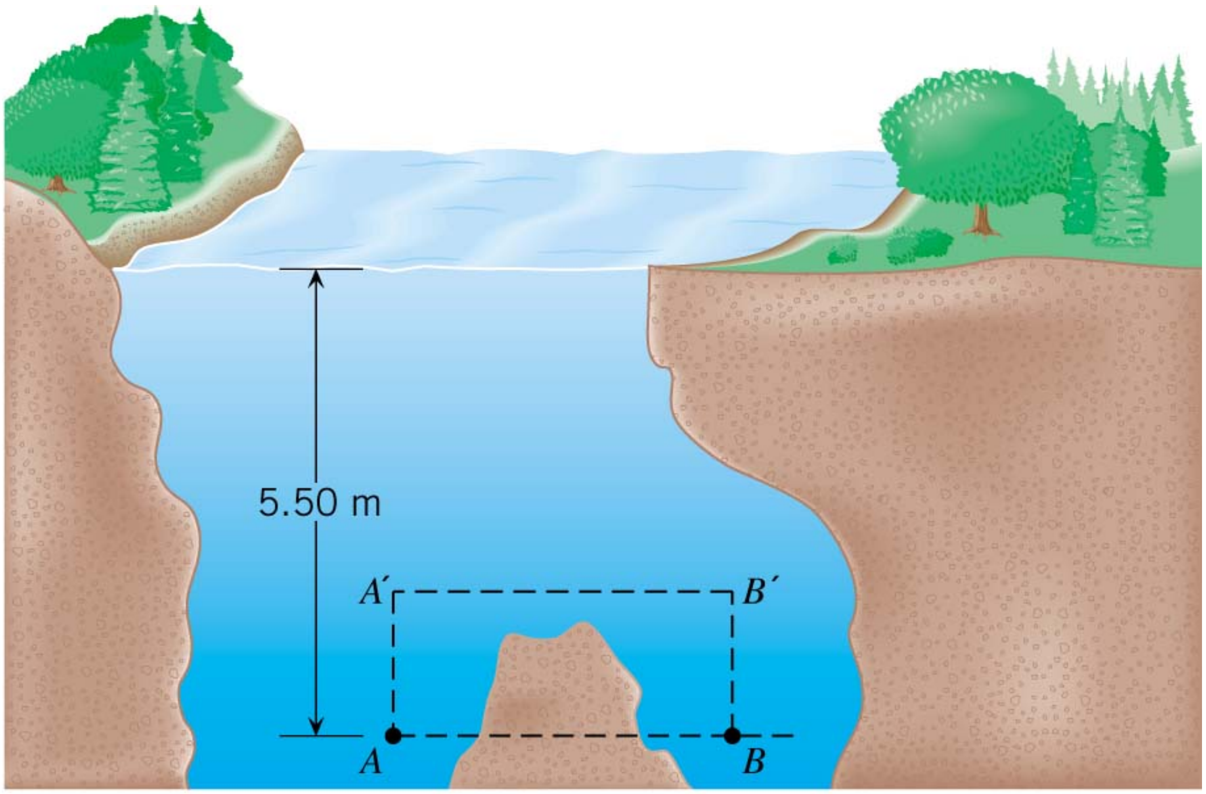
(*a*)

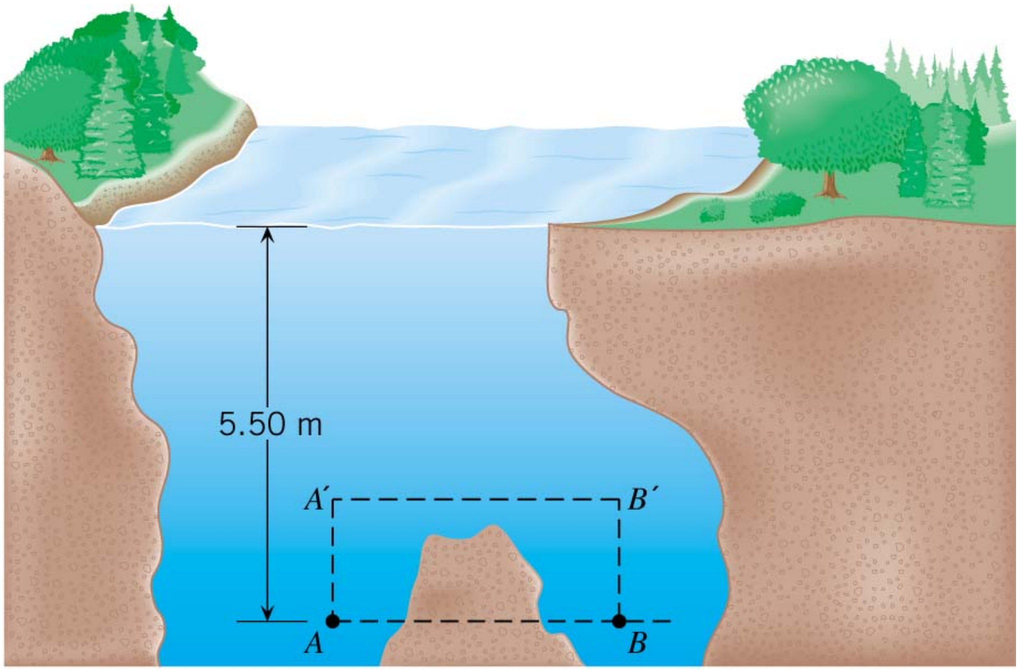


(*b*)

Ejemplo. 4 Un hueco para nadar

Los puntos A y B están localizados a una distancia de 5.50 m debajo de la superficie del agua.
Encontrar la presión en cada uno de los dos puntos.



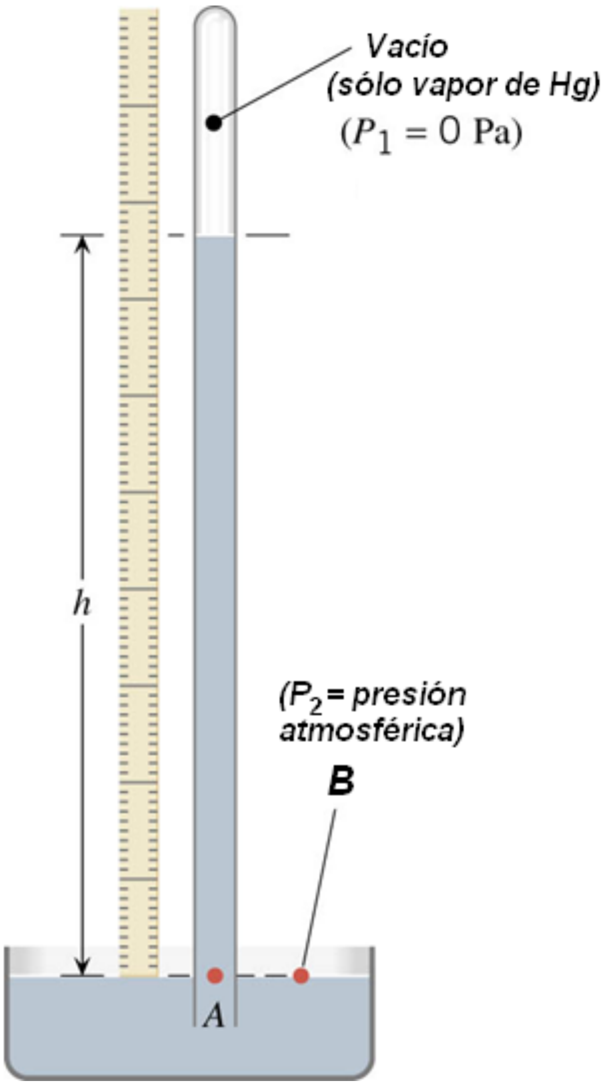


$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

$$P_A = P_2 = \overbrace{\left(1.01\times10^5\ \text{Pa}\right)}^{\text{presión atmosferica}} + \left(1.00\times10^3\ \text{kg/m}^3\right)\left(9.80\ \text{m/s}^2\right)\left(5.50\ \text{m}\right)$$

$$= 1.55\times10^5\ \text{Pa}$$

Medidores de presión: barómetro



$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

$$\Downarrow$$

$$P_{atm} = \rho g h$$

$$\Downarrow$$

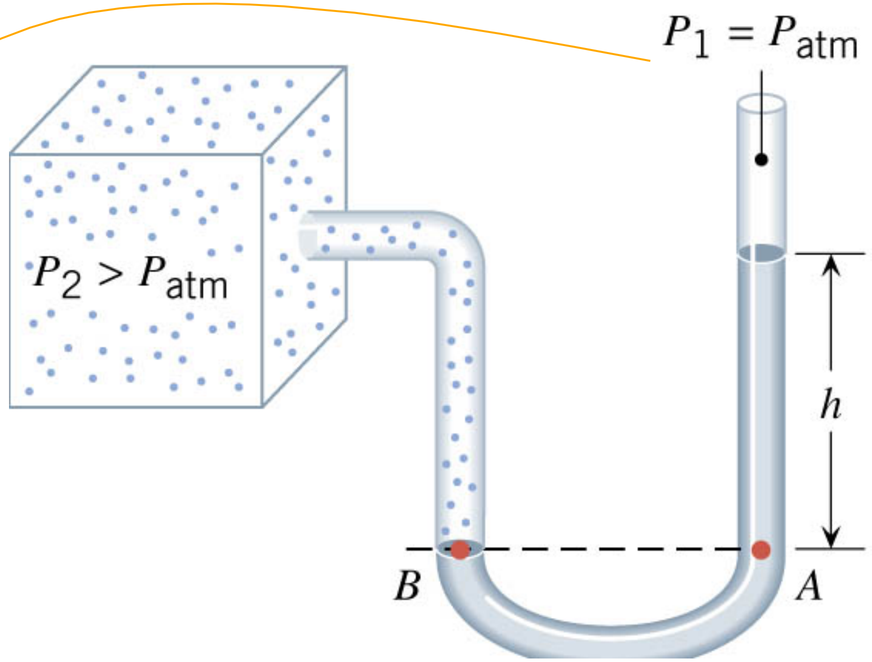
$$h = \frac{P_{atm}}{\rho g} = \frac{\left(1.01\times10^5\ \text{Pa}\right)}{\left(13.6\times10^3\ \text{kg/m}^3\right)\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)}$$

$$= 0.760\ \text{m} = 760\ \text{mm}$$

Medidores de presión: Manómetros

$$P_2 = P_B = P_A$$

$$P_A = P_1 + \rho g h$$



Presión absoluta

$$\underbrace{P_2 - P_{atm}}_{\text{presión manométrica}} = \rho g h$$

Presión absoluta y presión manométrica (relativa)

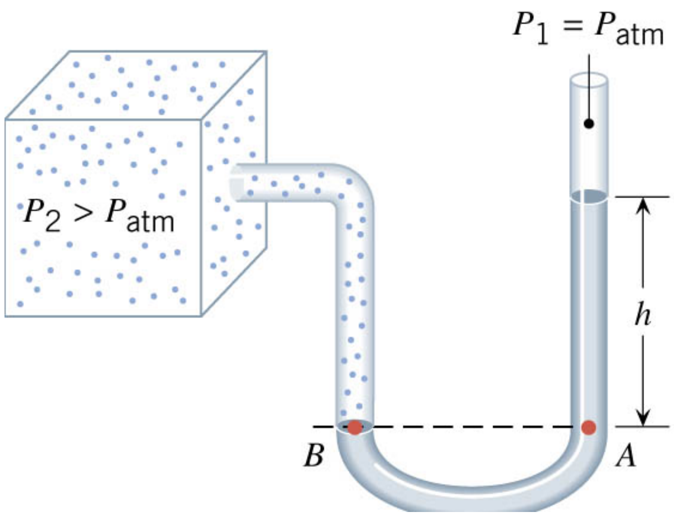
Presión absoluta

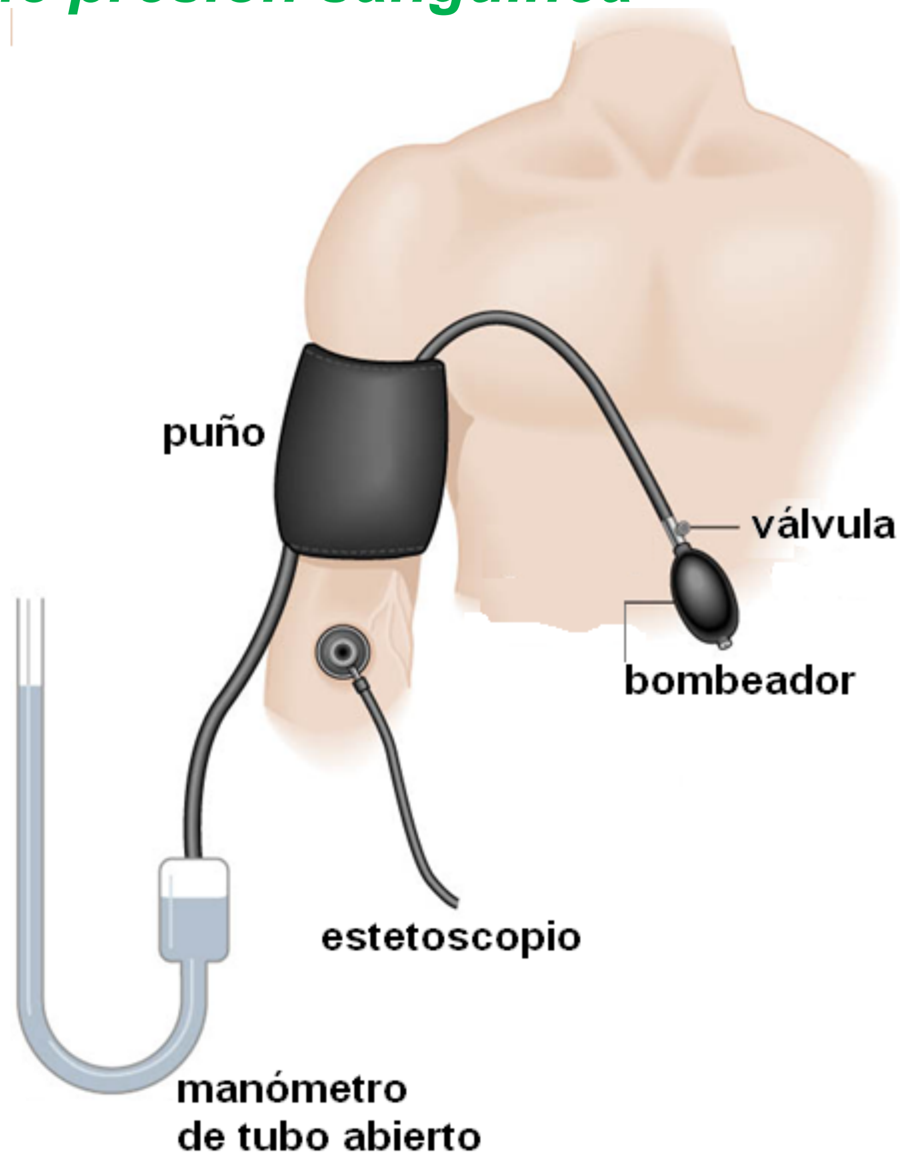
$$\underbrace{P_2 - P_{atm}}_{\text{presión manométrica}} = \rho\, g h$$

$$P_{absoluta} - P_{atmosférica} = presión\ manométrica$$

$$P_{absoluta} = presión\ manométrica + P_{atmosférica}$$

Medidor de presión sanguínea





1) Presión sistólica (alta)
2) Presión diastólica (baja)

