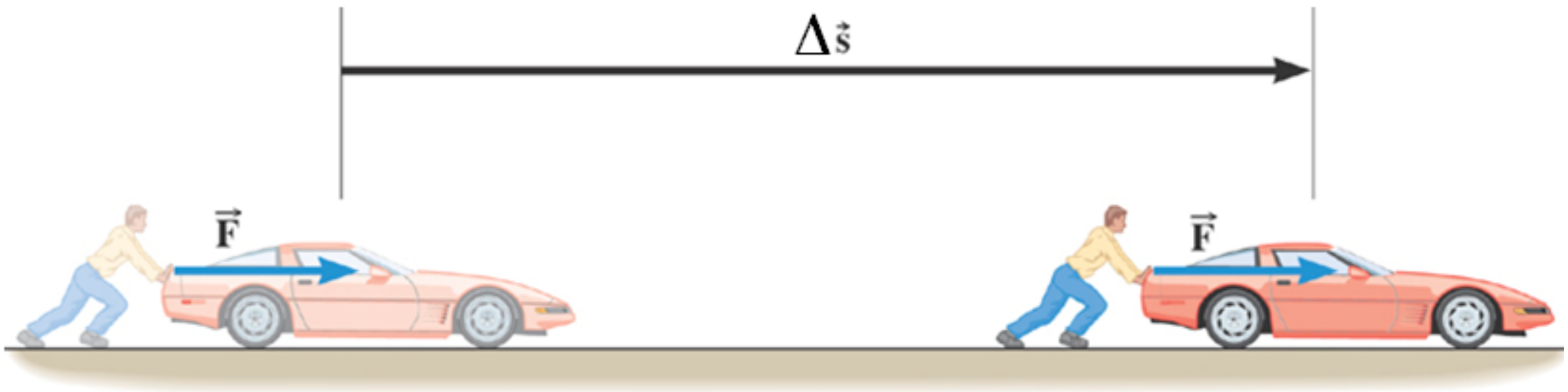
Trabajo y Energía

6.1 Trabajo realizado por una fuerza constante



$$W = F.\Delta s$$

$$W = F \cos\theta \, \Delta s$$

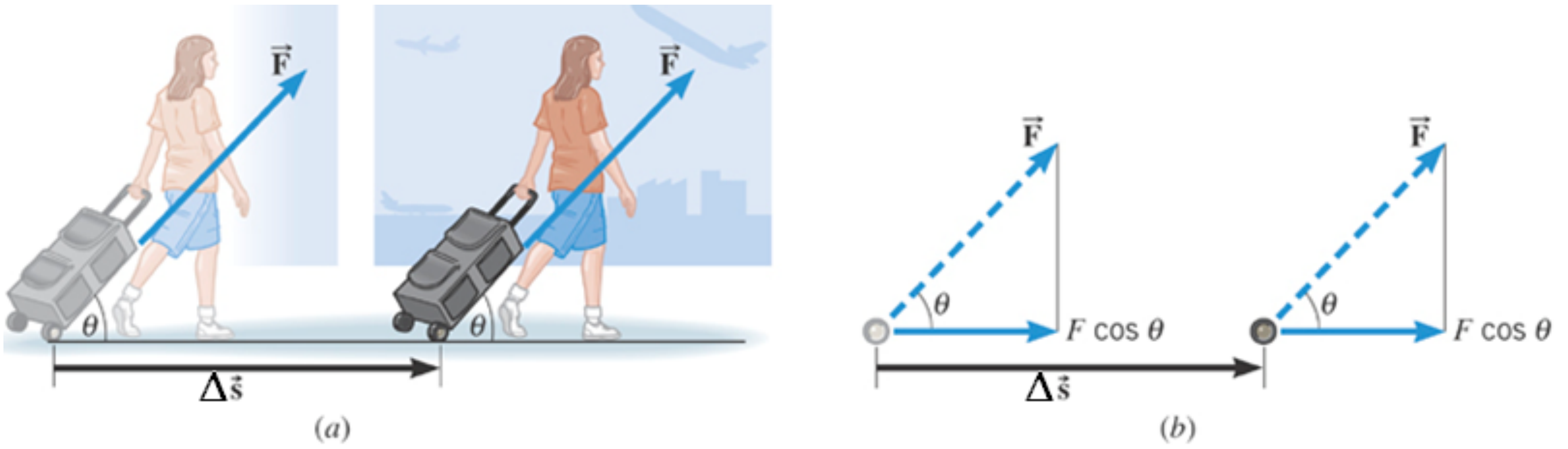
Unidades en el S.I. $\quad 1\,\mathrm{N \cdot m} = 1\,\mathrm{joule\,(J)}$

6.1 Trabajo realizado por una fuerza constante

Table 6.1 Units of Measurement for Work

System	Force	×	Distance	=	Work
SI	newton (N)		meter (m)		joule (J)
CGS	dyne (dyn)		centimeter (cm)		erg
BE	pound (lb)		foot (ft)		foot · pound (ft · lb)

6.1 Trabajo realizado por una fuerza constante

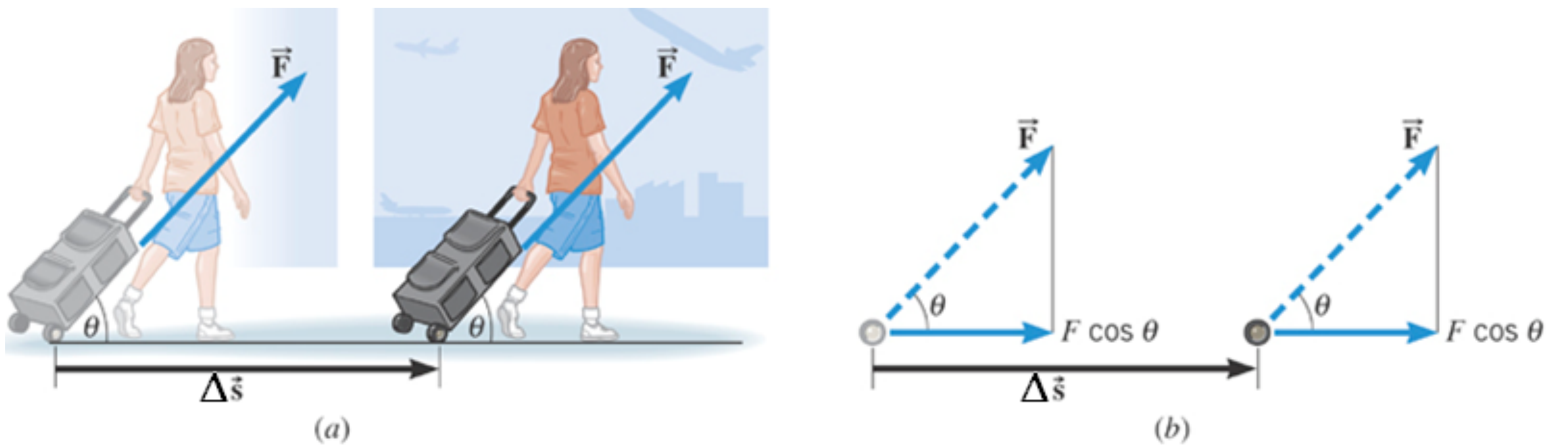


$$W = (F\cos\theta)\Delta s$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\cos 180^\circ = -1$$



Ejemplo. Llevando una maleta con ruedas

Encontrar el trabajo realizado si la fuerza es 45.0 N, el ángulo 50.0 grados y el desplazamiento 75.0 m.

$$W = (F\cos\theta)\Delta s = \left[(45.0\,\mathrm{N})\cos 50.0^\circ\right](75.0\,\mathrm{m})$$

$$= 2170\,\mathrm{J}$$

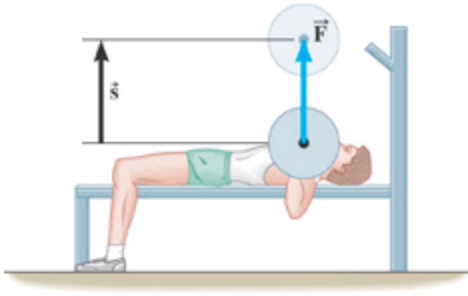
6.1 Trabajo realizado por una fuerza constante

El levantador de pesas eleva 0.50 m las pesas de 700 N. El peso es mantenido sobre su pecho y luego desciende la misma distancia. El movimiento lo realiza con ***velocidad constante***. Determinar el trabajo realizado por la fuerza **F** en la fase de subida y en la de bajada.

(a)

$$W_{subida} = (F\cos 0)\Delta s = Fs$$

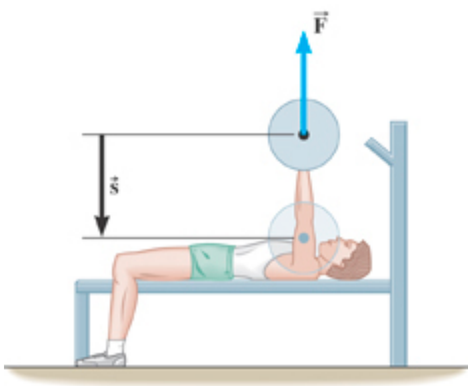
$$W_{subida} = (700N)(\cos 0)(0.50m) = 350J$$



(b)

$$W_{bajada} = (F\cos 180)\Delta s = -Fs$$

$$W_{bajada} = (700N)(\cos 180)(0.50m) = -350J$$



(c)

Ejemplo. Acelerando un contenedor

El camión está acelerando a razón de +1.50 m/s^2. La masa del contenedor es 120 kg y no desliza. La magnitud del desplazamiento es 65 m.

¿Cuál es el trabajo total hecho sobre el contenedor por cada una de las fuezas actuando sobre él?

