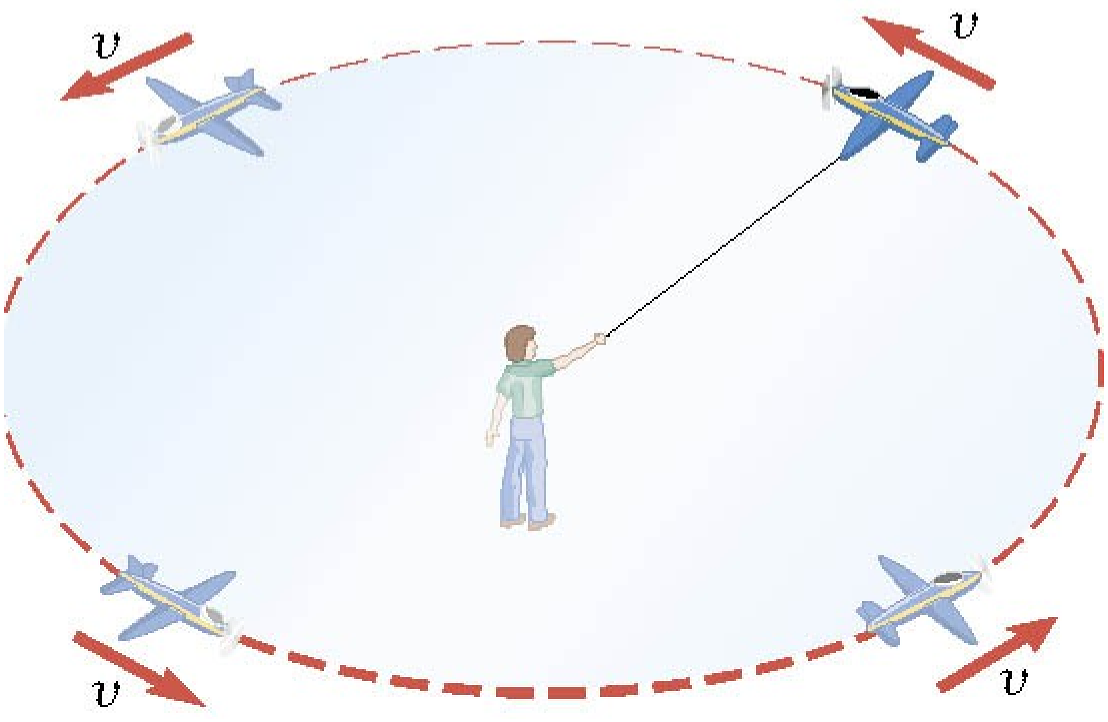
Dinámica del movimiento circular uniforme

Definición: el ***movimiento circular uniforme*** es el movimiento de un objeto desplazándose con ***rapidez constante*** en una ***trayectoria circular***.