Valores normales:

1) 120 Torr
2) 80 Torr

Otras unidades de presión

1.013×10^5 Pa = 1013 hPa =

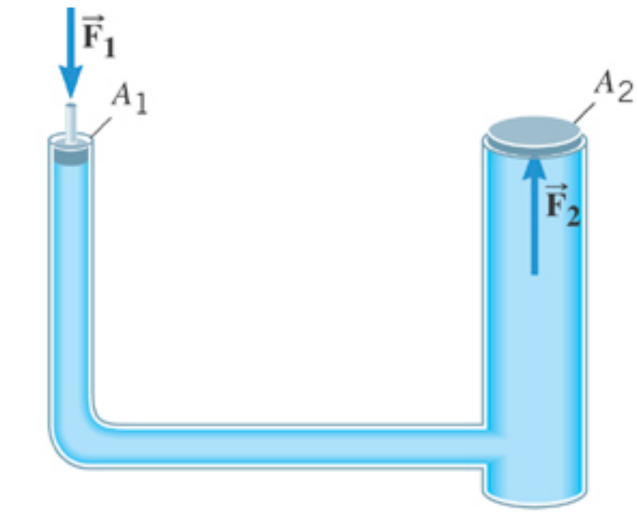
= 1013 mbar =

=1 atm = 760 mm de Hg (Torr)=

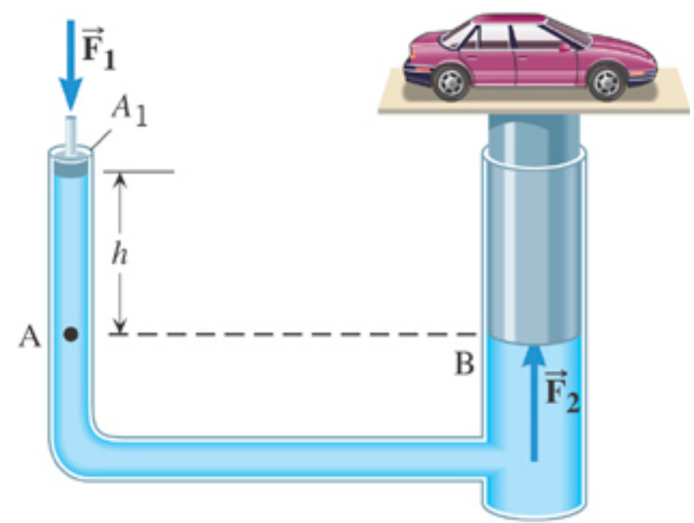
= 14.7 $lb/pulg^2$ =1.03 kg/cm^2 = 10.3 m de agua

Principio de Pascal

Cualquier cambio en la presión aplicada a un fluido confinado es transmitida, indistintamente, hacia todas las partes del fluido y las paredes que lo encierran.

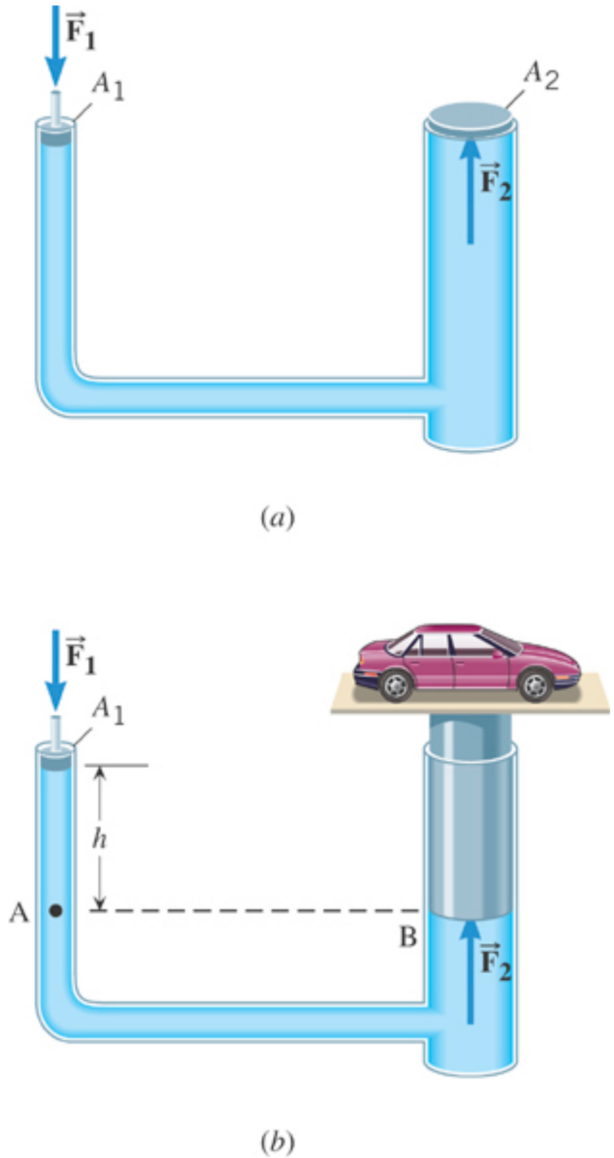


(a)



(b)

11.5 Principio de Pascal



$$P_2 = P_1 + \rho g (0\,\mathrm{m})$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$\Downarrow$$

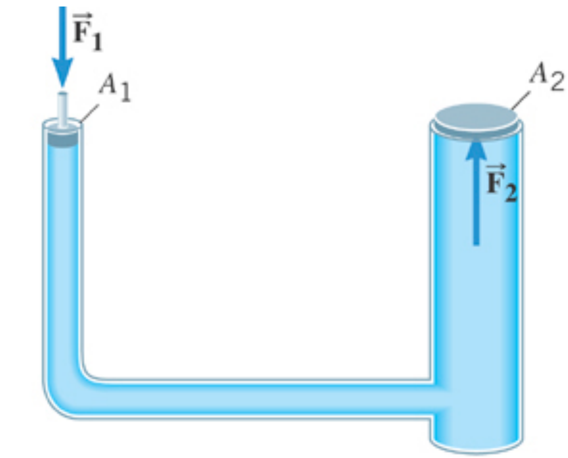
$$F_2 = F_1\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

Ejemplo. Elevando un auto.

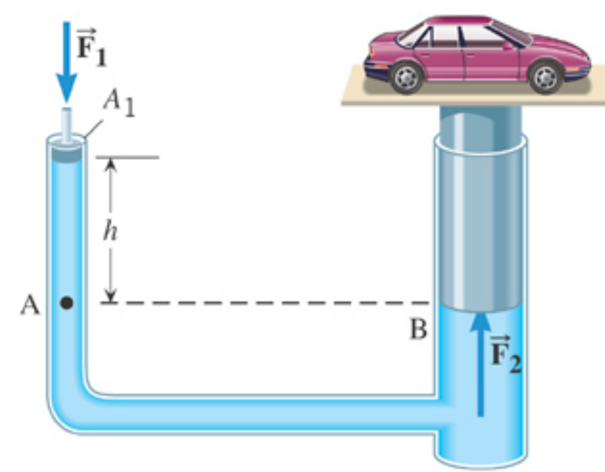
El pistón de entrada (1) tiene un radio de 0.0120 m y el émbolo de salida (2) tiene un radio de 0.150 m.

El peso combinado del auto y el pistón es 20500 N. Suponer que el pistón de entrada (1) tiene un peso despreciable, ¿Qué fuerza de entrada (F_1) se requiere?

a)si la superficie inferior del pistón y del émbolo están al mismo nivel.
b)Si tienen un desnivel h= 1.10 m.



(a)

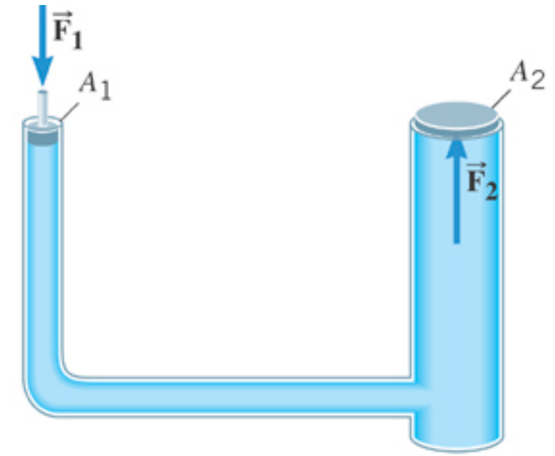


(b)

a)

$$P_2 = P_1 + \rho g(0\,\mathrm{m}) \longrightarrow F_2 = F_1\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

$$F_2 = (20500\,\mathrm{N})\frac{\pi(0.0120\,\mathrm{m})^2}{\pi(0.150\,\mathrm{m})^2} = 131\,\mathrm{N}$$



(a)

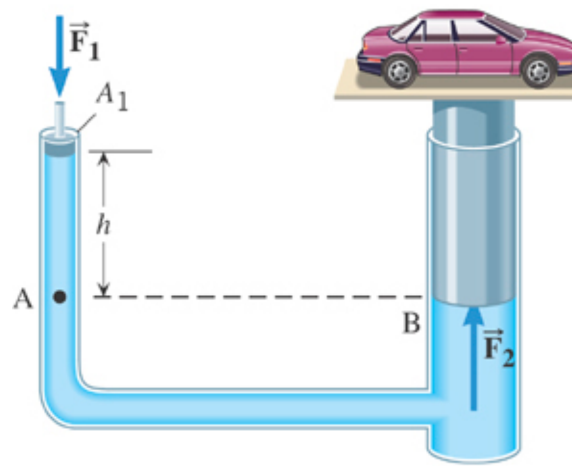
b)

$$P_2 = P_B = P_A$$

$$P_A = P_1 + \rho g(h)$$

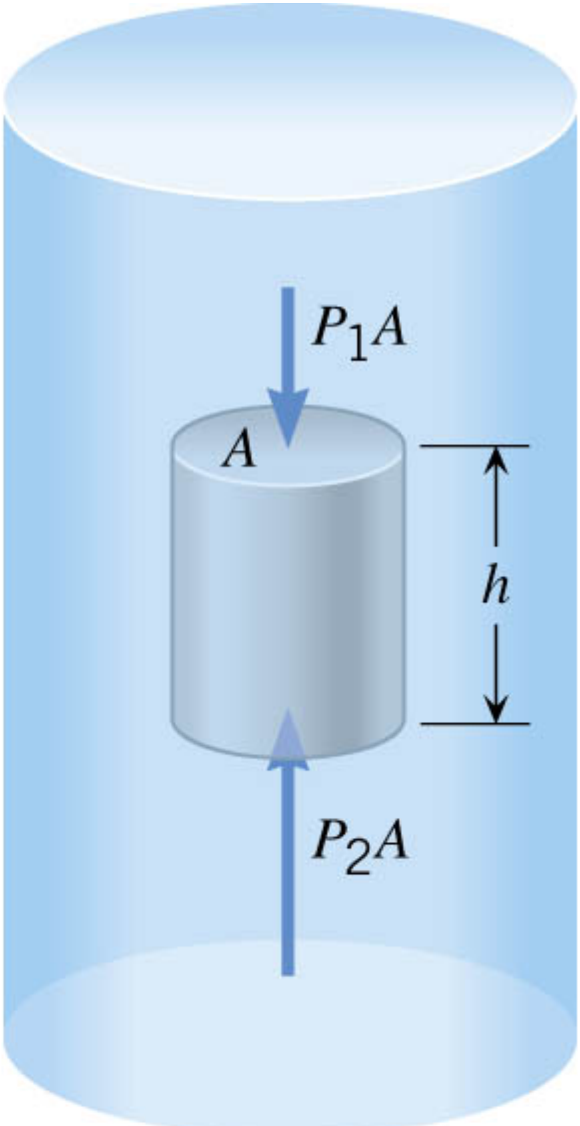
$$P_2 = P_1 + \rho g(h)$$

$$\frac{F_2}{\pi r_2^2} = \frac{F_1}{\pi r_1^2} + \rho g h \longrightarrow F_1 = 127\,\mathrm{N}$$



(b)

Principio de Arquímides



$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

$$F_B = P_2A - P_1A = (P_2 - P_1)A$$

$$\Downarrow$$

$$V = hA$$

$$F_B = \rho g h A$$

$$\Downarrow$$

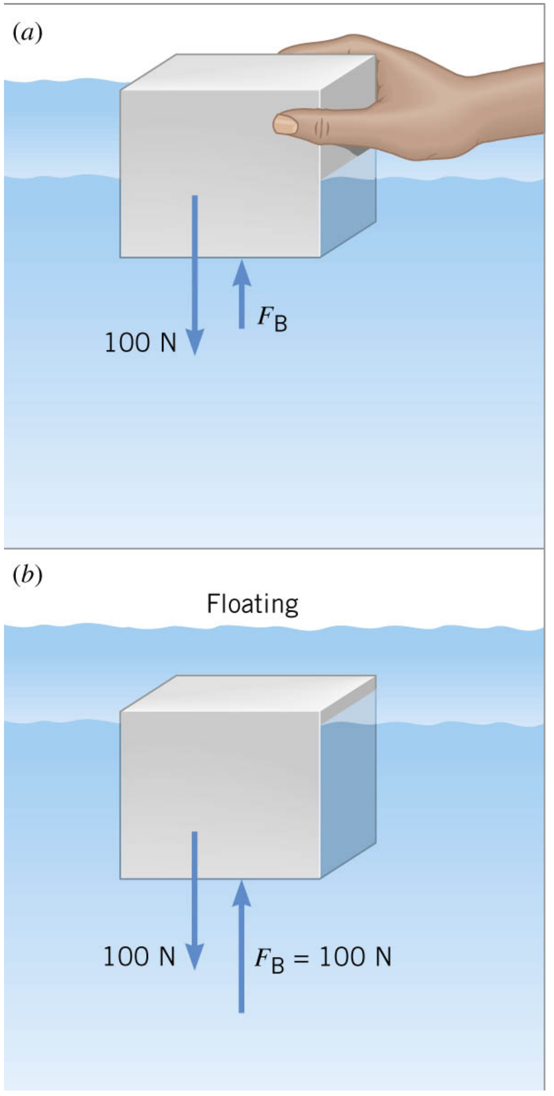
$$F_B = \underbrace{\rho V}_{\text{masa de fluido desplazado}} g = (m_{\text{fluido desplazado}})g$$

Principio de Arquímides

Cualquier fluido aplica una fuerza a un objeto que se encuentra parcialmente o completamente sumergido. La magnitud de la ***fuerza de flotación*** (*Buoyant Force*) es igual al peso del fluido que el objeto desplaza:

$$\underbrace{F_B}_{\text{fuerza de flotación}} = \underbrace{W_{\text{fluid}}}_{\substack{\text{peso de} \\ \text{fluido desplazado}}}$$

Ejemplo: introducimos un objeto de 100 N de peso.
A medida que se sumerge, aumenta el valor de la fuerza de flotación (F_B).