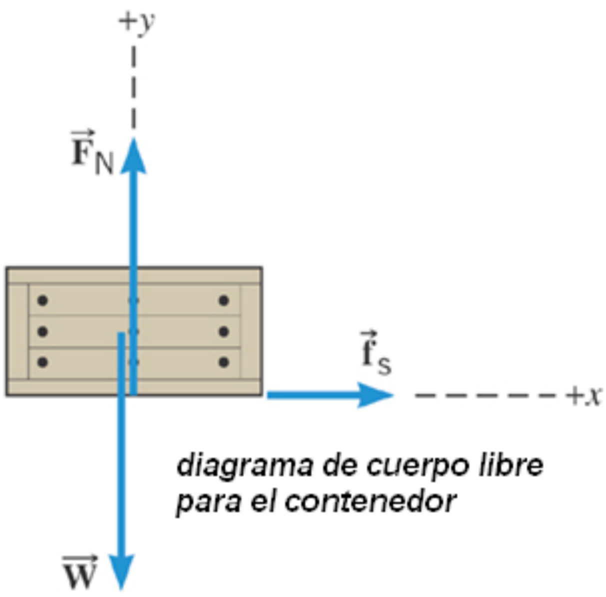
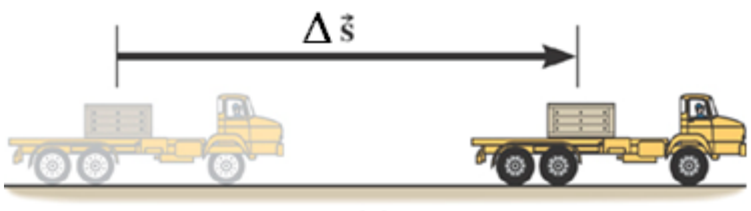


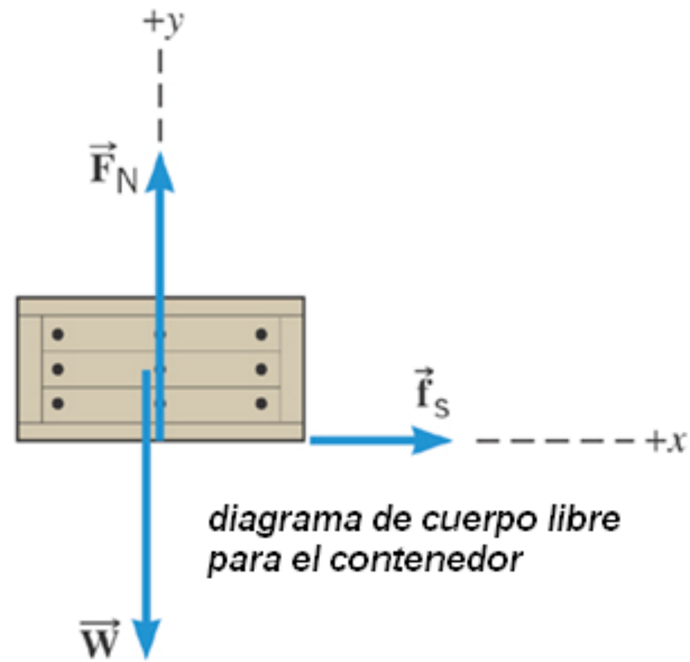
diagrama de cuerpo libre para el contenedor

6.1 Trabajo realizado por una fuerza constante



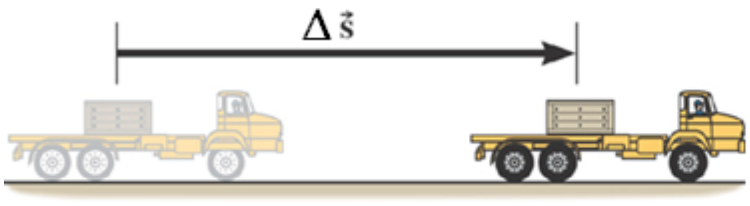
El ángulo entre el desplazamiento y la F_N es 90 grados.

El ángulo entre el desplazamiento y el peso también es 90 grados.

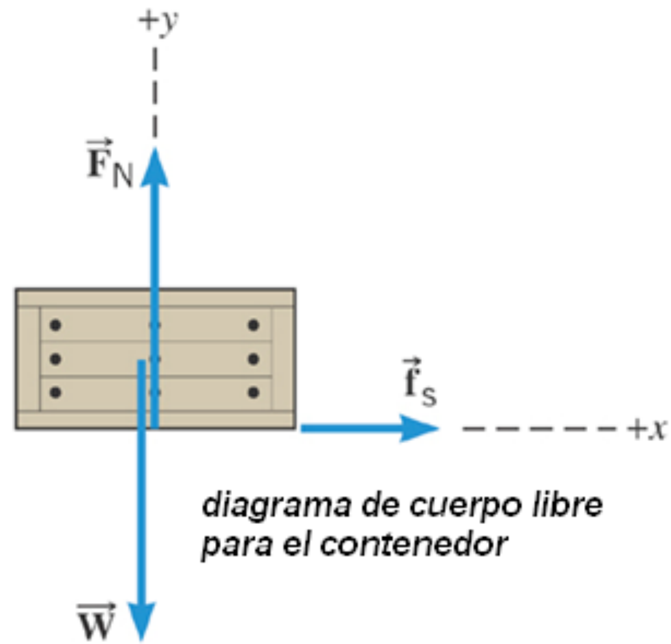


$$W = (F\cos 90)\Delta s = 0$$

6.1 Trabajo realizado por una fuerza constante



El ángulo entre el desplazamiento y la fuerza de fricción es cero grados.

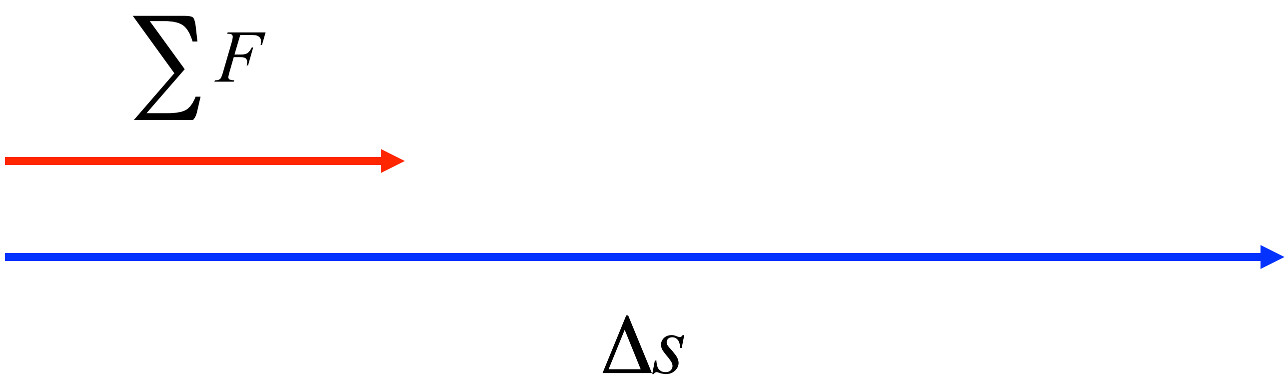


$$f_s = ma = (120\text{ kg})(1.5\text{ m/s}^2) = 180\text{ N}$$

$$W = [(180\text{N})\cos 0](65\text{ m}) = 1.2\times 10^4\text{ J}$$

Consideremos una fuerza externa neta constante actuando sobre un objeto.

El objeto es desplazado en Δs, en la misma dirección que la fuerza neta.



El trabajo de la fuerza neta es $$\boxed{W = \left(\sum F\right)\Delta s = (ma)\Delta s}$$

6.2 Teorema del trabajo y la energía y Energía cinética

$$W = m(a\Delta s) = m\tfrac{1}{2}\left(v_f^2 - v_o^2\right) = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2$$

$$v_f^2 = v_o^2 + 2(a\,\Delta x)$$

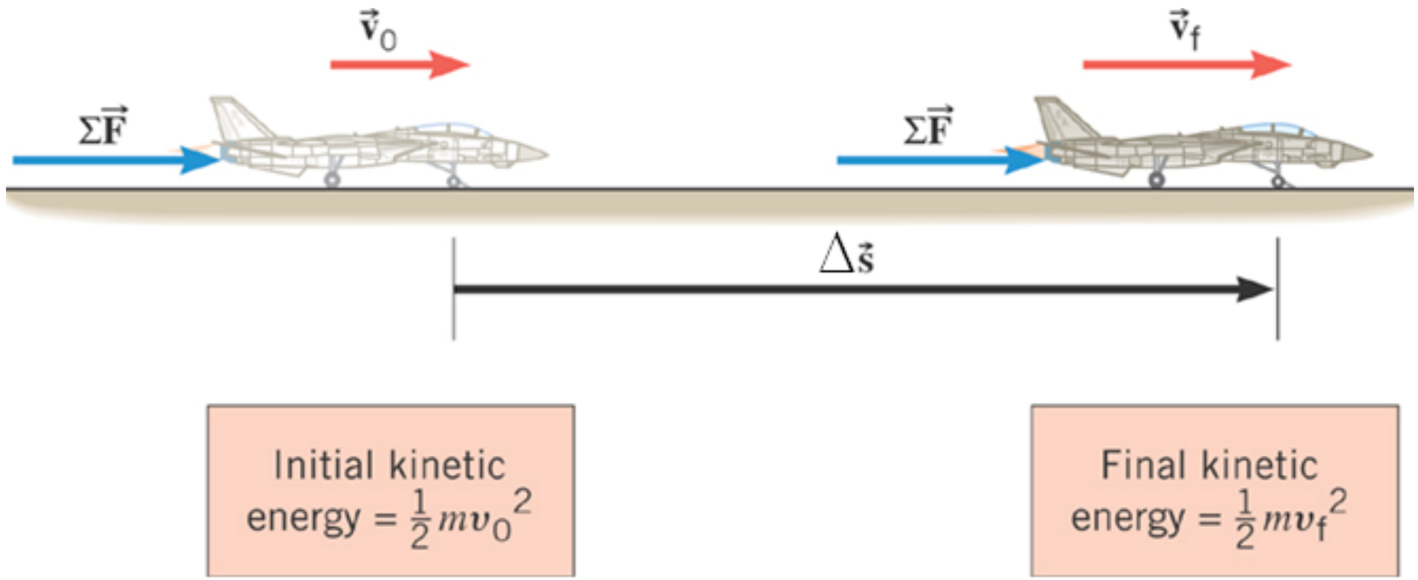
$$(a\Delta x) = \tfrac{1}{2}\left(v_f^2 - v_o^2\right)$$

Definición de ENERGÍA CINÉTICA

La ***Energía Cinética KE*** (Kinetic Energy) de un objeto con masa ***m*** y rapidez ***v*** está dada por:

$$\mathrm{KE} = \tfrac{1}{2}mv^2$$

6.2 Teorema del trabajo y la energía y Energía cinética



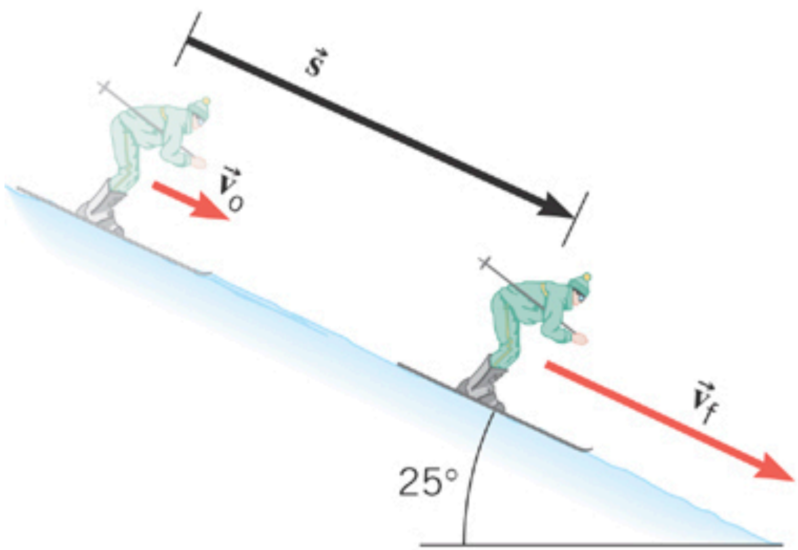
Teorema del trabajo y la energía cinética

Cuando una fuerza neta externa realiza trabajo sobre un objeto, la energía cinética del objeto cambia de acuerdo a:

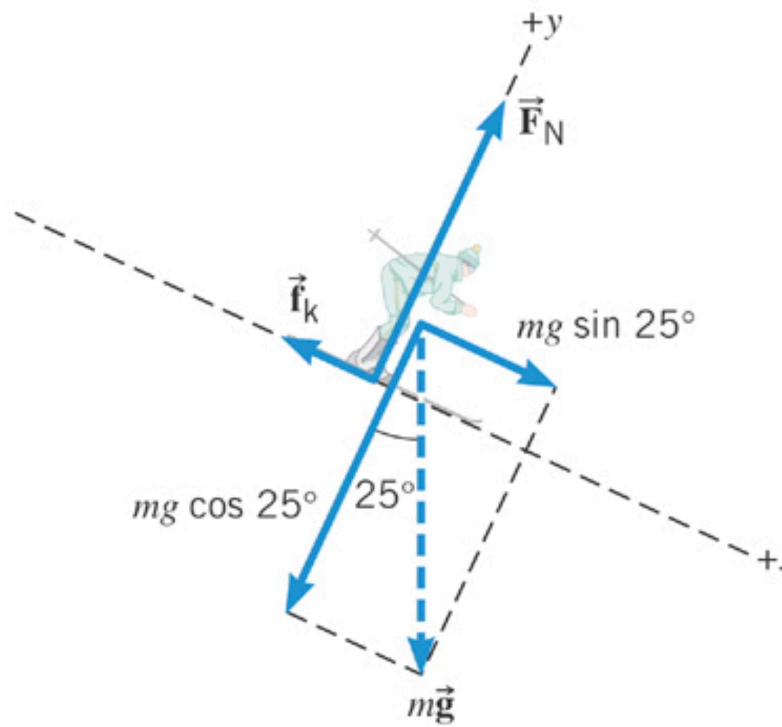
$$W = \mathrm{KE}_f - \mathrm{KE}_o = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2$$

6.2 Teorema del trabajo y la energía y Energía cinética

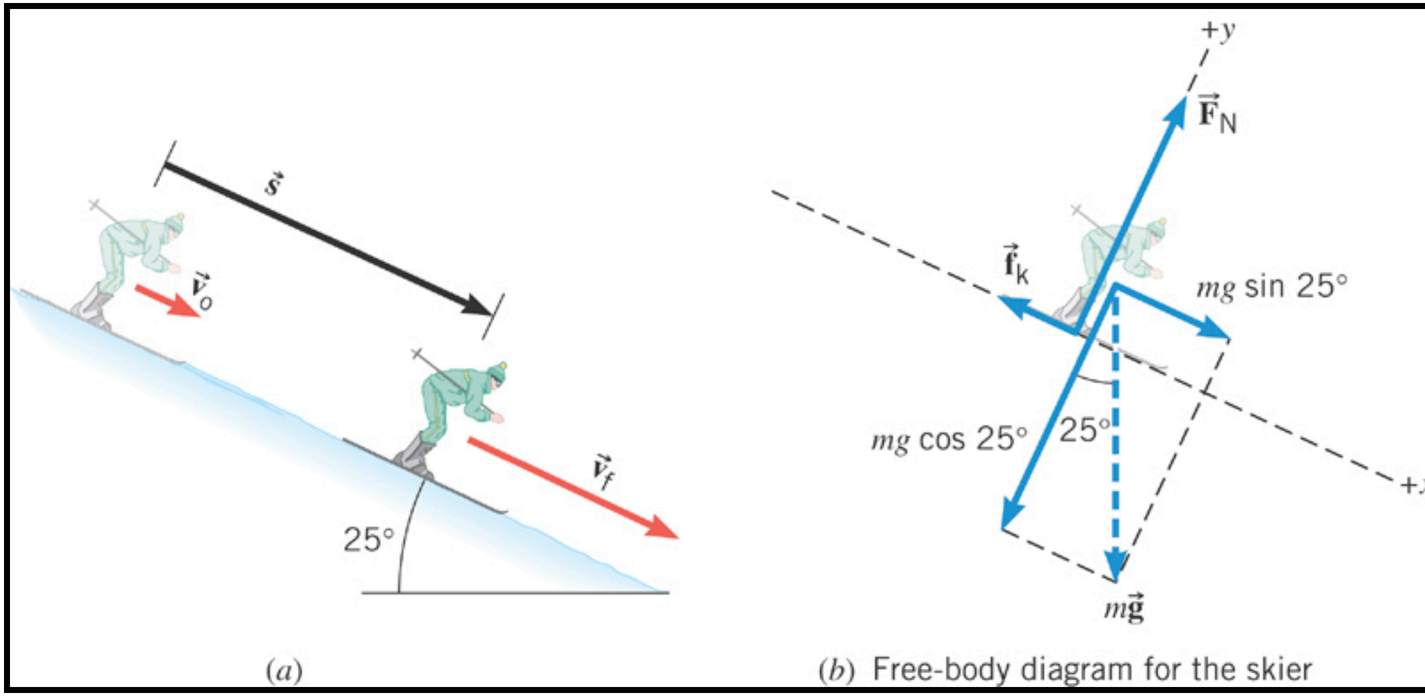
Ejemplo. Un esquiador de 58 kg está bajando por una pendiente inclinada en 25°. Una fuerza de fricción cinética de 70 N de magnitud se opone al movimiento. En lo alto de la pendiente la rapidez del esquiador es 3.6 m/s. Despreciando la resistencia del aire, determinar la rapidez en un punto ubicado 57 m pendiente abajo.



(*a*)



(*b*) Free-body diagram for the skier

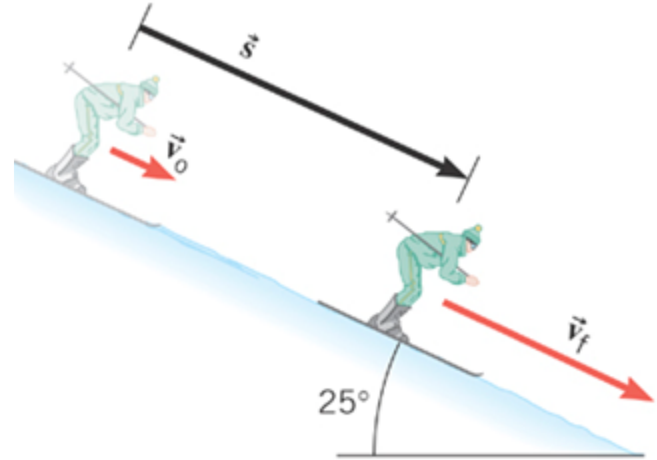


Aquí la fuerza neta es: $\sum F = mg\sin 25^\circ - f_k$

$$\boxed{W = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2}$$

$$(mg\sin 25^\circ - f_k)\Delta s = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2$$

Un esquiador de 58 kg está bajando por una pendiente inclinada en 25°. Una fuerza de fricción cinética de 70 N de magnitud se opone al movimiento. En lo alto de la pendiente la rapidez del esquiador es 3.6 m/s. Despreciando la resistencia del aire, determinar la rapidez en un punto ubicado 57 m pendiente abajo



$V_o = 3.6\ m/s$

$m = 58\ kg$

$f_k = 70\ N$

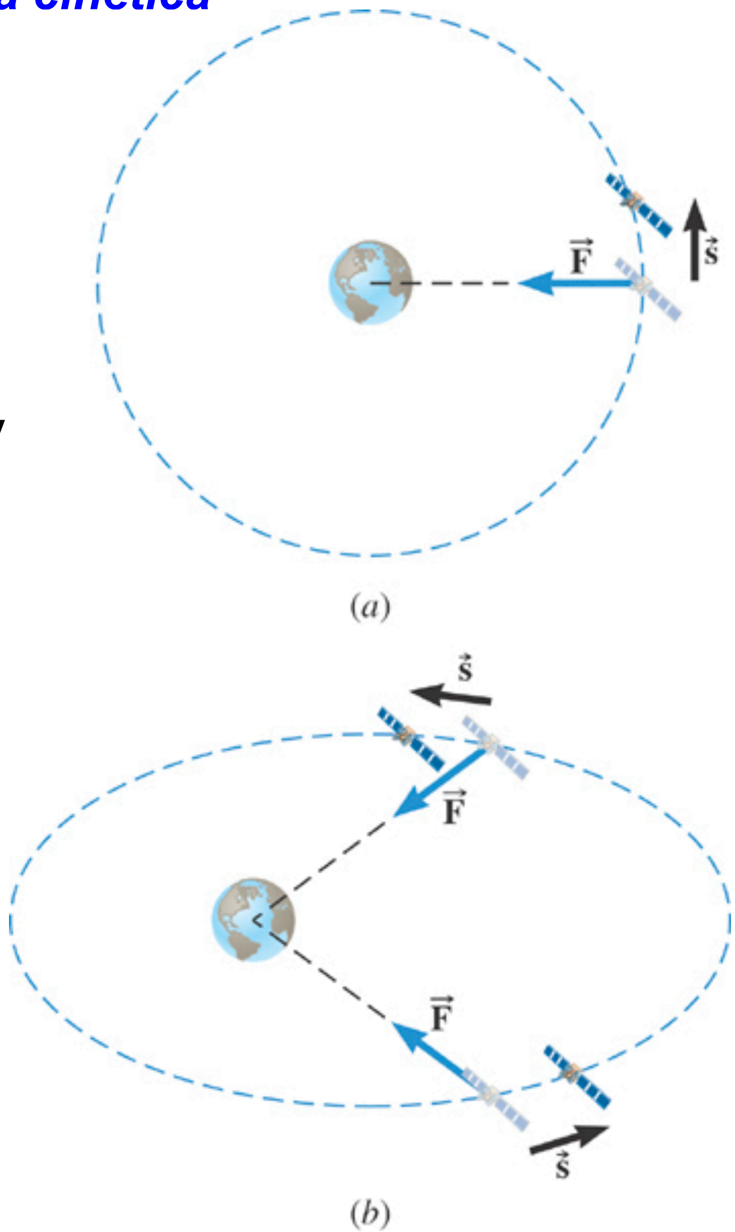
$\Delta s = 57\ m$

$$\sum F = mg\sin 25^\circ - f_k \quad \boxed{= \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2}$$

$$\boxed{v_f = \ldots\ldots\ldots}$$

Ejemplo conceptual

Un satélite se está moviendo en una órbita circular sobre la Tierra y en otra, elíptica. Determinar para cada órbita si la energía cinética del satélite cambia durante el movimiento.



$$\boxed{W_{gravitatorio} = \tfrac{1}{2}mv_{\mathrm{f}}^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2}$$

a) Orbita circular

$$\boxed{W_{gravitatorio} = 0} \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{v_{\mathrm{f}} = v_o}$$

La energía cinética no cambia.