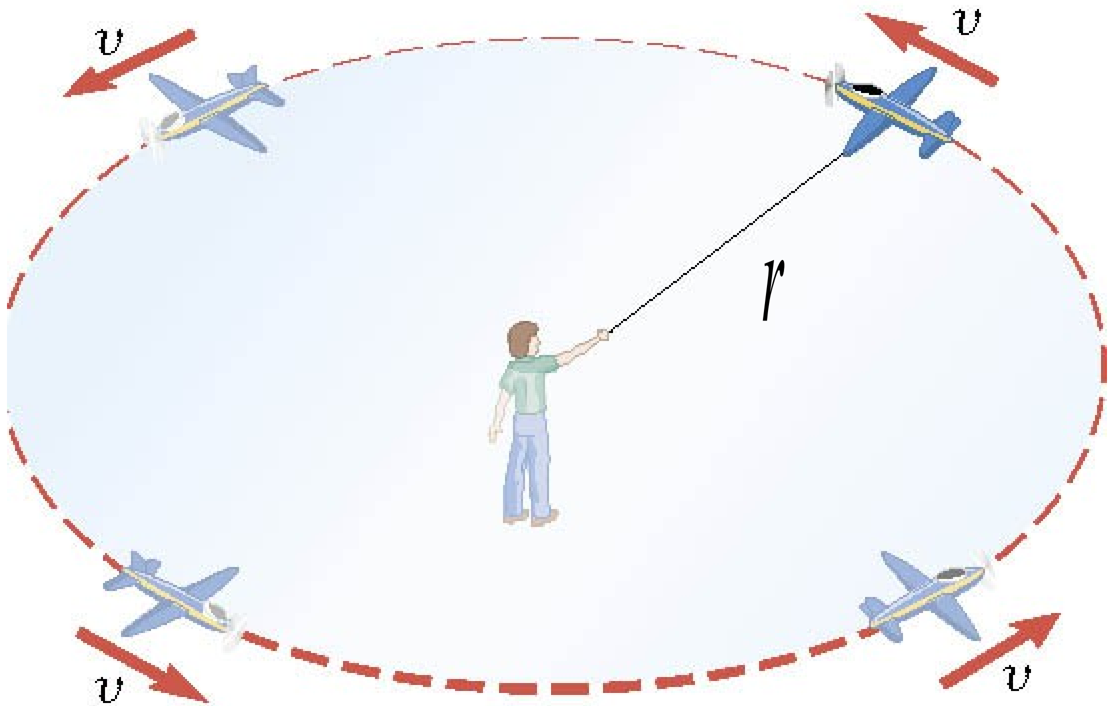
5.1 Movimiento circular uniforme

Llamamos ***T*** al tiempo que le lleva al objeto completar una vuelta.

$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$$

Distancia recorrida

Rapidez constante



Ejemplo. Balanceando un neumático

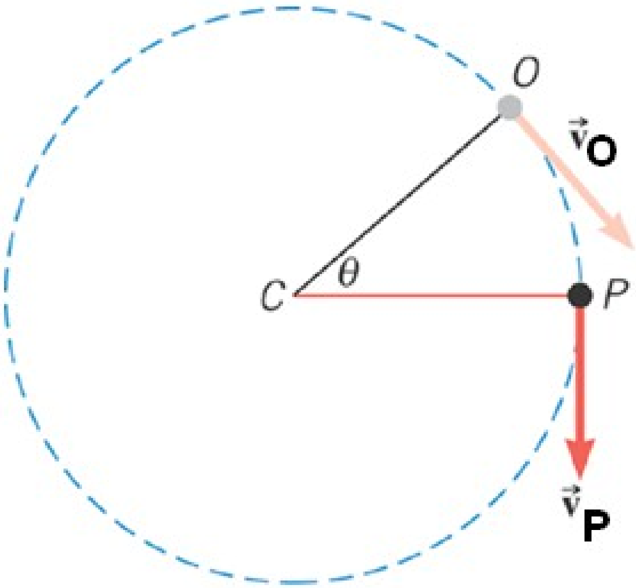
La rueda de un auto tiene un radio de 0.29m y está siendo rotada a 830 revoluciones por minuto, en una máquina de balanceo. Determinar la rapidez a la cual se está moviendo el borde de la rueda.

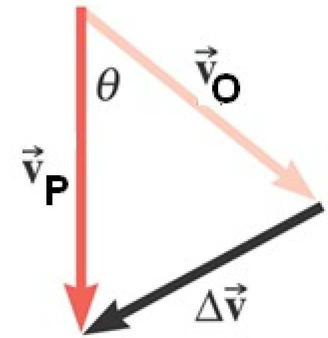
$$\frac{1}{830\,\mathrm{revoluciones/min}} = 1.2\times10^{-3}\ \mathrm{min/revolucion}$$

$$T = 1.2\times10^{-3}\ \mathrm{min} = 0.072\ \mathrm{s}$$

$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\left(0.29\ \mathrm{m}\right)}{0.072\ \mathrm{s}} = 25\ \mathrm{m/s}}$$

En el movimiento circular uniforme, la rapidez es constante, pero ***la dirección del vector velocidad cambia***.



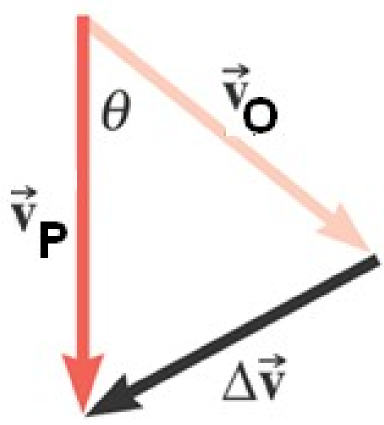


Encontraremos la aceleración entre los puntos O y P.

$$\boxed{\vec{\bar{\mathbf{a}}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}}$$