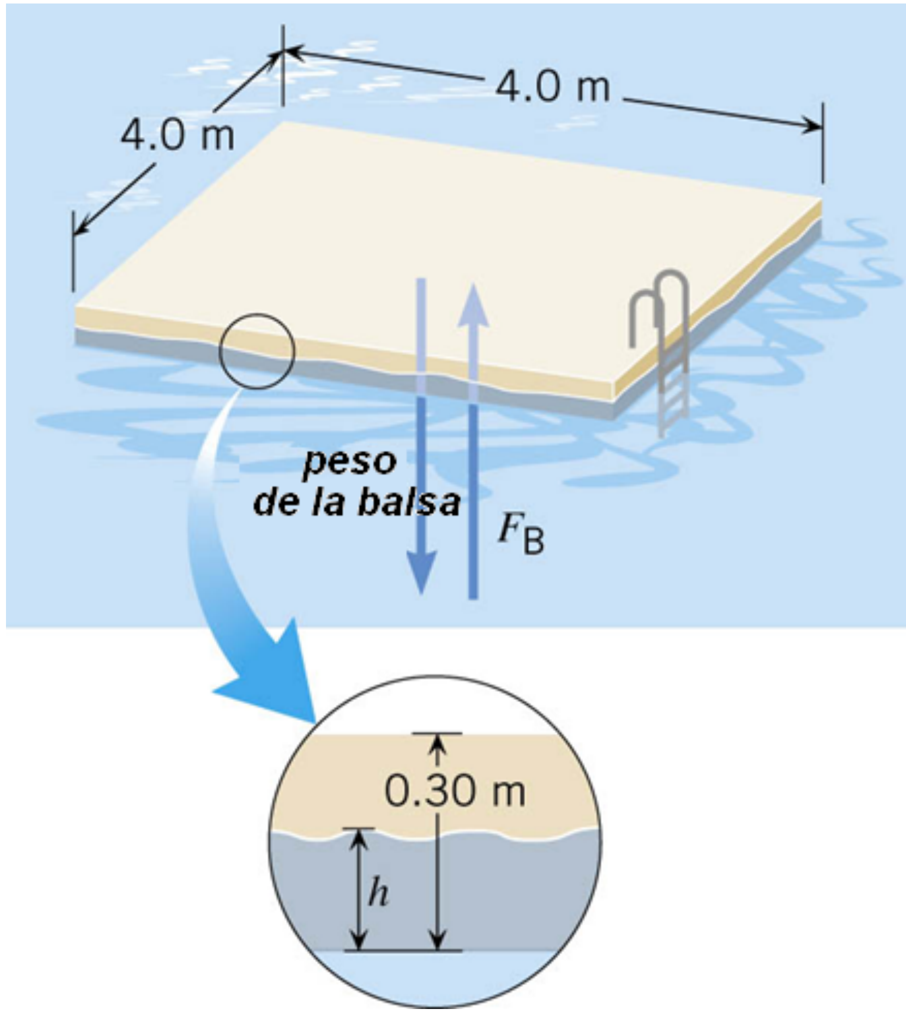


Si lo soltamos y el objeto queda flotando (total o parcialmente sumergido), la magnitud de la fuerza de flotación es igual a la magnitud de su peso:

$$F_B = W$$

Ejemplo. Balsa de madera

La balsa está hecha de madera sólida de pino. Determinar si la balsa flota en agua y si es así, qqué distancai “h” queda sumergida.



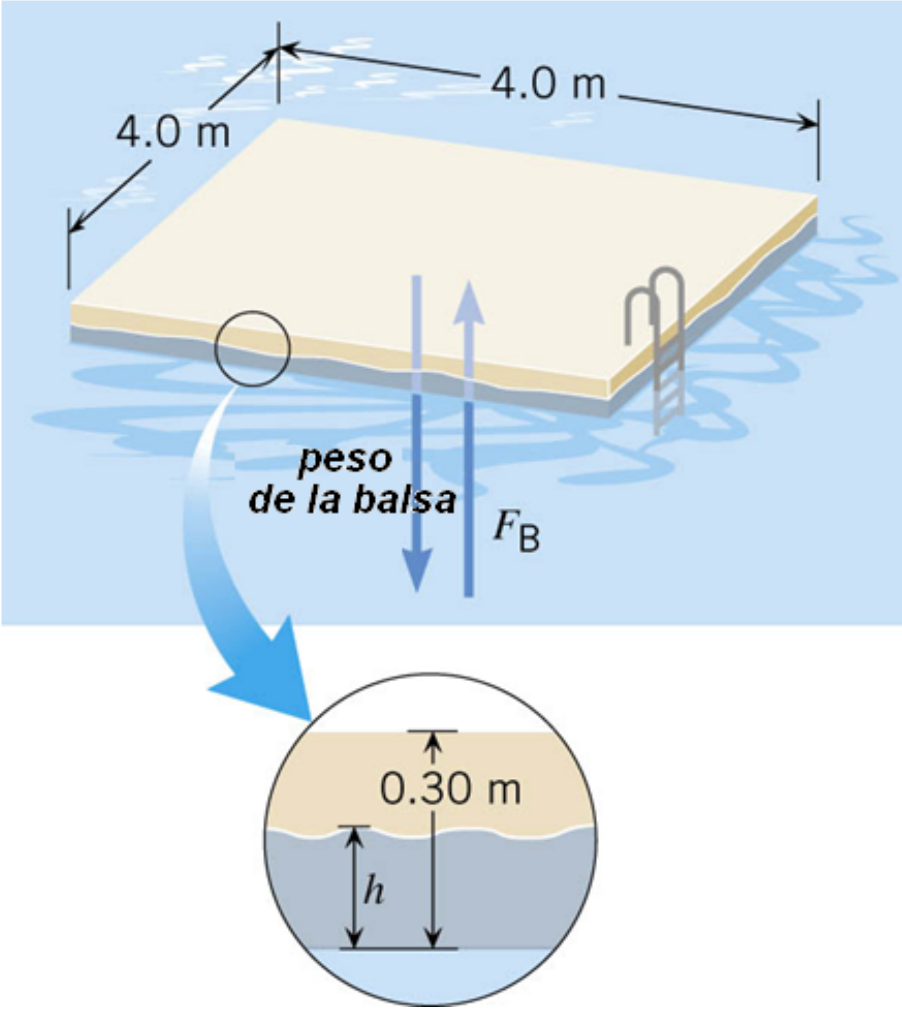
$$V_{balsa} = (4.0\,\mathrm{m})(4.0\,\mathrm{m})(0.30\,\mathrm{m}) = 4.8\,\mathrm{m}^3$$

Fuerza de flotación:

$$F_B^{\max} = \rho V g = \rho_{agua} V_{\substack{agua \\ desplazada}} g$$

$$= \left(1000\,\mathrm{kg/m^3}\right)\left(4.8\mathrm{m}^3\right)\left(9.80\,\mathrm{m/s^2}\right)$$

$$= 47000\ \mathrm{N}$$

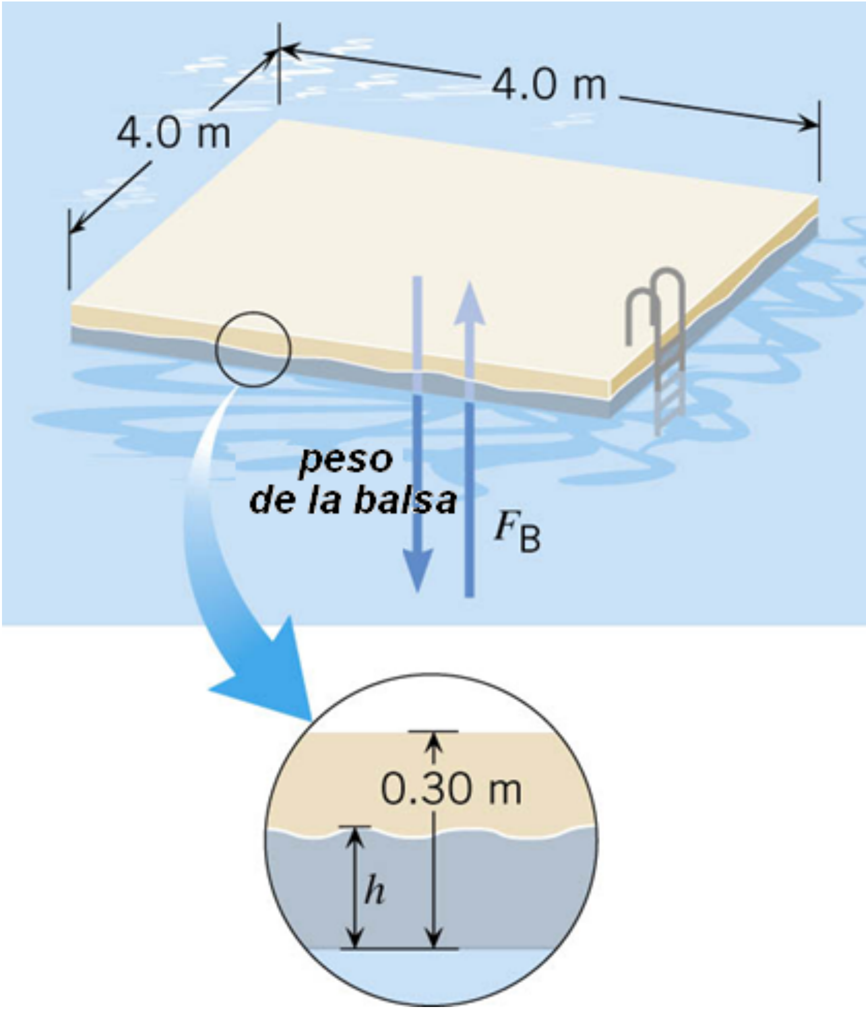


$$W_{balsa} = m_{balsa} g = \rho_{pino} V_{balsa} g$$

$$= \left(550\,\mathrm{kg/m^3}\right)\left(4.8\mathrm{m^3}\right)\left(9.80\,\mathrm{m/s^2}\right)$$

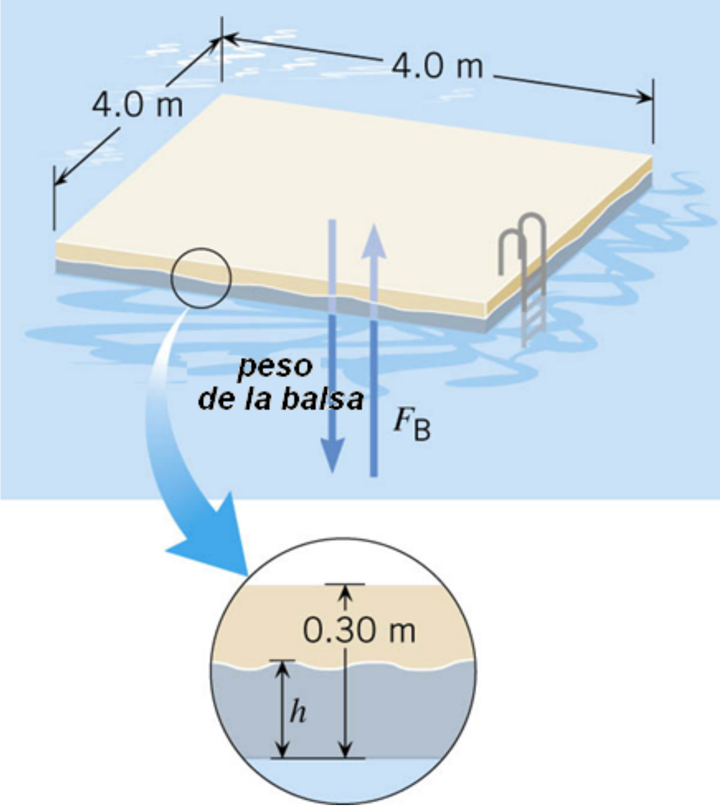
$$= 26000\,\mathrm{N} < 47000\,\mathrm{N}$$

La balsa flota!



11.6 Principio de Arquímides

***Si la balsa está flotando*:**



$$W_{raft} = F_B$$

$$\Downarrow$$

$$26000\ \mathrm{N} = \rho_{water} V_{water} g$$

$$\Downarrow$$

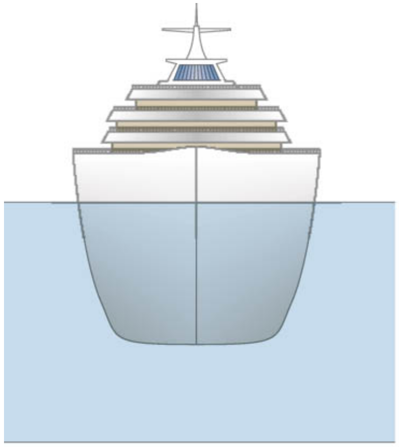
$$26000\ \mathrm{N} = \left(1000\ \mathrm{kg/m^3}\right)\left(4.0\ \mathrm{m}\right)\left(4.0\ \mathrm{m}\right)h\left(9.80\ \mathrm{m/s^2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$h = \frac{26000\ \mathrm{N}}{\left(1000\ \mathrm{kg/m^3}\right)\left(4.0\ \mathrm{m}\right)\left(4.0\ \mathrm{m}\right)\left(9.80\ \mathrm{m/s^2}\right)} = 0.17\ \mathrm{m}$$

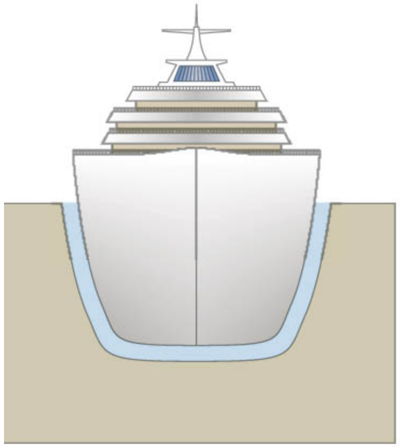
Ejemplo conceptual. Qué cantidad de agua se necesita para que flote un barco?

Un barco flota en el océano.
¿Es necesaria esa cantidad de agua para que flote?
¿Podrá flotar un barco en la cantidad de agua que contiene una piscina?