b) Orbita elíptica

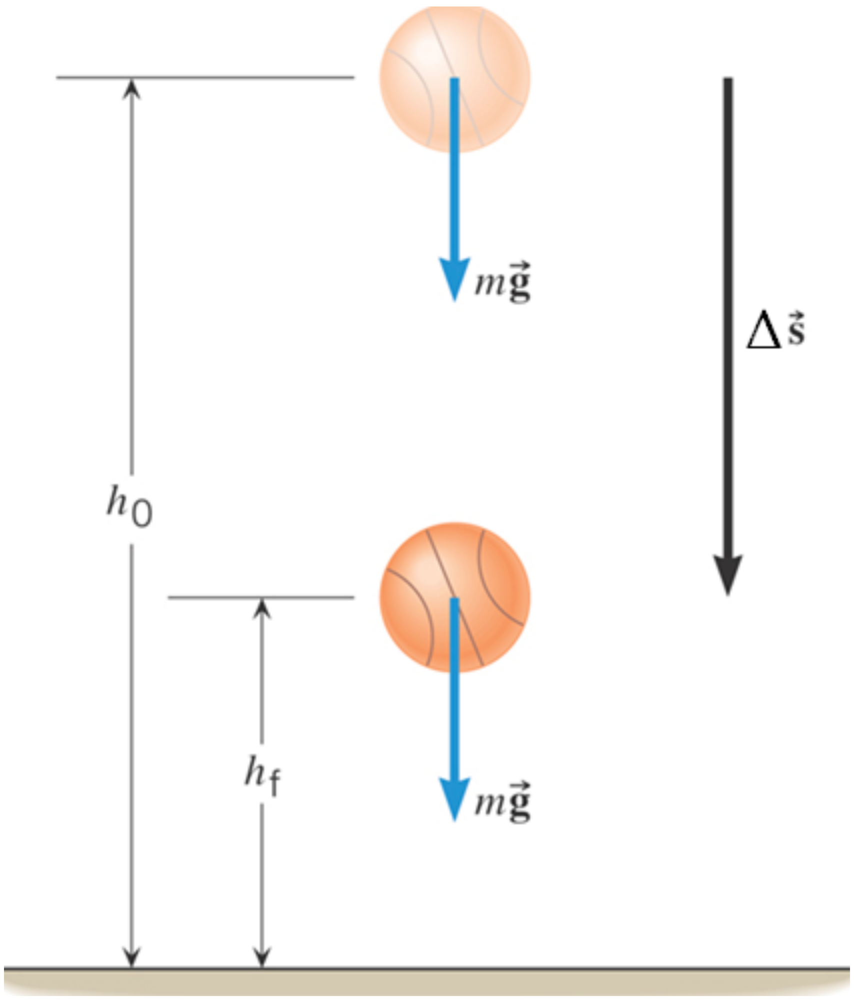
$$\boxed{W_{gravitatorio} \neq 0} \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{v_{\mathrm{f}} \neq v_o}$$

La energía cinética cambia.

El trabajo de la fuerza gravitatoria es

$$W = (F\cos\theta)\Delta s$$

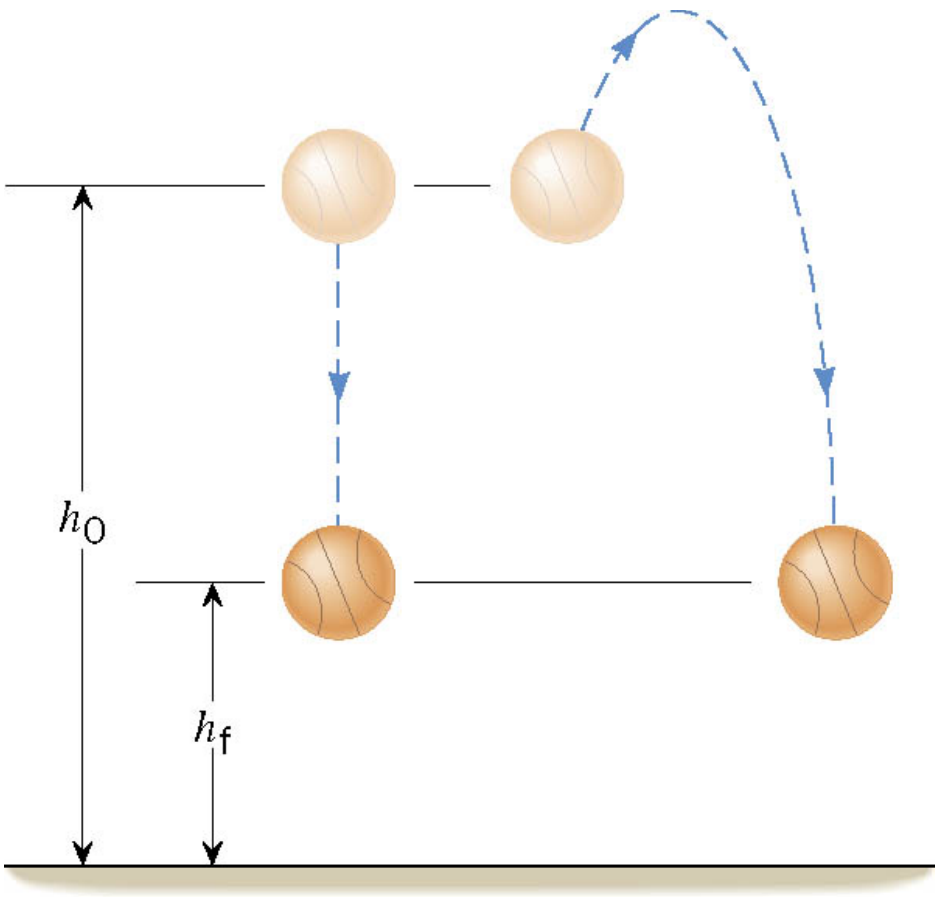
$$W_{\text{gravity}} = mg(h_o - h_f)$$



6.3 Energía potencial gravitatoria

En este caso, también el trabajo de la fuerza gravitatoria es:

$$\boxed{W_{\text{gravity}} = mg\left(h_o - h_f\right)}$$

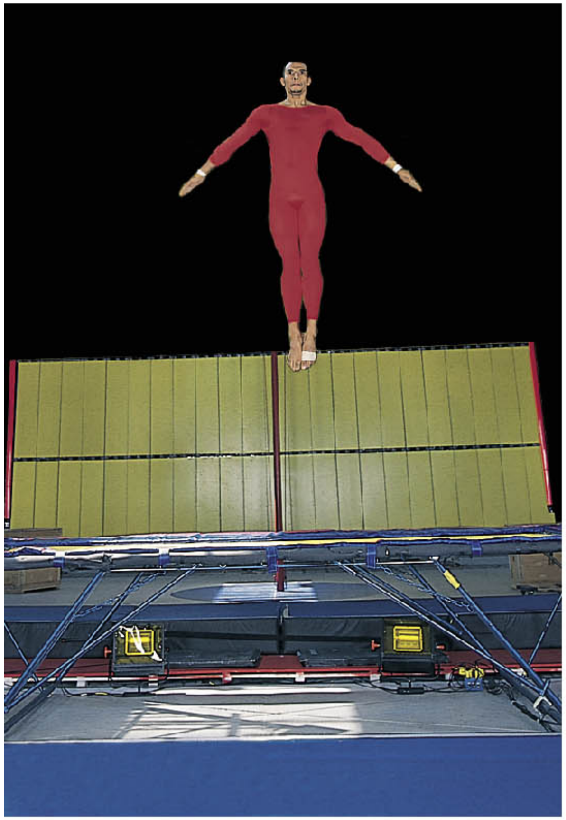


sólo necesita ser considerada la ***diferencia en distancias verticales***, dado que:

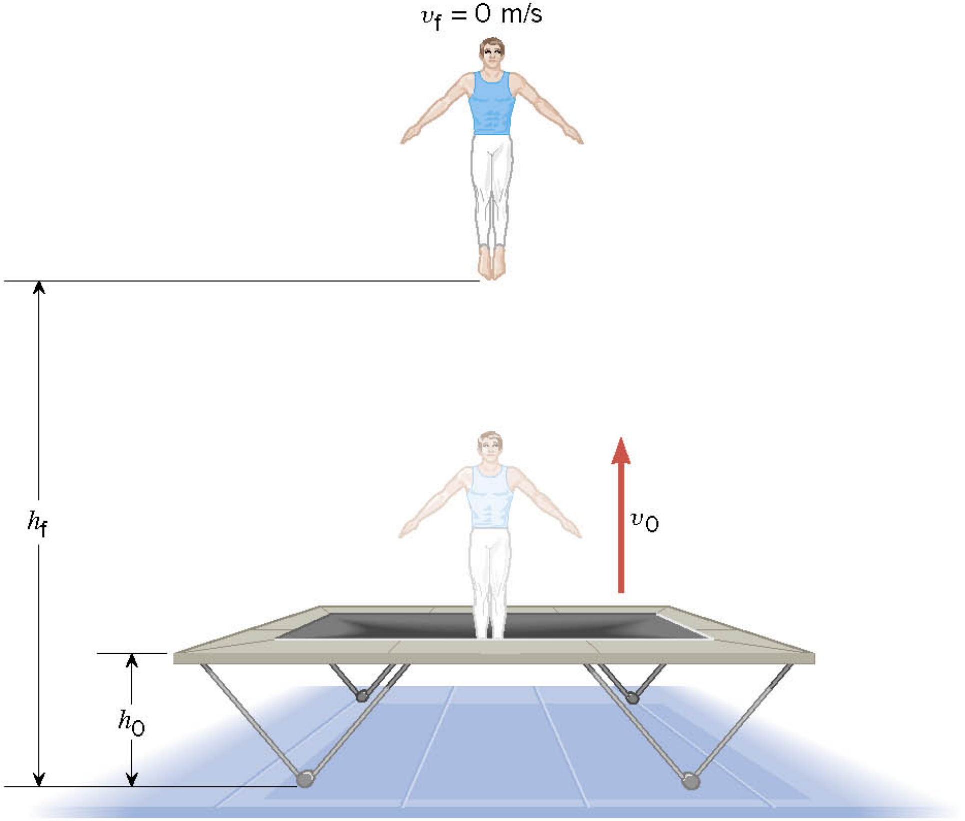
$$W = (-mg\mathbf{j}).(\Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j}) = -mg\,\Delta y = -(mg\,y_f - mgy_o)$$
$$= mg\,(y_o - y_f) = mg\,(h_o - h_f)$$

Ejemplo. Gimnasta sobre un trampolín

El gimnasta deja el trampolín a una altura inicial de 1.20 m y alcanza una altura máxima de 4.80 m antes de comenzar a bajar. ¿Cuál es la rapidez inicial del gimnasta (v_o)?