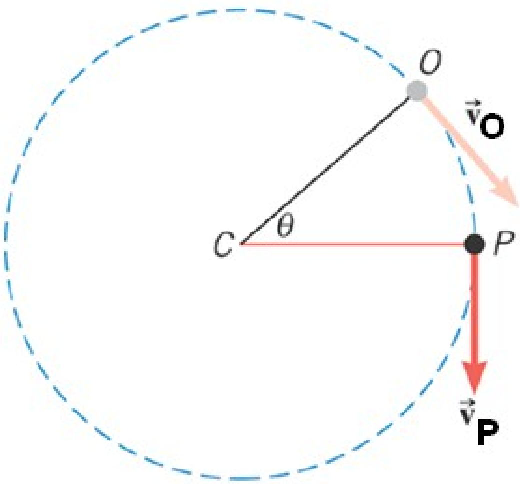
La aceleración tiene igual dirección que Δ***v***

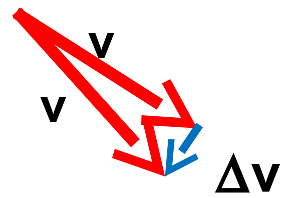
$$\boxed{\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}}$$



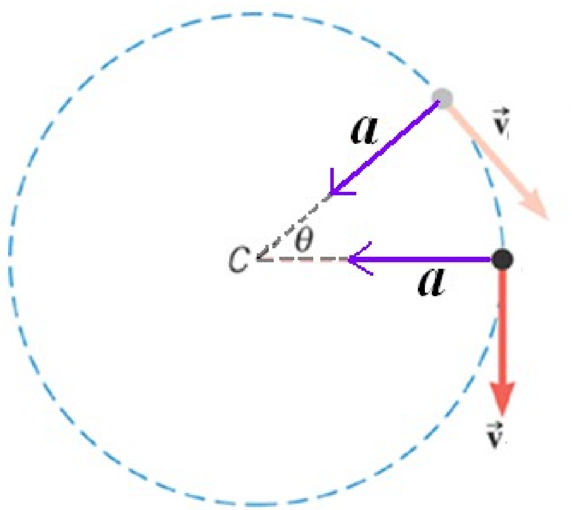
La aceleración tiene igual dirección que $\Delta\boldsymbol{v}$

$$\boxed{\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}}$$

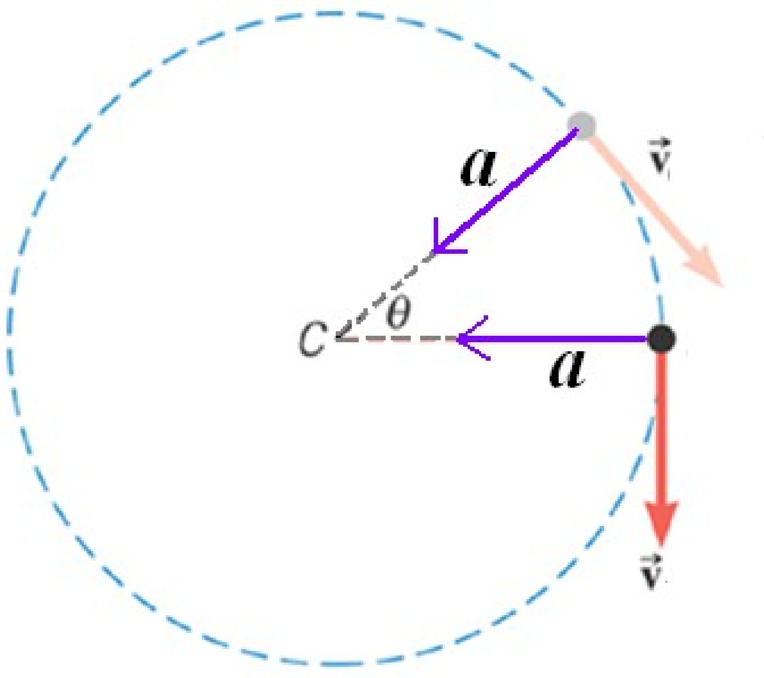


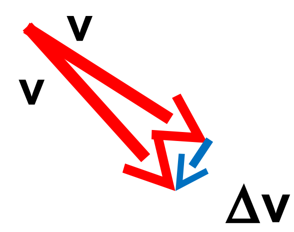


$$\boxed{\begin{array}{c} \Delta \mathbf{t} \;\rightarrow\; \mathbf{0} \\ \\ \mathbf{a} \perp \Delta \mathbf{v} \end{array}}$$



*En el **movimiento circular uniforme** la aceleración instantánea está dirigida al centro de la trayectoria y la llamamos **aceleración centrípeta a_c***