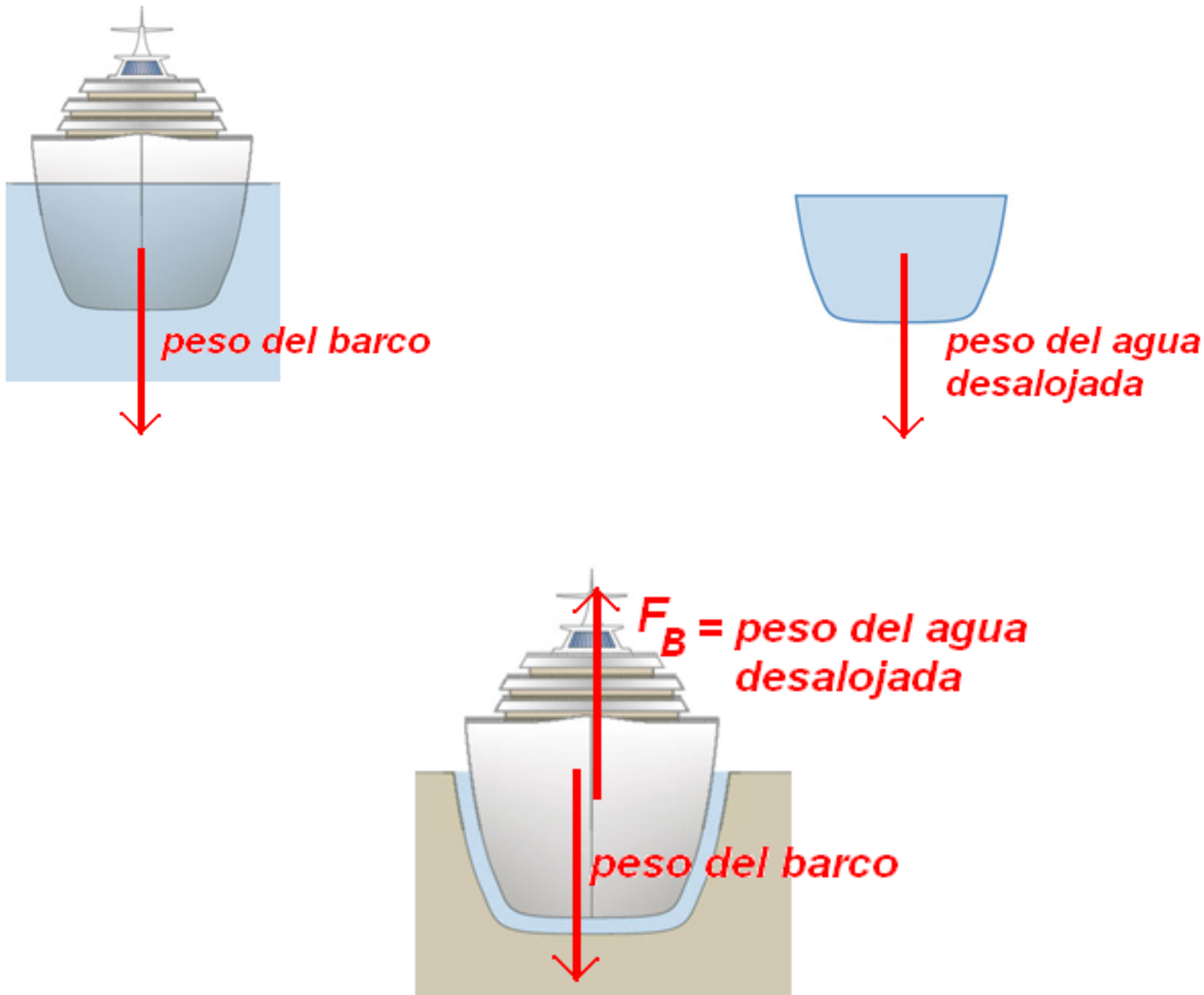
(a)

(b)

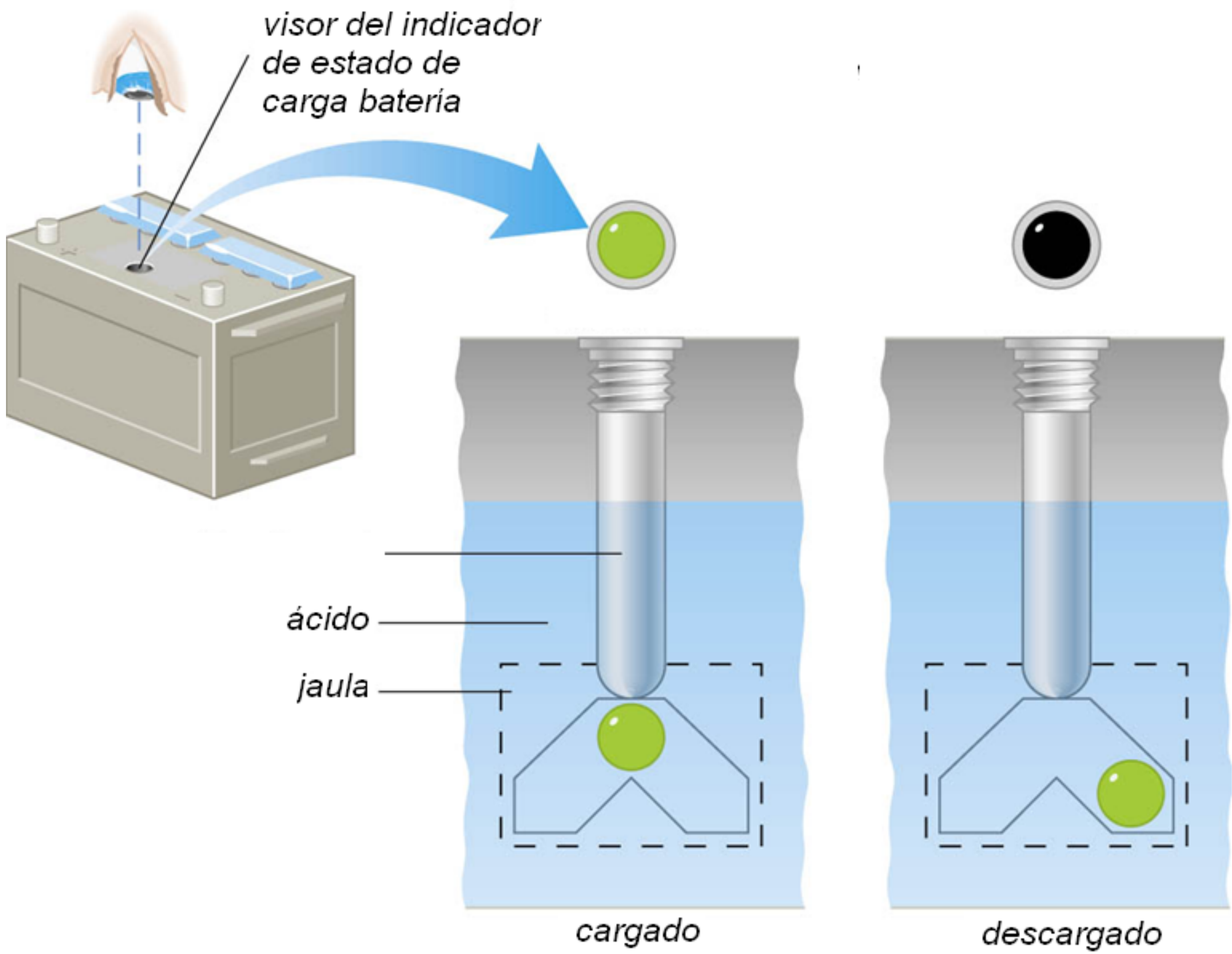


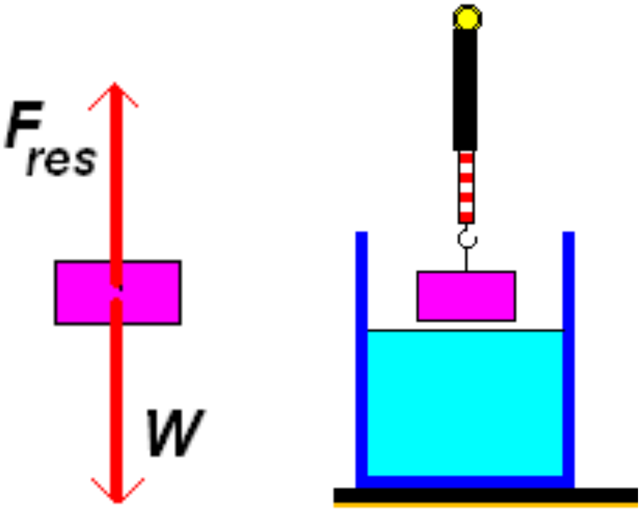
(c)

Principio de Arquímides

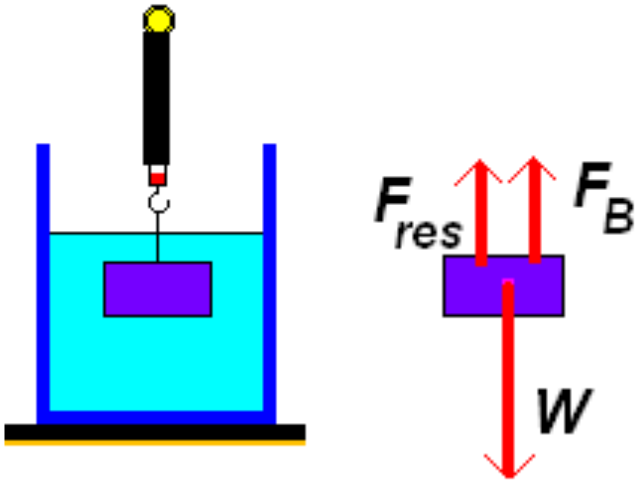


11.6 Principio de Arquímides





(a)



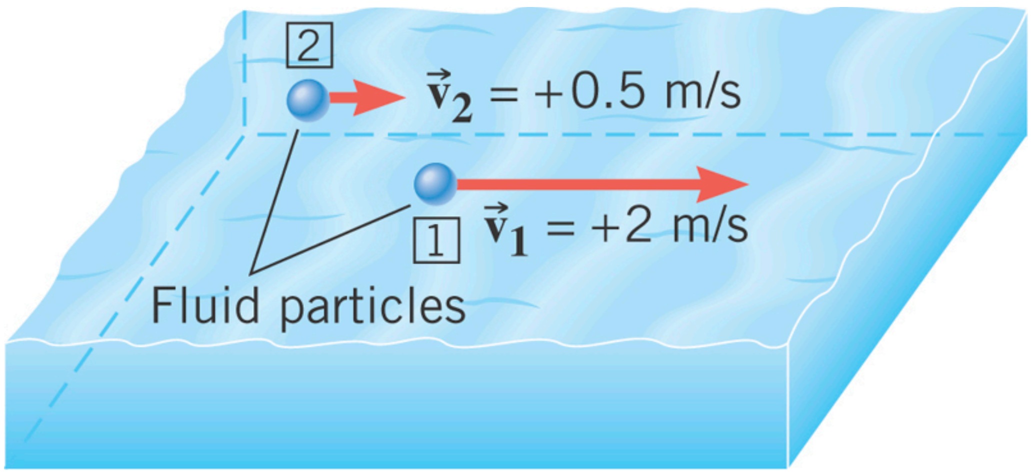
(b)

$$x_a > x_b$$

11.7 Fluidos en movimiento

En el ***flujo estacionario*** la velocidad de las partículas de fluido, en cualquier punto, se mantiene constante.

El ***flujo es no estacionario*** la velocidad de las partículas va cambiando con el transcurso del tiempo.



El flujo turbulento , es un flujo no estacionario y la velocidad de las partículas cambia erráticamente en cualquier punto (agua cayendo en una catarata).
Lo diferenciamos del ***flujo laminar*** (agua fluyendo en un arroyo tranquilo)

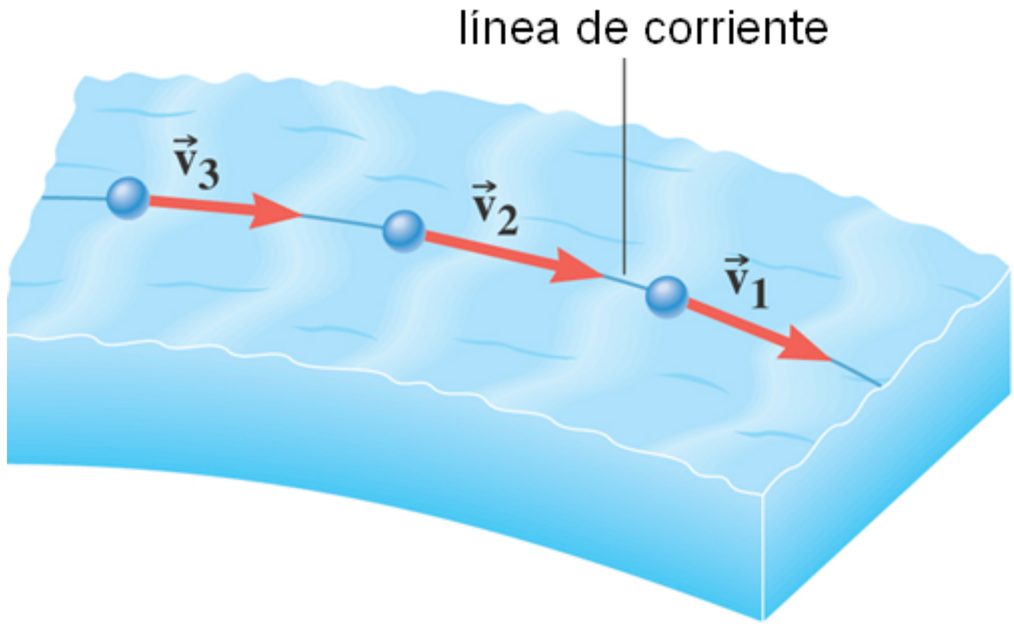
FLUIDO

- Compresible
- Incompresible (ρ=constante)
- Viscoso
- No viscoso

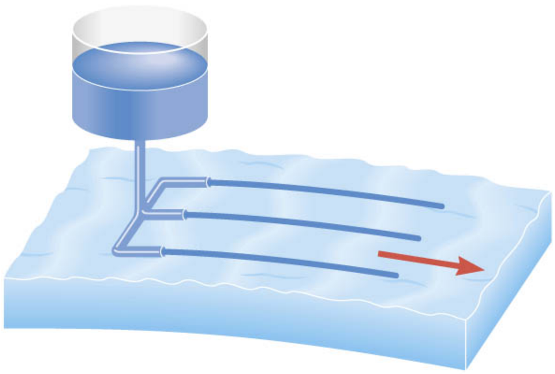
Se llama ***fluido ideal*** cuando es

no viscoso e ***imcompresible.***

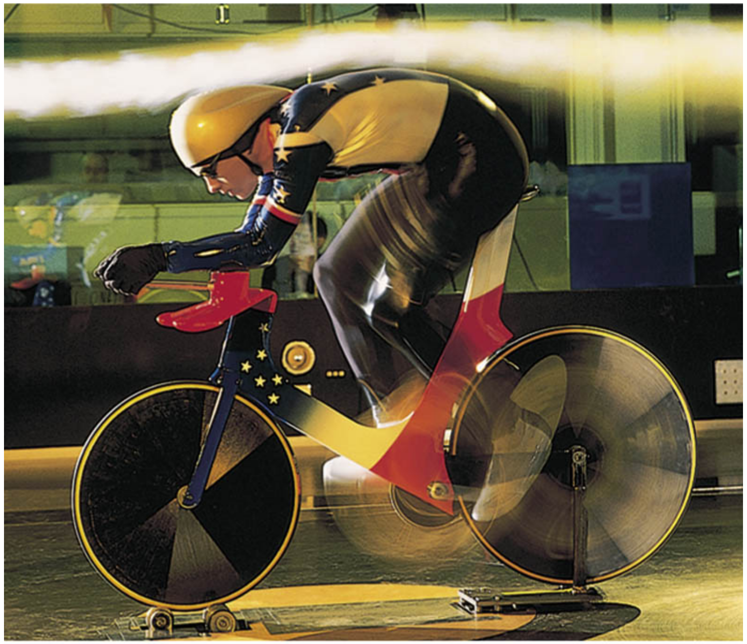
Cuando el flujo es estacionario, se pueden usar ***líneas de corriente*** para representar las trayectorias de las partículas de fluido.