(*a*)



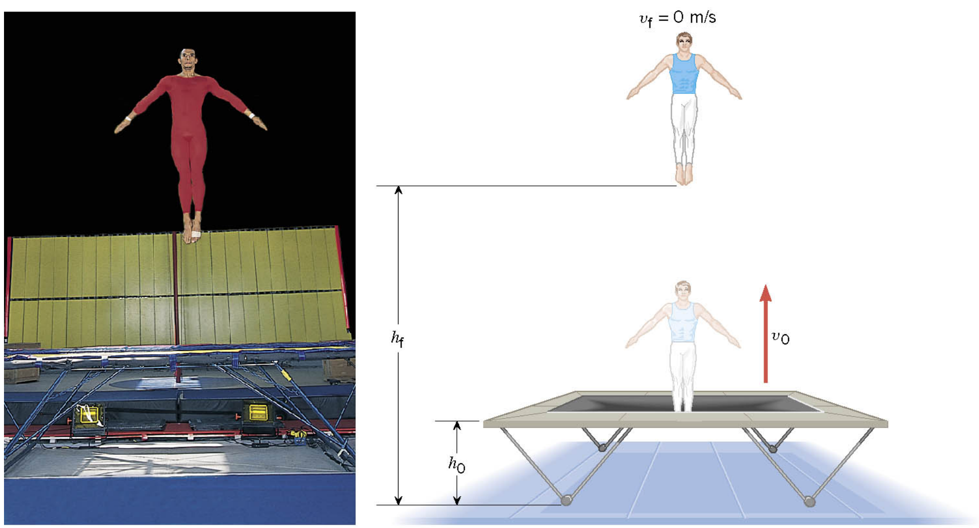
(*b*)

$$W = \tfrac{1}{2} m v_f^2 - \tfrac{1}{2} m v_o^2$$

$$W_{\text{gravity}} = mg\left(h_o - h_f\right)$$

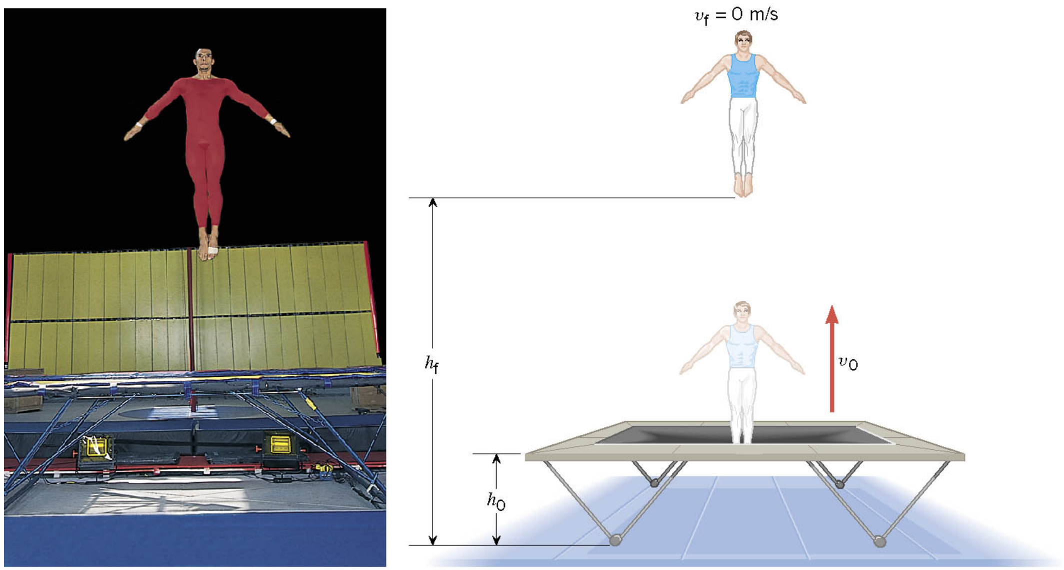
$$mg\left(h_o - h_f\right) = -\tfrac{1}{2} m v_o^2$$

$$v_o = \sqrt{-2g\left(h_o - h_f\right)}$$



(a) (b)

$$v_o = \sqrt{-2\left(9.80\ \mathrm{m/s^2}\right)\left(1.20\ \mathrm{m} - 4.80\ \mathrm{m}\right)} = 8.40\ \mathrm{m/s}$$



(a) (b)

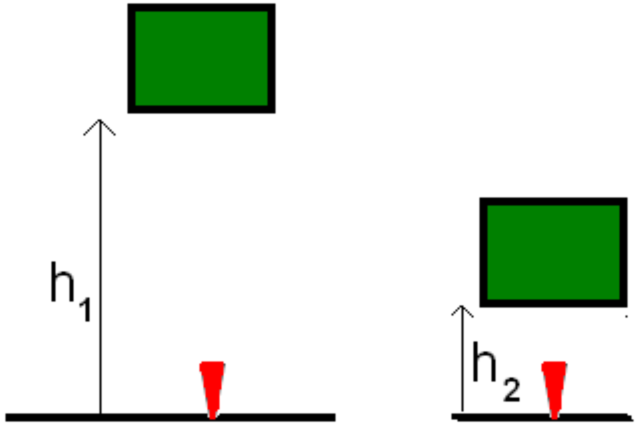
➢La energía cinética inicial se transforma en otro tipo de energía.
➢Esa energía se va acumulando…
➢Con esa energía puede realizar un trabajo…..
➢En este caso, el trabajo de la fuerza gravitatoria, al bajar…

$$W_{\text{gravity}} = mg\left(h_o - h_f\right)$$

- Hacemos un trabajo para levantar el bloque hasta una cierta altura “h”.
- ´Si lo soltamos, al caer, adquiere energía cinética….

- ¿Dónde estaba esa energía?
- Almacenada como otra forma de energía: la ***energía potencial gravitatoria***.

- Si dejamos caer el bloque, cuanto más alto esté, mayor será su capacidad de hacer trabajo (mayor será su energía potencial gravitatoria).



- El trabajo hecho por la fuerza gravitatoria es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de la cantidad “***mgh***”:

$$W = mgh_o - mgh_f$$

$$W_{\text{gravity}} = mgh_o - mgh_f$$

$$\boxed{\mathrm{PE} = mgh}$$

Definición de Energía Potencial Gravitatoria

La energía potencial gravitatoria PE (potential energy) es la energía que un objeto de masa "***m***" tiene en virtud de su posición relativa a la superficie terrestre. Esa posición es medida por la altura "***h***" del objeto relativa a un nivel arbitrario igual a cero.

Unidades en el S.I. $\quad 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = 1\ \text{joule}\,(\mathrm{J})$

Fuerza conservativa

❖Una fuerza es ***conservativa*** cuando el ***trabajo*** que ella hace sobre un objeto en movimiento ***es independiente de la trayectoria*** entre las posiciones inicial y final del objeto.

❖Una fuerza es ***conservativa*** cuando ella ***no hace trabajo*** sobre un objeto en movimiento sobre una ***trayectoria cerrada***, iniciando y finalizando en el mismo punto.

Algunas fuerzas conservativas y no conservativas

Fuerzas conservativas

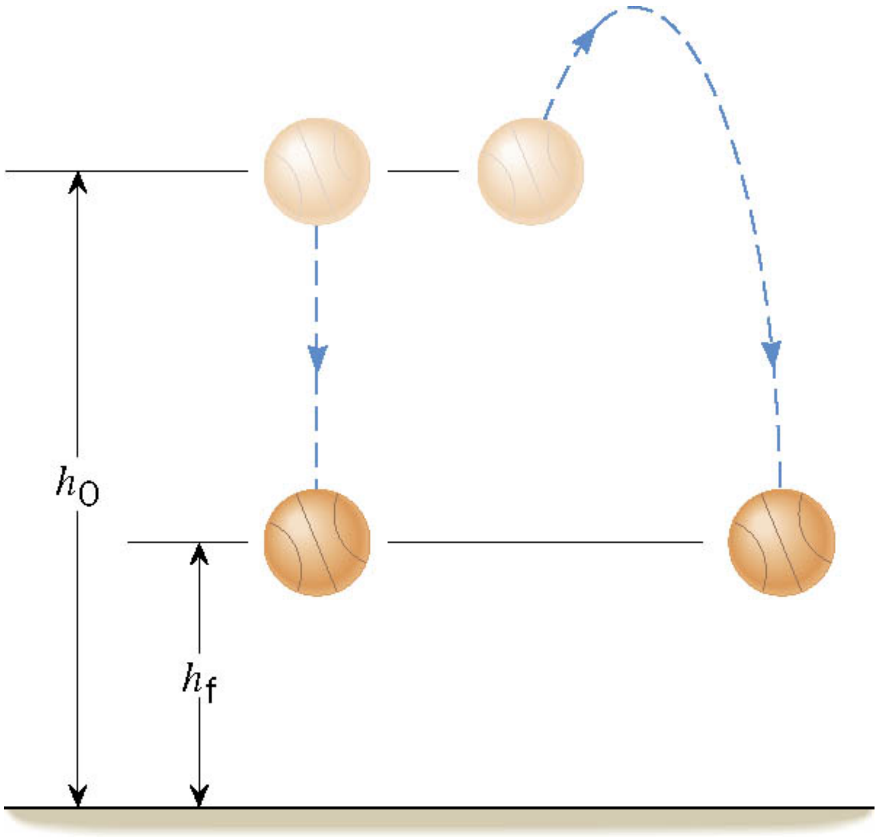
- Fuerza gravitatoria
- Fuerza elástica
- Fuerza eléctrica

Fuerzas no conservativas

- Fuerzas de fricción
- Resistencia del aire
- Tensión
- Fuerza normal
- Fuerzas de propulsión

❖Una fuerza es ***conservativa*** cuando el ***trabajo*** que ella hace sobre un objeto en movimiento ***es independiente de la trayectoria*** entre las posiciones inicial y final del objeto

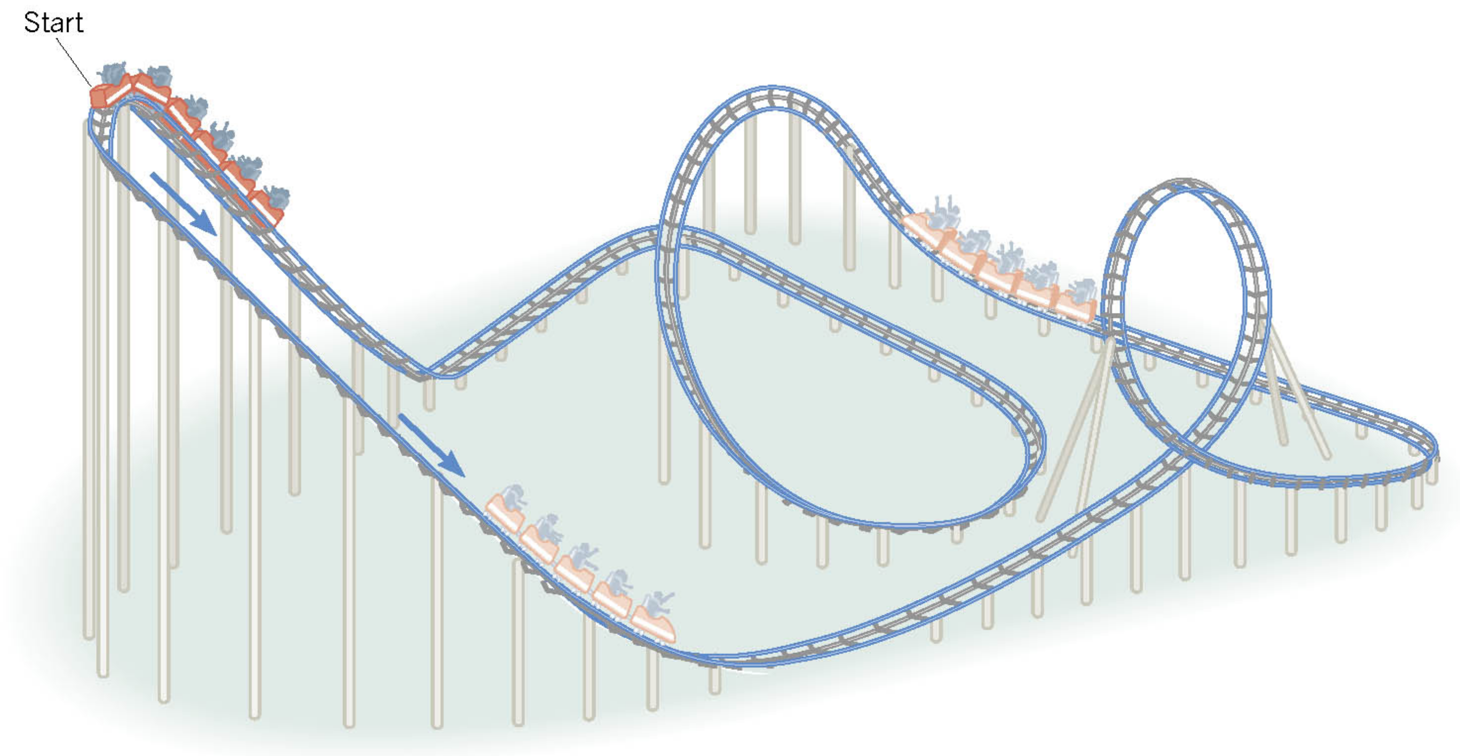
$$W_{\text{gravity}} = mg\left(h_o - h_f\right)$$