Se muestran líneas de corriente, usando
tinta y humo.



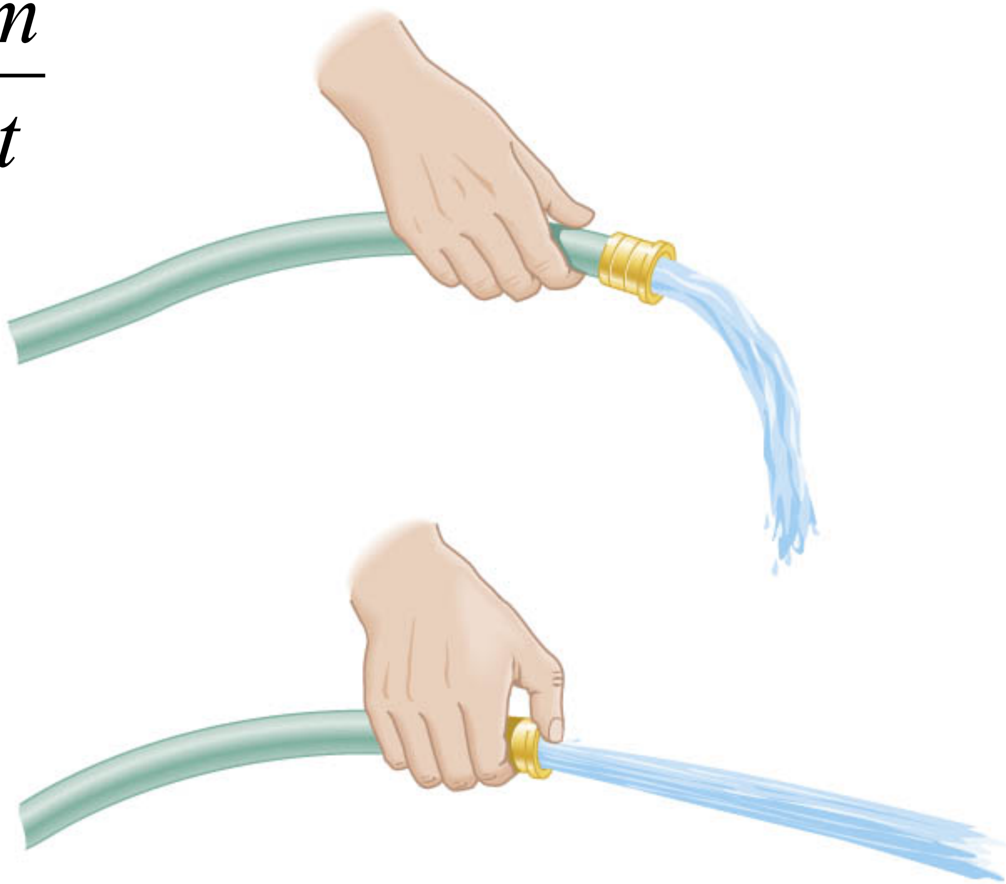
(a)



(b)

Llamamos ***flujo másico*** a la masa de fluido por segundo que fluye a traves de un tubo.

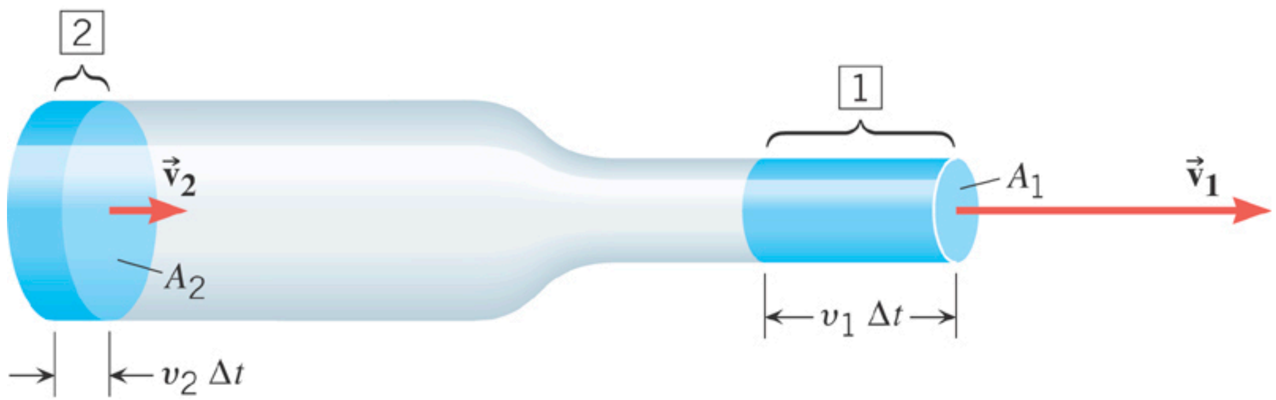
$$flujo\ másico = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$



11.8 Ecuación de continuidad

$$V = A\Delta x$$

$$\Delta m = \rho V = \rho\, A\underbrace{v\Delta t}_{\Delta x}$$



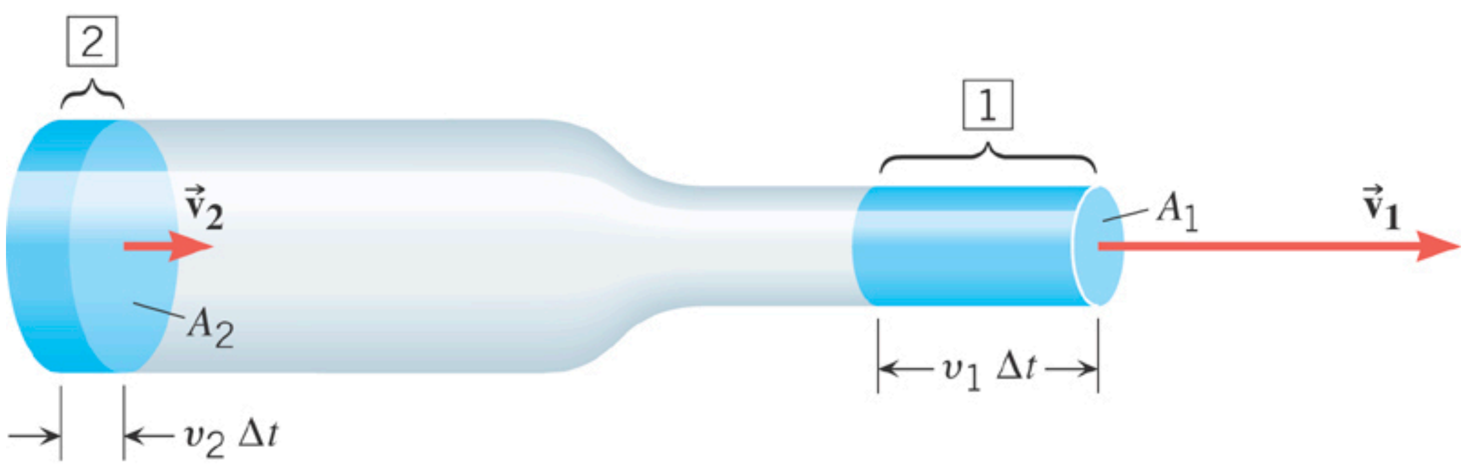
$$\frac{\Delta m_2}{\Delta t} = \rho_2 A_2 v_2 \qquad \frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \rho_1 A_1 v_1$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

El ***flujo másico*** tiene el mismo valor en cualquier posición a lo largo de un tubo de fluido que tiene una sola entrada y una única salida

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

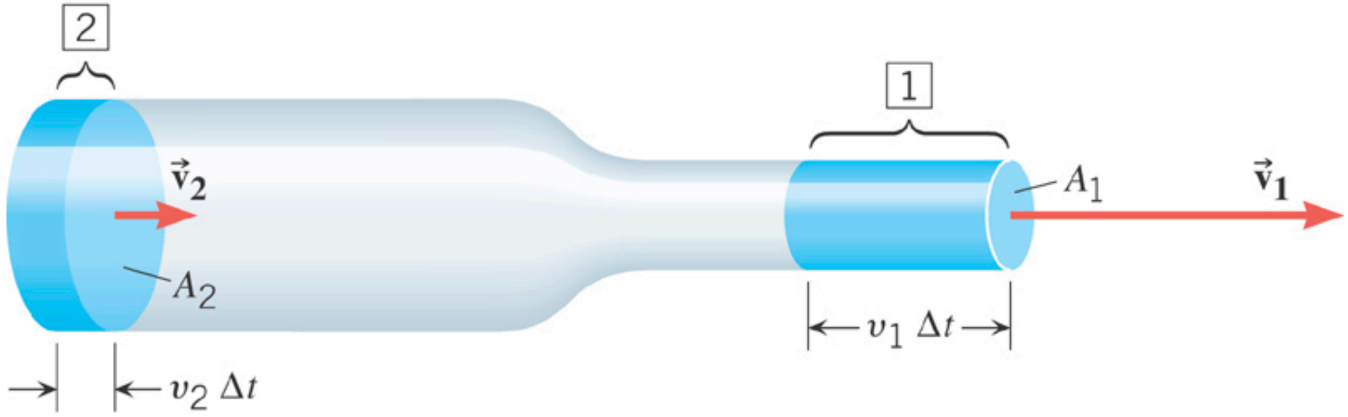
Unidades de flujo másico en el SI: kg/s



Para un fluido incompresible es: $A_1 v_1 = A_2 v_2$

Llamamos flujo volumétrico ⇨ $Q = Av$

Unidades de flujo volumétrico en el SI: m^3/s



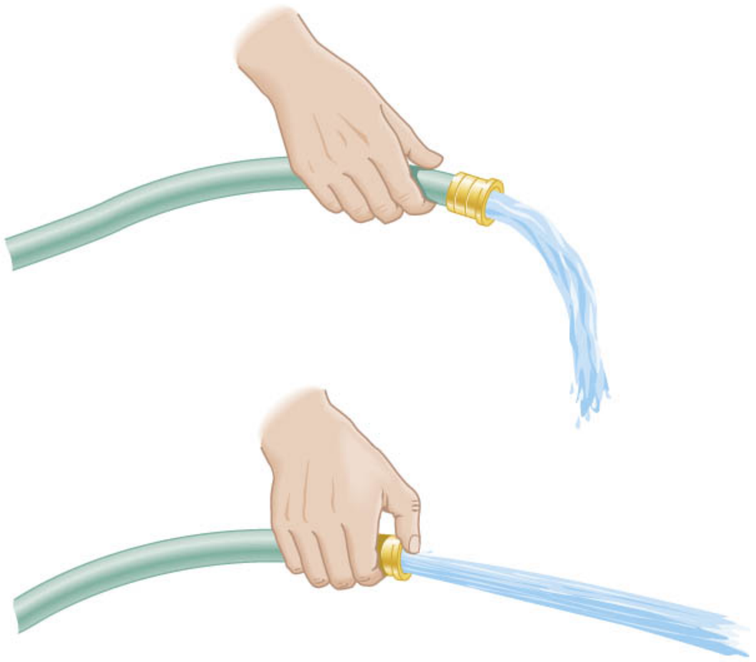
Ejemplo. Manguera de jardín

Una manguera tiene una abertura destapada con una sección de área $2.85 \times 10^{-4} m^2$.
Se llena un balde de volumen $8.00 \times 10^{-3} m^3$ en 30 s.

Encontrar la rapidez del agua que sale de la manguera a través con la abertura :

a) Sin obstruir

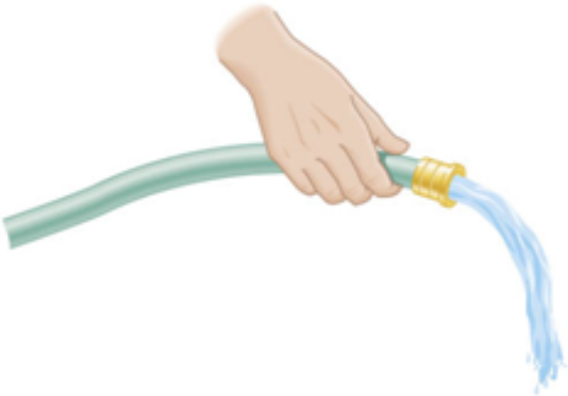
b) obstruida hasta la mitad.



11.8 Ecuación de continuidad

(a)

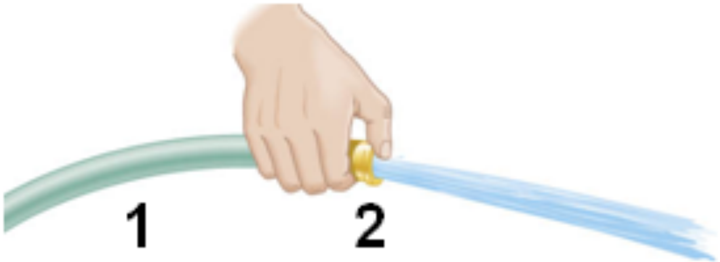
$$Q = Av$$



$$v = \frac{Q}{A} = \frac{\left(8.00\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3\right)/\left(30.0\,\mathrm{s}\right)}{2.85\times10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = 0.936\,\mathrm{m/s}$$

(b)

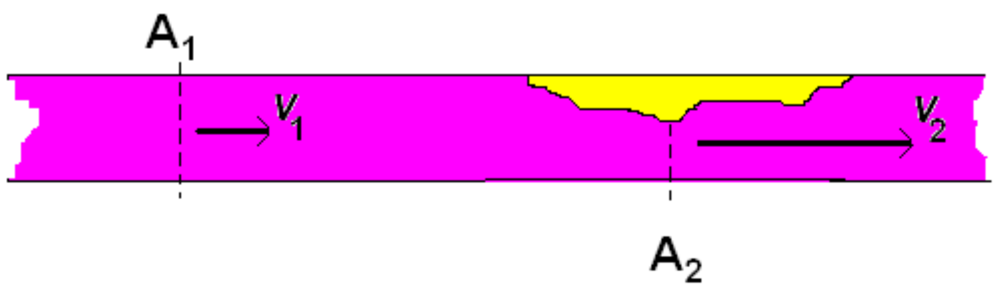
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = (2)(0.936\,\mathrm{m/s}) = 1.87\,\mathrm{m/s}$$

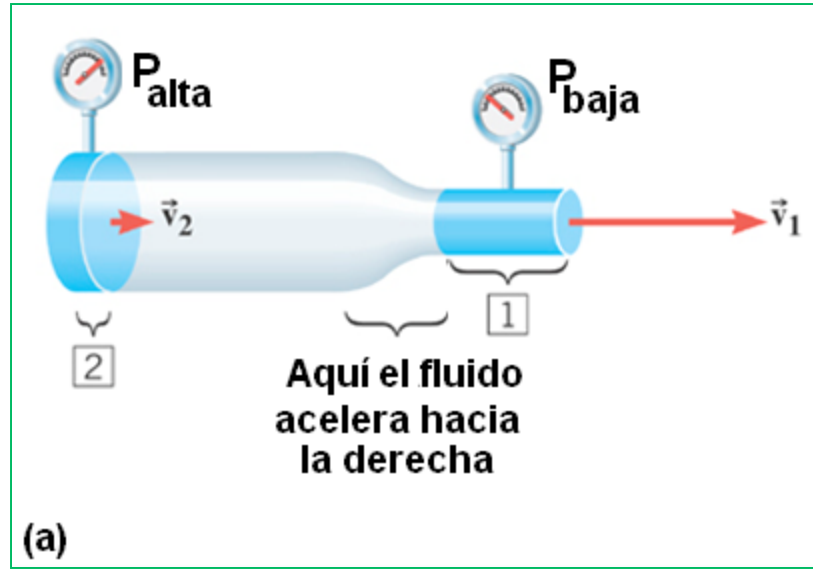
Ejemplo. Ateroma.

En la condición de aterosclerosis se forman depósitos sobre las paredes de las arterias (ateroma) y se reduce la abertura a través de la cual la sangre puede fluir. En la arteria carótida, en el cuello, la sangre fluye tres veces más rápido a través de una región parcialmente bloqueada que en una zona no obstruida. Determinar la relación del radio efectivo de la arteria en los dos lugares.

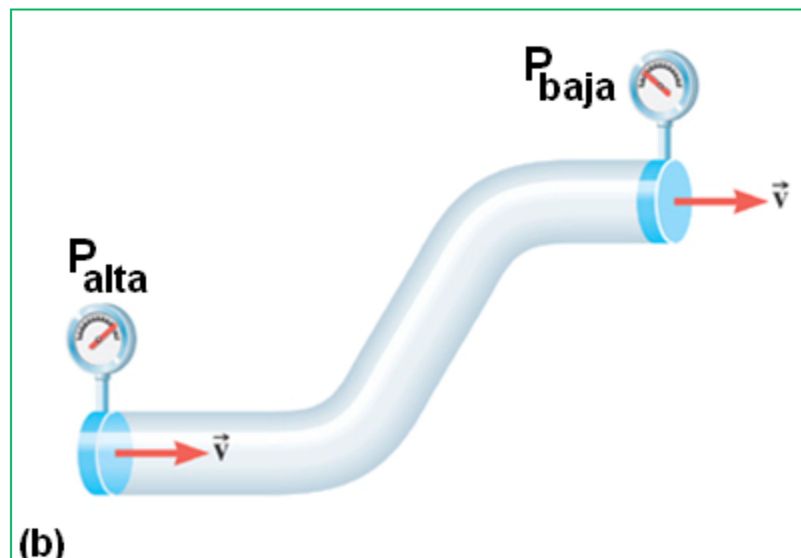


$$A_2 < A_1 \qquad v_2 > v_1$$

El fluido acelera hacia las regiones de menor presión.



De acuerdo a la relación presión-profundidad, la presión es más baja en niveles más altos, con la condición que elárea del tubo no cambie.

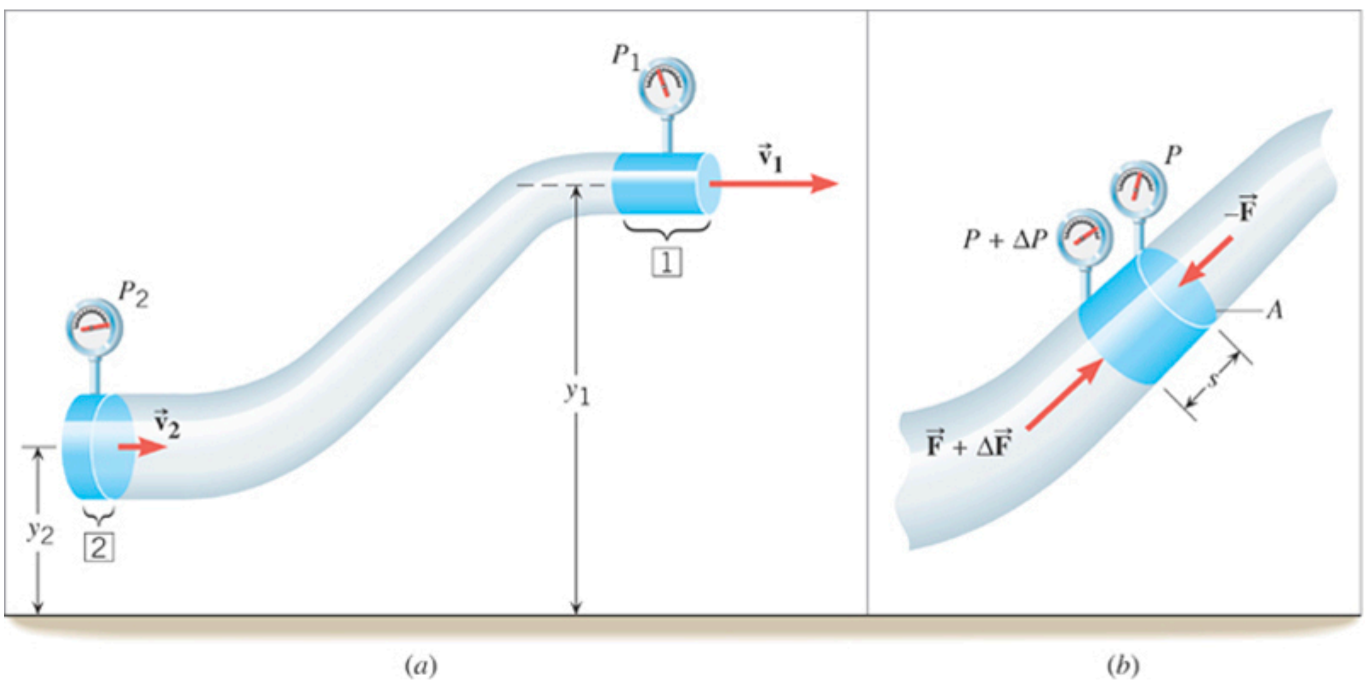


$$W_{nc} = \sum F\Delta s) = F_2\,\Delta s_2 - F_1\,\Delta s_1 =$$
$$= \left(P_2 A_2 \Delta s_2 - P_1 A_1 \Delta s_1\right) =$$
$$= \left(P_2 - P_1\right)\Delta V$$

$$A_2 \Delta s_2 = \Delta V$$

$$A_1 \Delta s_1 = \Delta V$$

$$W_{\text{nc}} = \left(\tfrac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g y_1\right) - \left(\tfrac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g y_2\right)$$



$$(P_2 - P_1)\Delta V = \left(\tfrac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g y_1\right) - \left(\tfrac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g y_2\right)$$

$$\Delta V = \rho\,\Delta m$$

$$\left(P_2 - P_1\right) = \left(\tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1\right) - \left(\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2\right)$$

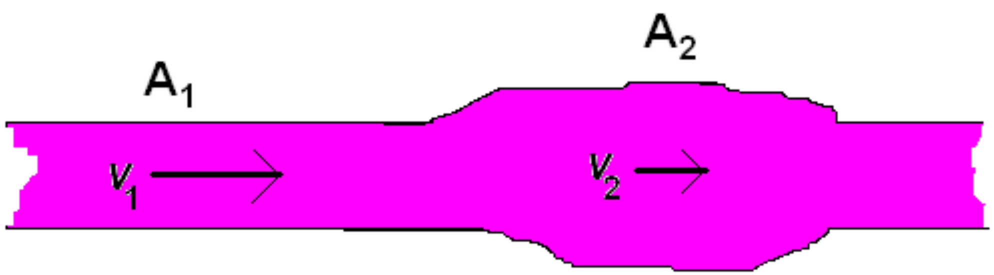
ECUACIÓN DE BERNOULLI

En el flujo estacionario de un ***fluido ideal*** (no viscoso e imcompresible), la presión, la rapidez y la altura en dos puntos del fluido se relacionan por:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Ejemplo. Aneurisma.

Un aneurisma consiste en un ensanchamiento anormal de un vaso sanguíneo como la aorta. Suponer que, a causa de un aneurisma, la sección transversal de área A1 de la aorta se incrementa a un valor A2 = 1.7 A1. La velocidad de la sangre a través de una porción normal de la aorta es v1 = 0.40 m/s. Asumiendo que la aorta está horizontal (persona acostada), determinar la cantidad por la cual la presión P2 en la región ensanchada excede la presión P1 en la región normal.



$$y_1 = y_2$$

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P_2 - P_1 = \tfrac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = 54\ Pa$$

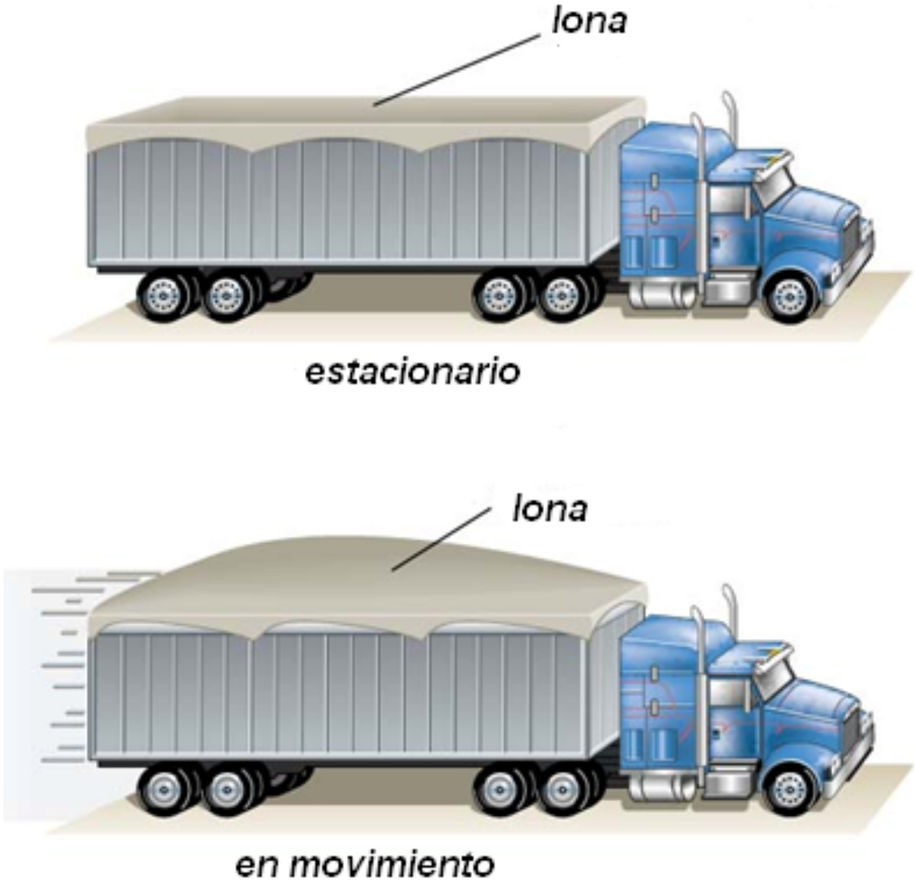
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = A_1 v_1 / A_2 =$$

$$v_2 = A_1 v_1 / 1.7\ A_1 = 0.24\ m/s$$

Ejemplo conceptual. Lona del camión

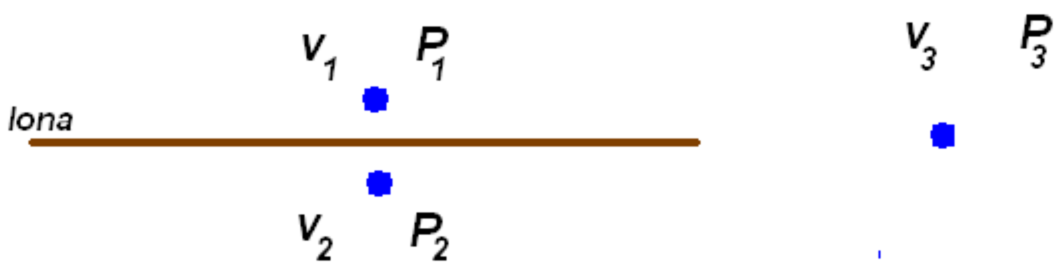
Cuando el camión está detenido, la lona permanece plana, perocuando el camión se mueve la lona se embolsa hacia arriba.