6.4 *Fuerzas conservativas y no conservativas*

❖Una fuerza es ***conservativa*** cuando ella ***no hace trabajo*** sobre un objeto en movimiento sobre una ***trayectoria cerrada***, iniciando y finalizando en el mismo punto.

$$W_{\text{gravity}} = mg\left(h_o - h_f\right) \qquad h_o = h_f$$



Una fuerza conservativa está asociada a una energía potencial

En el caso de la fuerza gravitatoria:

$$W_{\text{gravity}} = mg\left(h_o - h_f\right)$$

$$W_{\text{gravity}} = -mg\left(h_f - h_o\right)$$

$$\boxed{W_{\text{conservativa}} = -mg\left(h_f - h_o\right)}$$

$$W_c = -\Delta \mathrm{PE} = -(\mathrm{PE_f} - \mathrm{PE_o})$$

Un ejemplo de fuerza no conservativa es la fuerza de fricción cinética

$$W = \left(F\cos\theta\right)\Delta s = f_k \cos 180^\circ \Delta s = -f_k \Delta s$$

El trabajo realizado por la fuerza de fricción cinética es siempre negativo. Entonces, es imposible que el trabajo hecho sobre un objeto a lo largo de una trayectoria cerrada sea nulo.

El concepto de energía potencial no está definido para una fuerza no conservativa.

En situaciones normales, ambas fuerzas (conservativas y no conservativas) actúan simultáneamente sobre un objeto, entonces el ***trabajo hecho por la fuerza neta externa*** puede expresarse como:

$$W = W_c + W_{nc}$$

$$W = \mathrm{KE}_\mathrm{f} - \mathrm{KE}_\mathrm{o} = \Delta\mathrm{KE}$$

$$W_c = W_\mathrm{gravity} = mgh_o - mgh_f = \mathrm{PE}_\mathrm{o} - \mathrm{PE}_\mathrm{f} = -\Delta\mathrm{PE}$$

6.4 Fuerzas conservativas y no conservativas

$$W = W_c + W_{nc}$$

$$\Delta \mathrm{KE} = -\Delta \mathrm{PE} + W_{nc}$$

Teorema del trabajo y la energía:

$$\boxed{W_{nc} = \Delta \mathrm{KE} + \Delta \mathrm{PE}}$$

6.5 Conservación de la energía mecánica

$$W_{nc} = \Delta \mathrm{KE} + \Delta \mathrm{PE} = \left(\mathrm{KE_f} - \mathrm{KE_o}\right) + \left(\mathrm{PE_f} - \mathrm{PE_o}\right)$$

$$W_{nc} = \left(\mathrm{KE_f} + \mathrm{PE_f}\right) + \left(\mathrm{KE_o} + \mathrm{PE_o}\right)$$

$$\boxed{W_{nc} = \mathrm{E_f} - \mathrm{E_o}}$$

Si el ***trabajo neto*** sobre un objeto por fuerzas no conservativas ***es cero***, entonces su energía mecánica no cambia:

$$\boxed{\mathrm{E_f} = \mathrm{E_o}}$$

6.5 Conservación de la energía mecánica

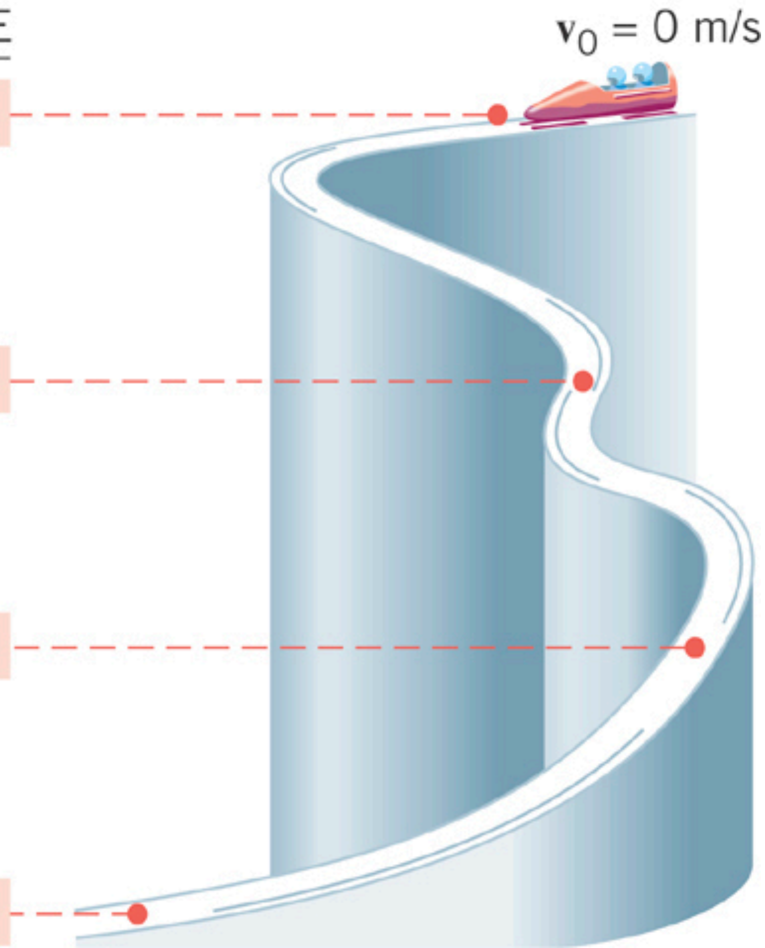
$$\boxed{W_{nc} = 0} \Rightarrow \boxed{E_f = E_o}$$

Principio de conservación de la energía mecánica

La energía mecánica total (***E = KE + PE***) de un objeto ***permanece constante ,*** mientras el objeto se mueve, si el ***trabajo neto de las fuerzas no conservativas es cero***.

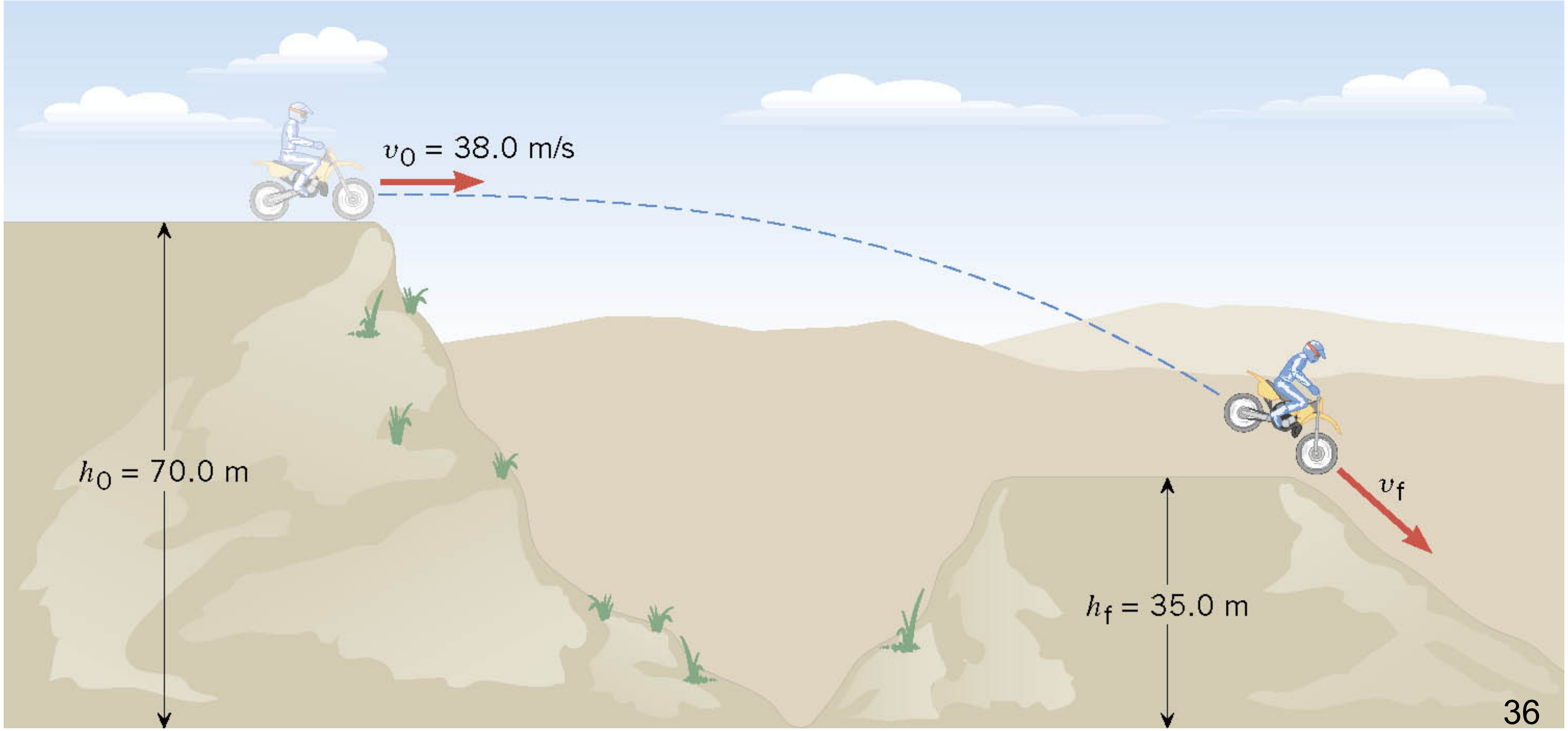
6.5 Conservación de la energía mecánica

KE	PE	E = KE + PE
0 J	600 000 J	600 000 J
200 000 J	400 000 J	600 000 J
400 000 J	200 000 J	600 000 J
600 000 J	0 J	600 000 J

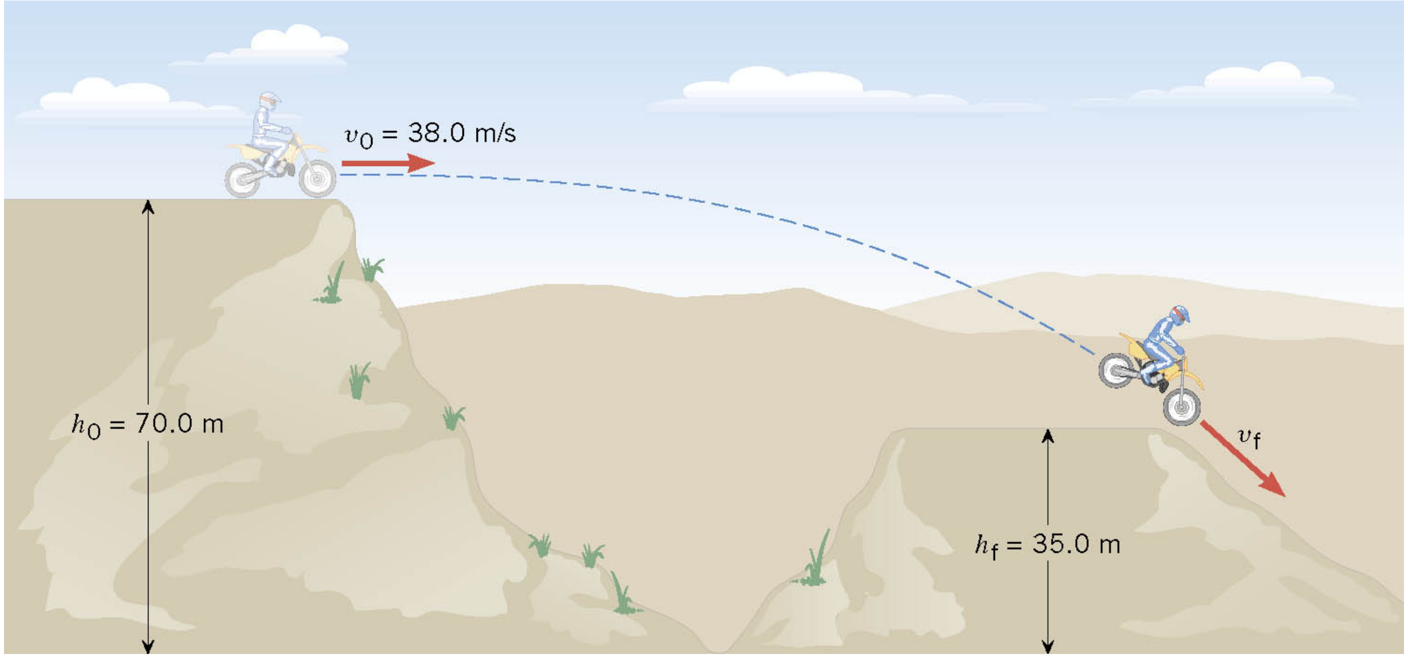


Ejemplo. Motocross

Un motociclista trata de sortear el cañón conduciendo horizontalmente sobre el risco a 38.0 m/s. Despreciando la resistencia del aire, encontrar la rapidez con la que impacta sobre el terreno del otro lado del cañón.



6.5 Conservación de la energía mecánica

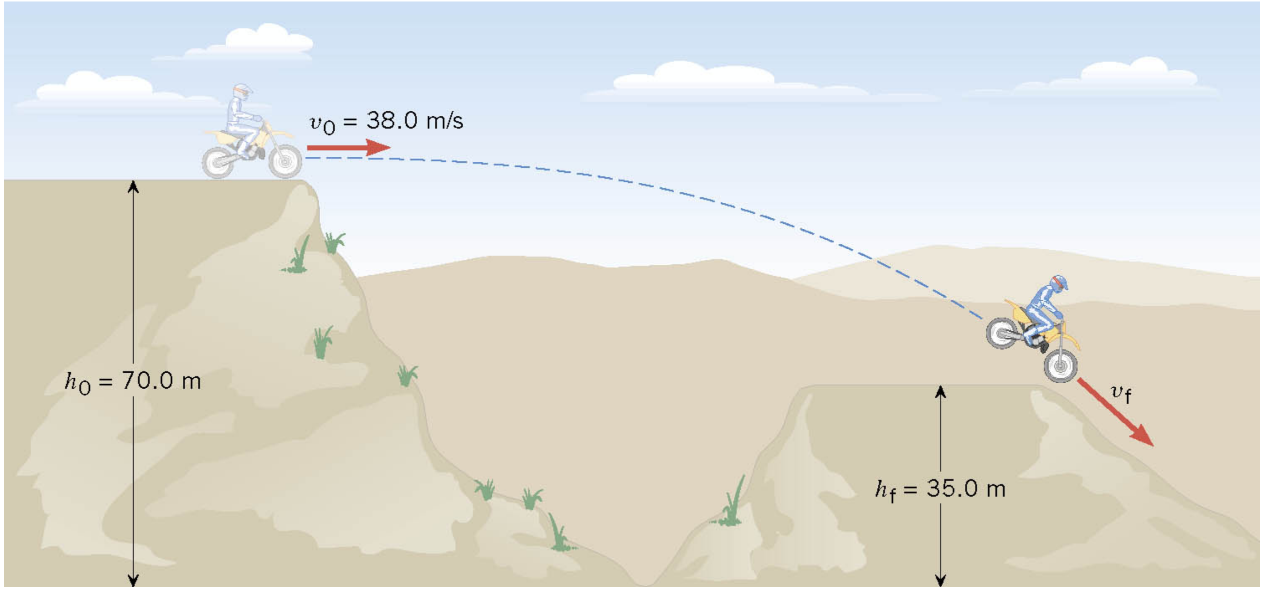


$$E_f = E_o$$

$$mgh_f + \tfrac{1}{2}mv_f^2 = mgh_o + \tfrac{1}{2}mv_o^2$$

$$gh_f + \tfrac{1}{2}v_f^2 = gh_o + \tfrac{1}{2}v_o^2$$

6.5 Conservación de la energía mecánica



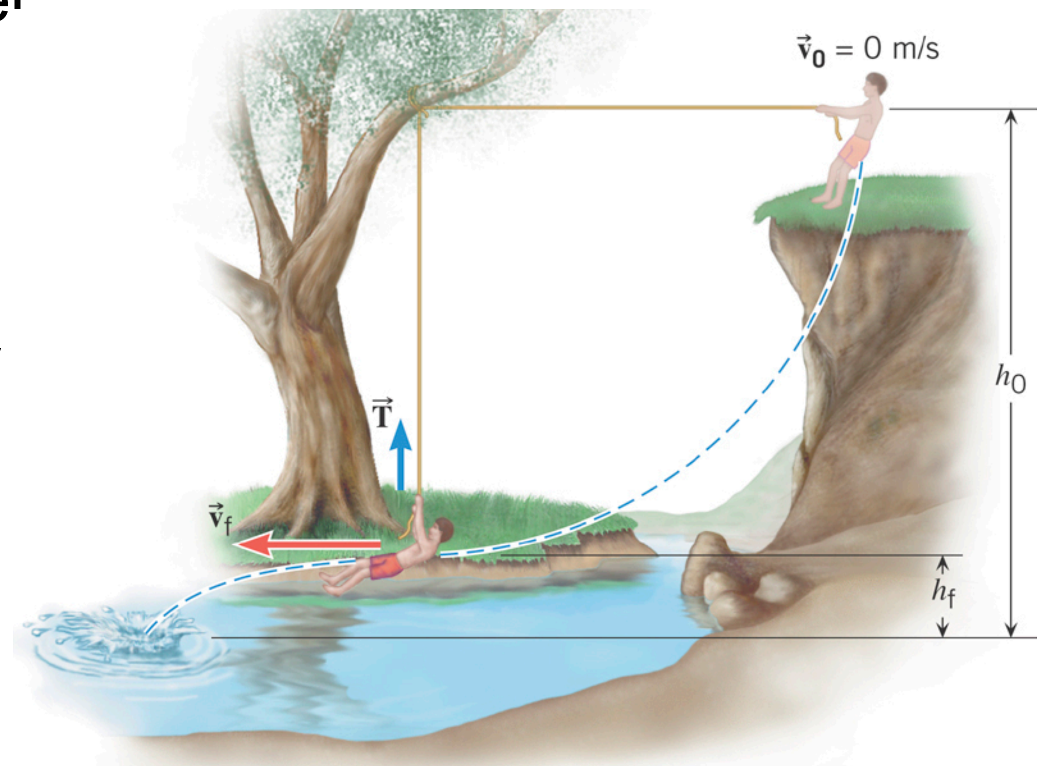
$$gh_f + \tfrac{1}{2}v_f^2 = gh_o + \tfrac{1}{2}v_o^2$$

$$v_f = \sqrt{2g\left(h_o - h_f\right) + v_o^2}$$

$$v_f = \sqrt{2\left(9.8\,\mathrm{m/s^2}\right)\left(35.0\mathrm{m}\right) + \left(38.0\,\mathrm{m/s}\right)^2} = 46.2\,\mathrm{m/s}$$

Ejemplo conceptual. Zambullida del nadador.

El nadador comienza en reposo, con la cuerda en posición horizontal, oscila hacia abajo y se suelta de la cuerda. Tres fuerzas actúan sobre él:



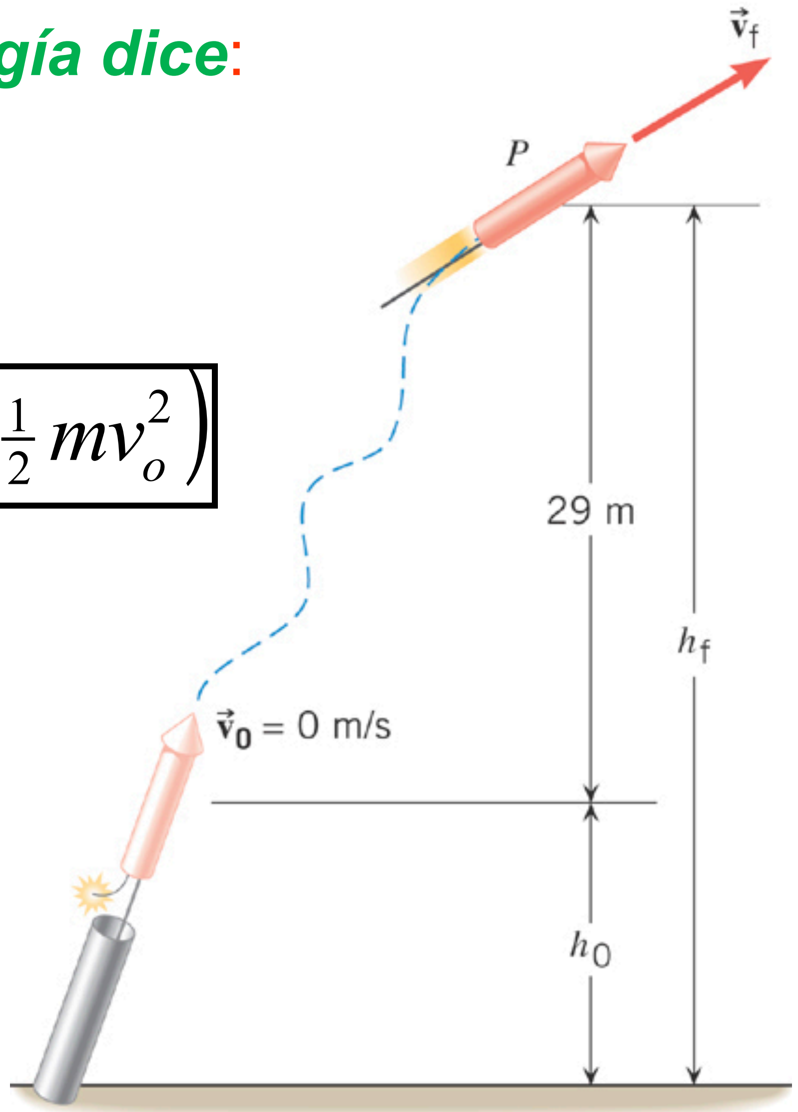
- su peso,
- La tensión de la cuerda y
- La resistencia del aire.