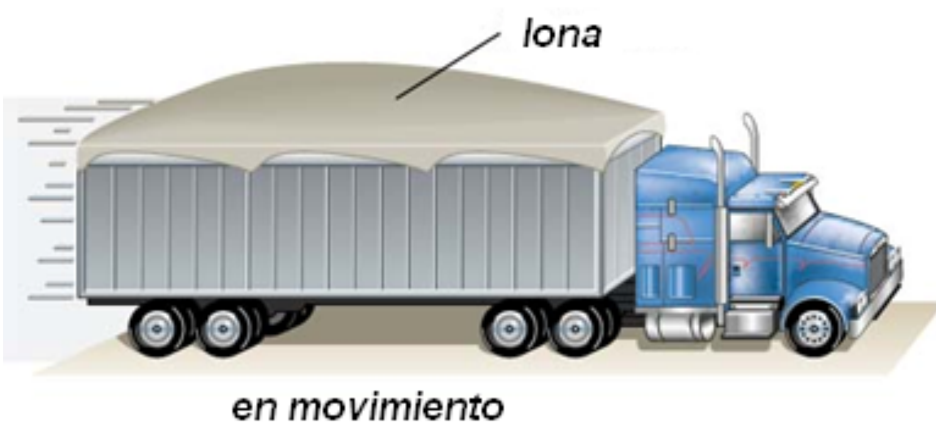
$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$y_1 = y_2 \qquad v_2 = v_1 = 0$$

$$P_1 = P_2 \qquad F_2 = F_1$$

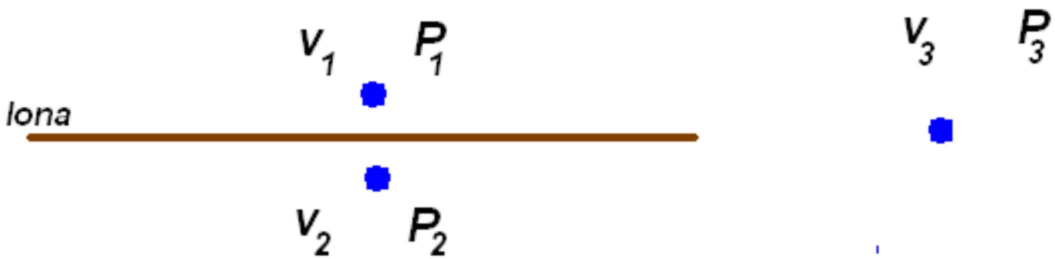


$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$



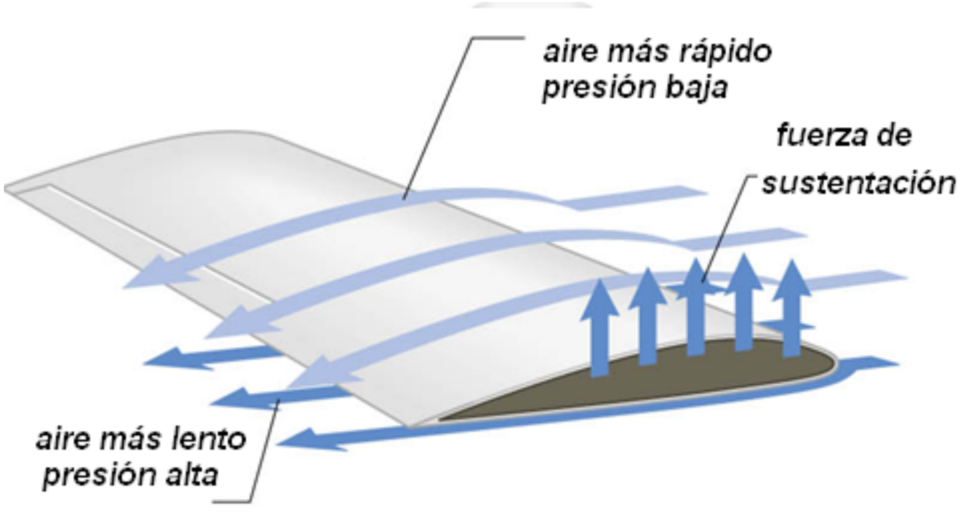
$$y_1 = y_2 \qquad v_2 = 0$$

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2$$



$$P_2 > P_1 \qquad F_2 > F_1$$

Fuerza de sustentación sobre las alas

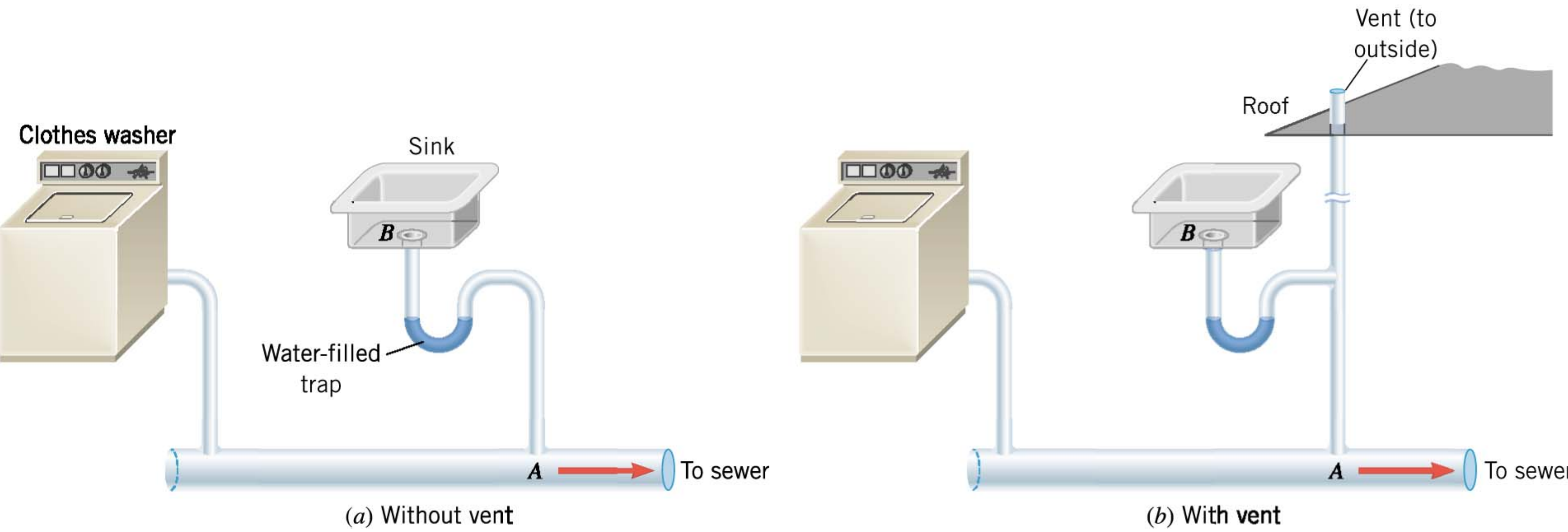


(a)

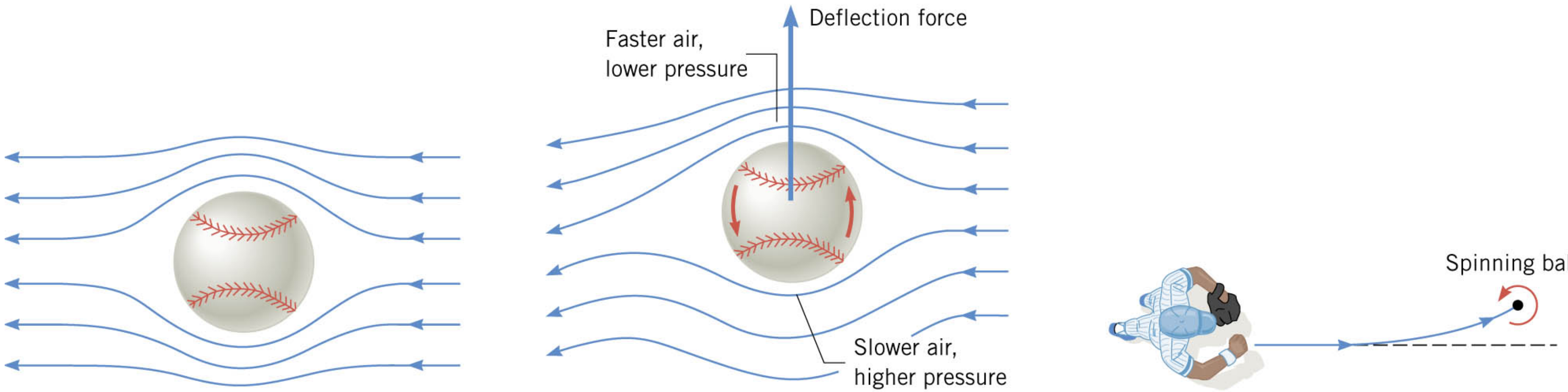
(b)

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Venteo en el desagüe



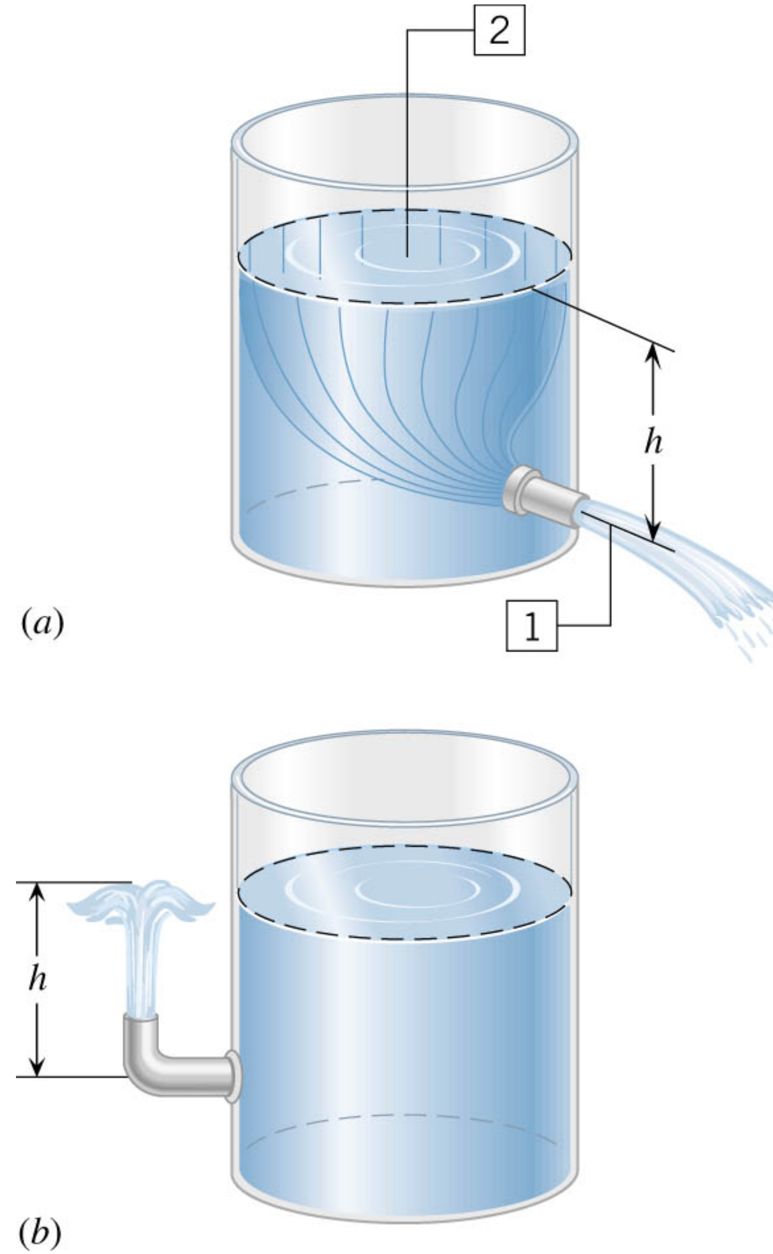
Efecto sobre la pelota



(a) Without spin (b) With spin (c)

Ejemplo. Velocidad de desagüe

El tanque está abierto a la atmósfera en la parte superior. Encontrar una expresión para la rapidez de salida del líquido por el caño en la parte inferior.



$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

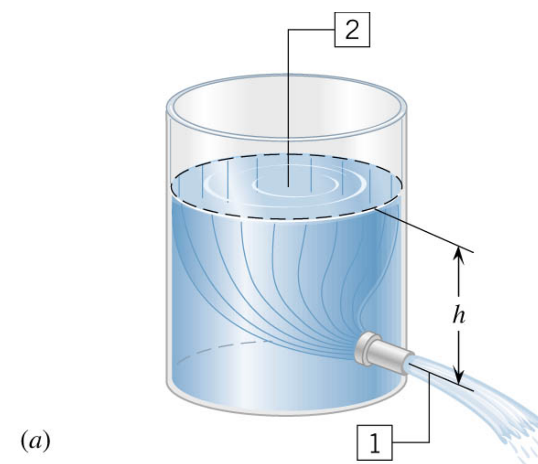
$$v_2 \approx 0$$

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

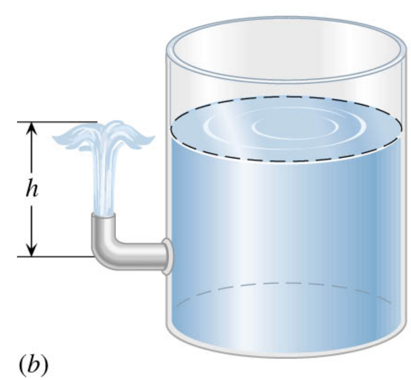
$$y_2 - y_1 = h$$

$$\tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g h$$

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$



(a)



(b)

El sifón

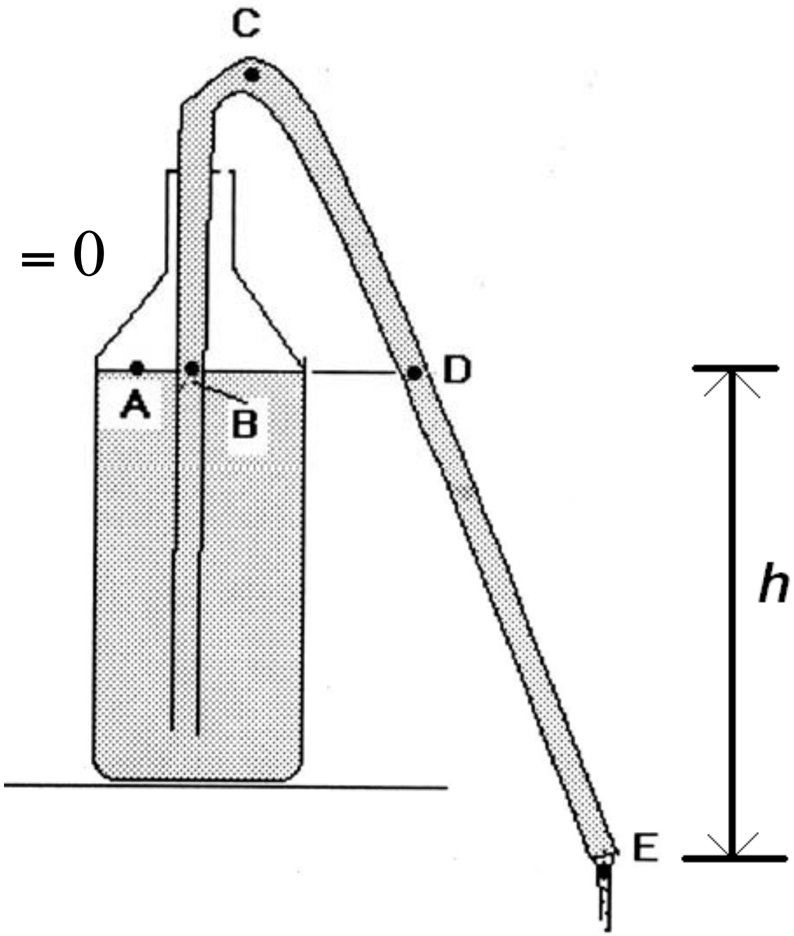
$$P_A + \tfrac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g y_A = P_E + \tfrac{1}{2}\rho v_E^2 + \rho g y_E$$