¿Podemos usar ***el Principio de Conservación de la Energía Mecánica*** para calcular su ***rapidez final***?

El teorema del trabajo y la energía dice:

$$\boxed{W_{nc} = E_f - E_o}$$

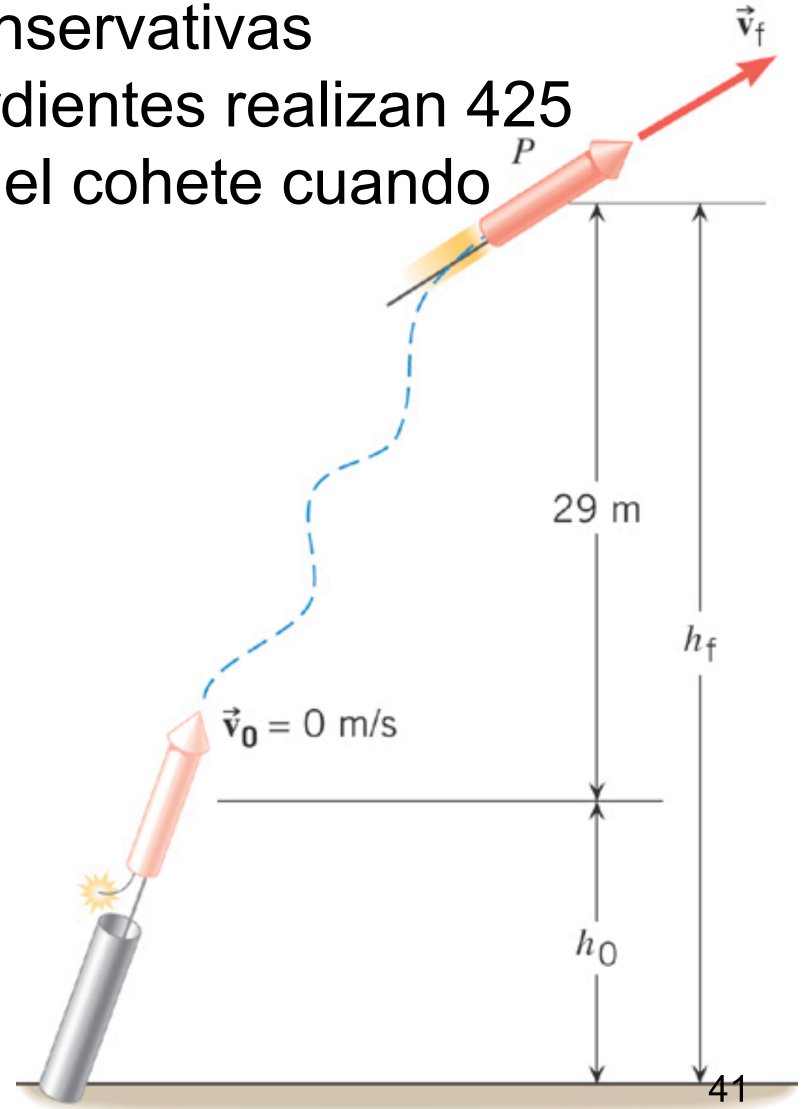
$$\boxed{W_{nc} = \left(mgh_f + \tfrac{1}{2}mv_f^2\right) - \left(mgh_o + \tfrac{1}{2}mv_o^2\right)}$$



Ejemplo. ple 11 Fuegos artificiales

Asumiendo que las fuerzas no conservativas generadas por los propulsores ardientes realizan 425 J de trabajo, ¿cuál es la rapidez del cohete cuando subió 29 m?
(Ignorar la resistencia del aire).

$$W_{nc} = \left(mgh_f + \tfrac{1}{2}mv_f^2\right) - \left(mgh_o + \tfrac{1}{2}mv_o^2\right)$$



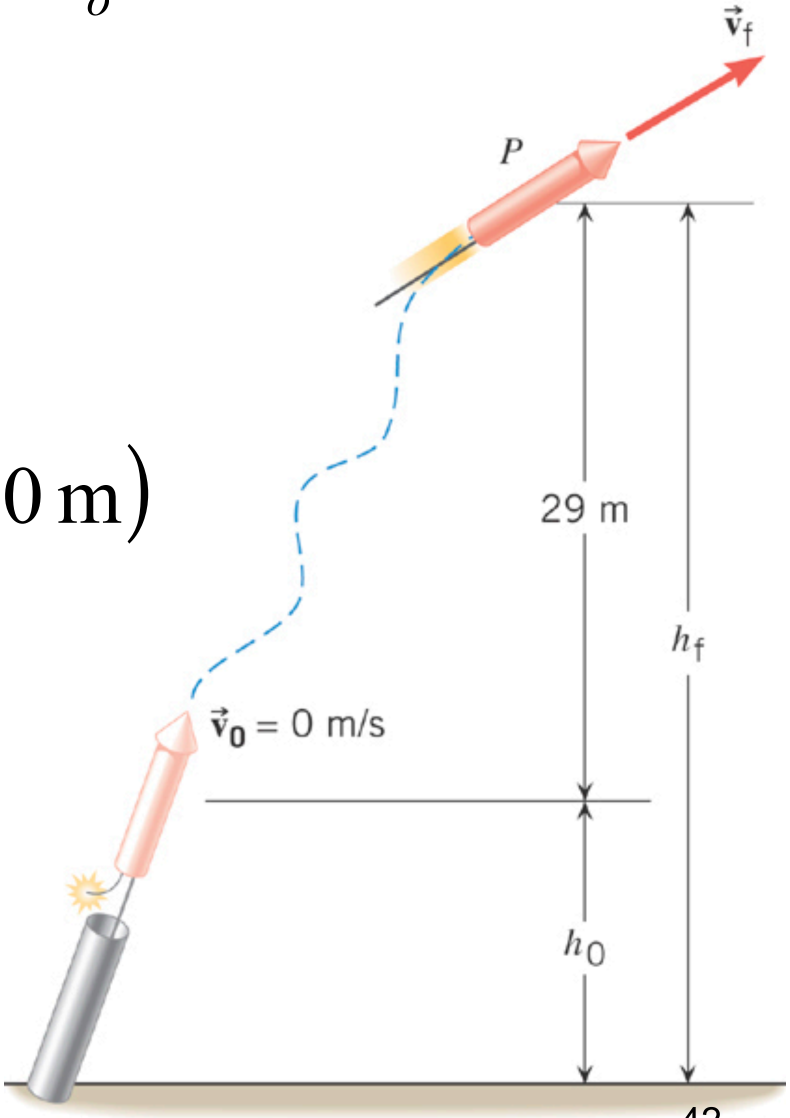
6.6 Fuerzas no conservativas y teorema del Trabajo y la Energía

$$W_{nc} = mgh_f - mgh_o + \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_o^2$$

$$W_{nc} = mg\left(h_f - h_o\right) + \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

$$425\,\mathrm{J} = (0.20\,\mathrm{kg})(9.80\,\mathrm{m/s^2})(29.0\,\mathrm{m})$$
$$+\tfrac{1}{2}(0.20\,\mathrm{kg})v_f^2$$

$$\boxed{v_f = 61\,\mathrm{m/s}}$$



Potencia media

Potencia media es la rapidez a la cual el trabajo es realizado, y se obtiene dividiento el trabajo por el tiempo requerido para llevarlo a cabo.

$$\boxed{\overline{P} = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}} = \frac{W}{t}}$$

Unidades en el S.I. $\Rightarrow$ $\text{joule}/\text{s} = \text{watt (W)}$

6.7 Potencia

$$\overline{P} = \frac{\text{cambio en energía}}{\text{tiempo}}$$

Otras unidades

$$1\ \text{horsepower} = 745.7\ \text{watts}$$

6.7 Potencia

$$\boxed{\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\vec{F}.\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$$

Potencia media

$$\boxed{\overline{P} = \vec{F}\overline{\vec{v}}}$$

Potencia instantánea

$$\boxed{P = \frac{\vec{F}.d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}}$$

Table 6.4 Human Metabolic Rates[a]

Activity	Rate (watts)
Running (15 km/h)	1340 W
Skiing	1050 W
Biking	530 W
Walking (5 km/h)	280 W
Sleeping	77 W

[a]For a young 70-kg male.

6.8 Otras formas de energía y la Conservación de la Energía.

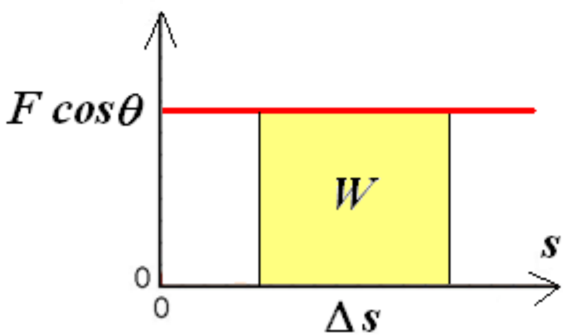
EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

La energía no puede ser creada ni destruída, sólo puede ser convertida de una forma a otra.

6.9 Trabajo realizado por una fuerza variable.

Si la fuerza es constante:

$$W = (F\cos\theta)\Delta s$$

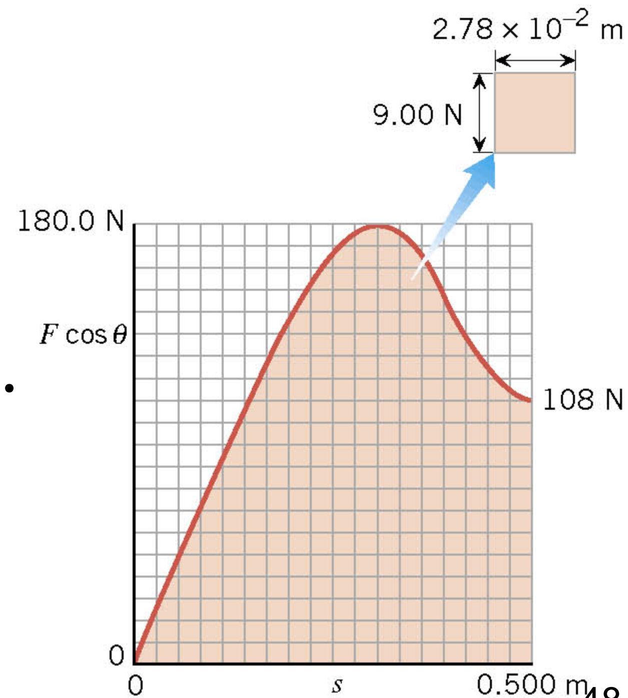


(a)

Si la fuerza es variable:

$$W \approx (F\cos\theta)_1 \Delta s_1 + (F\cos\theta)_2 \Delta s_2 + \cdots$$

$$\boxed{W = \int \vec{F}.d\vec{r} = \int (F\cos\theta)\,ds}$$



(b)