$$P_A = P_E = P_{atm}$$

$$y_A = h$$

$$y_E = 0$$

$$v_A = 0$$



$$\rho g h = \tfrac{1}{2}\rho v_E^2$$

$$v_E = \sqrt{2gh}$$

$$h > 0$$

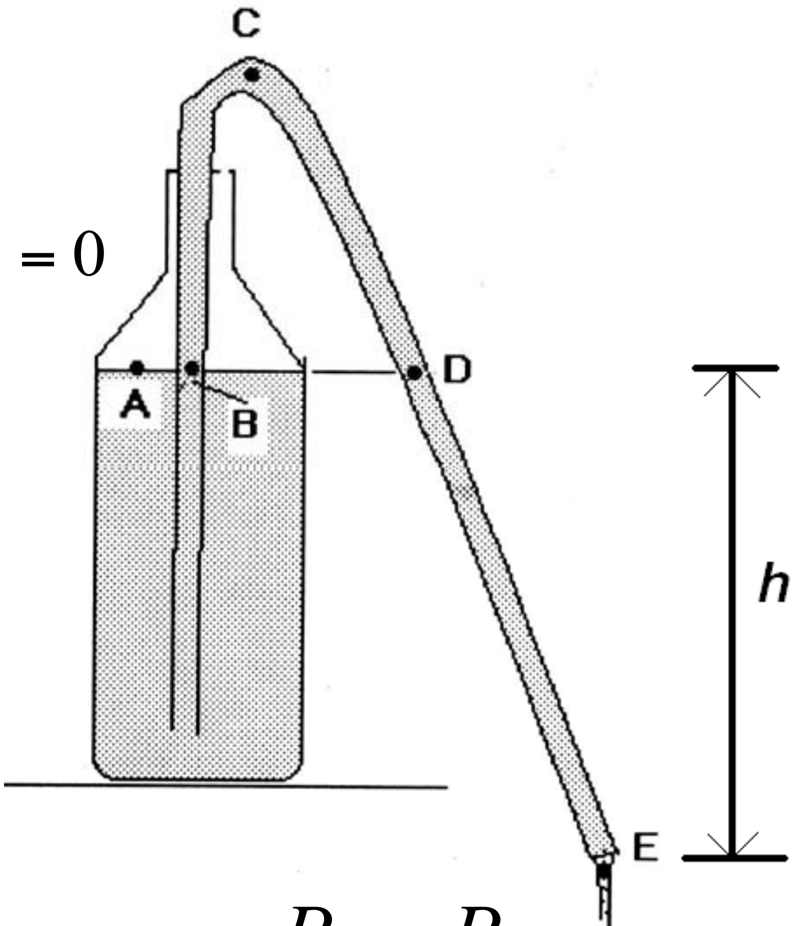
El punto E (salida) debe quedar por debajo del A (superficie libre del liquido)

El sifón

$$P_C + \tfrac{1}{2}\cancel{\rho v_C^2} + \rho g y_C = P_E + \tfrac{1}{2}\cancel{\rho v_E^2} + \rho g y_E$$

$$v_C = v_E$$

$$v_A = 0$$



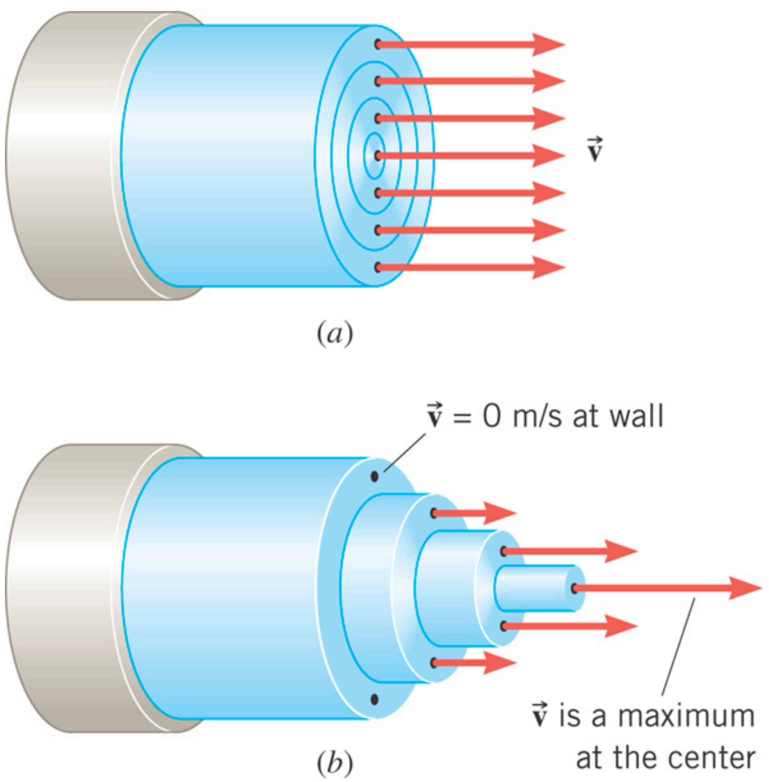
$$P_E = P_{atm}$$

$$P_C + \rho g y_C = P_{atm} + \rho g y_E$$

$$P_C = P_{atm} - \rho g (y_C - y_E)$$

$$y_C > y_E$$

En C hay vacío

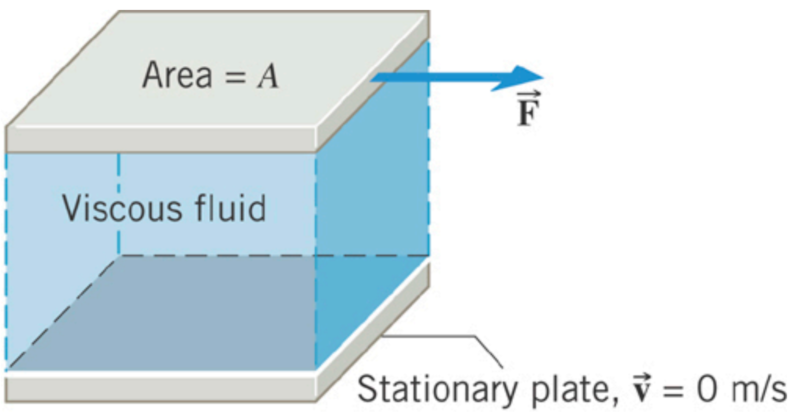


Flujo en un fluido ideal

Flujo en un fluido viscoso

Fuerza necesaria para mover una capa de fluido viscoso con velocidad constante.

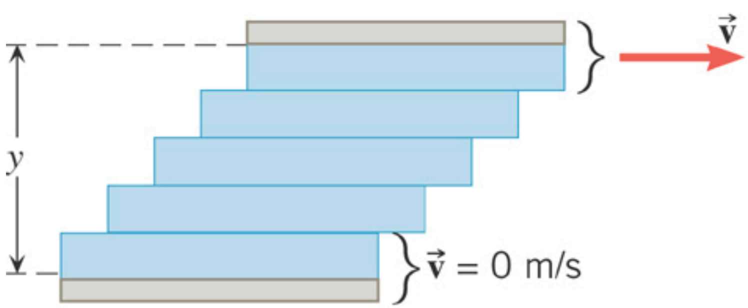
La magnitud de la fuerza tangencial requerida para mover una capa de fluido con velocidad constante es:



(*a*)

$$F = \frac{\eta A v}{y}$$

Coeficiente de viscosidad



(*b*)

Unidades de viscosidad en el SI : Pa·s

Unidades más usadas: poise (P)

1 poise (P) = 0.1 Pa·s

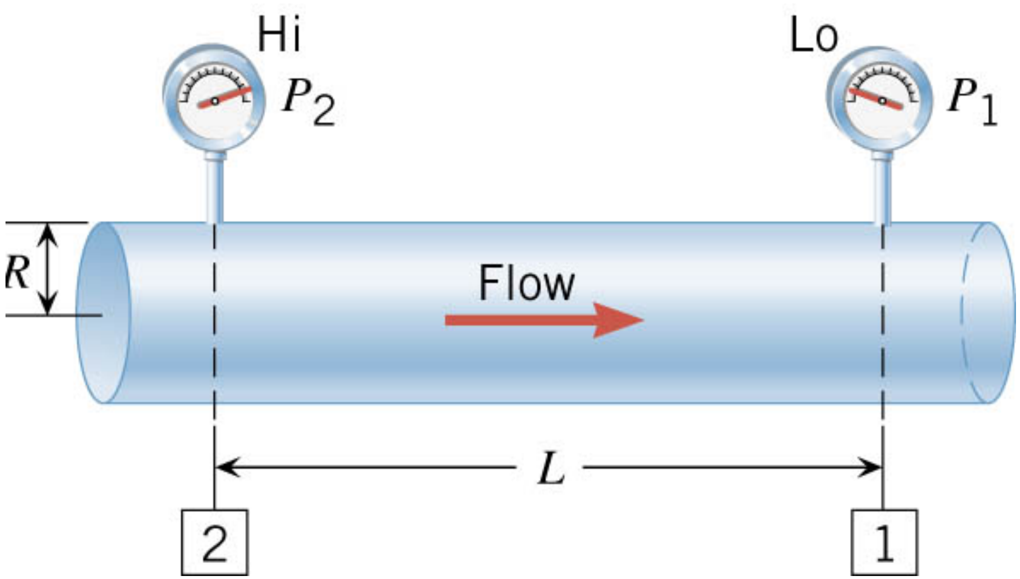
La viscosidad depende de la temperatura

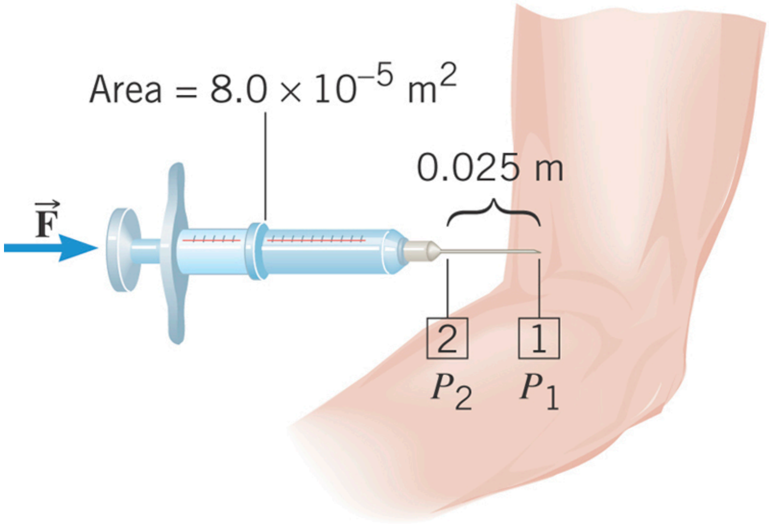
$$T \uparrow \begin{cases} \text{líquidos} & \eta \downarrow \\ \text{gases} & \eta \uparrow \end{cases}$$

Ley de pouseuille

El caudal volumétrico está dado por:

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_2 - P_1)}{8\eta L}$$

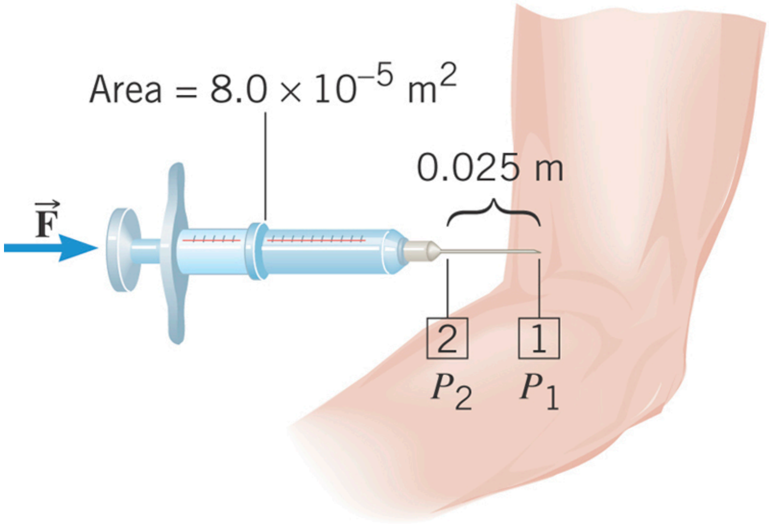




Example 17 Giving and Injection

A syringe is filled with a solution whose viscosity is 1.5×10^{-3} Pa·s. The internal radius of the needle is 4.0×10^{-4}m.

The gauge pressure in the vein is 1900 Pa. What force must be applied to the plunger, so that 1.0×10^{-6}m^3 of fluid can be injected in 3.0 s?

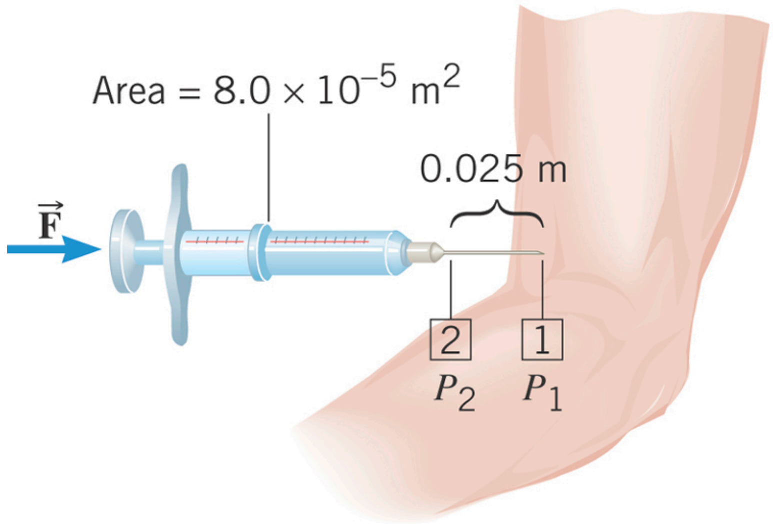


$$P_2 - P = \frac{8\eta LQ}{\pi R^4}$$

$$= \frac{8\left(1.5\times10^{-3}\,\mathrm{Pa\cdot s}\right)\left(0.025\,\mathrm{m}\right)\left(1.0\times10^{-6}\,\mathrm{m^3}/3.0\,\mathrm{s}\right)}{\pi\left(4.0\times10^{-4}\,\mathrm{m}\right)^4}$$

$$= 1200\,\mathrm{Pa}$$

$P_1 = 1900\,\text{Pa}$



$$P_2 - P_1 = 1200\,\text{Pa}$$

$$\Downarrow$$

$$P_2 = 3100\ \text{Pa}$$

$$F = P_2 A = (3100\,\text{Pa})(8.0\times10^{-5}\,\text{m}^2) = 0.25\text{N}$$