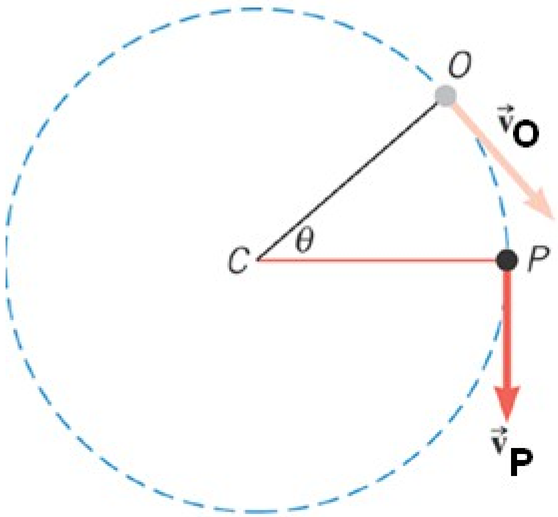


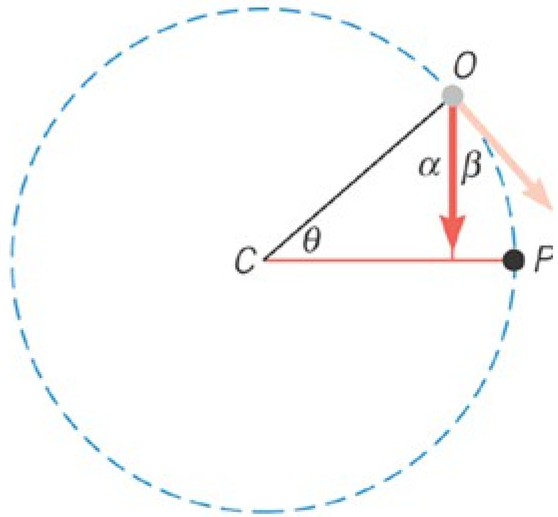


$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$a \perp \Delta v$$

5.2 Aceleración centrípeta





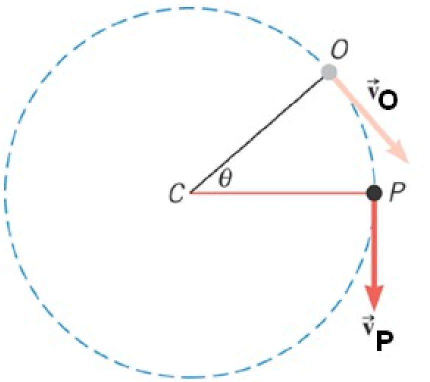
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

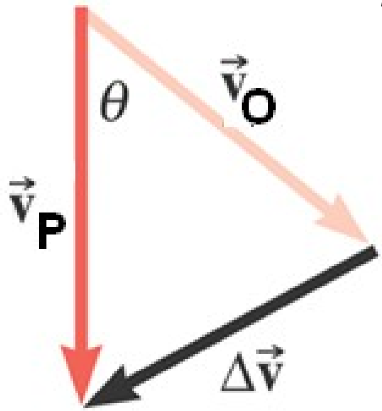
$$\alpha + \theta = 90^\circ$$

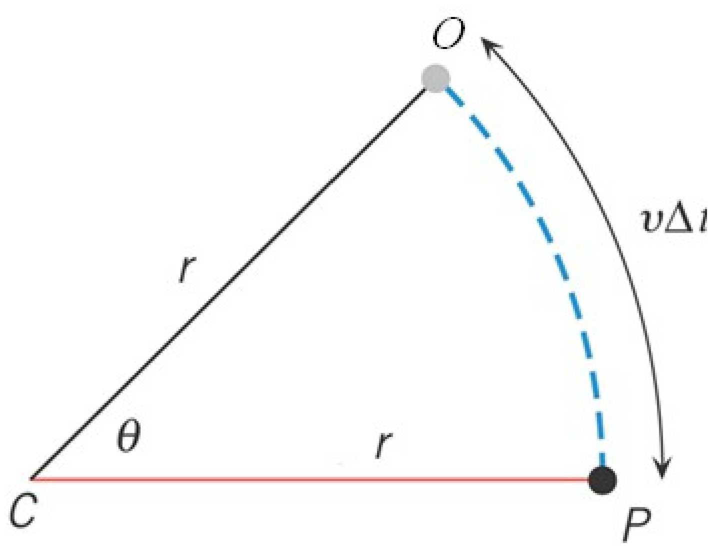
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\beta = \theta}$$

5.2 Aceleración centrípeta







La magnitud de la aceleración es:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{r}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

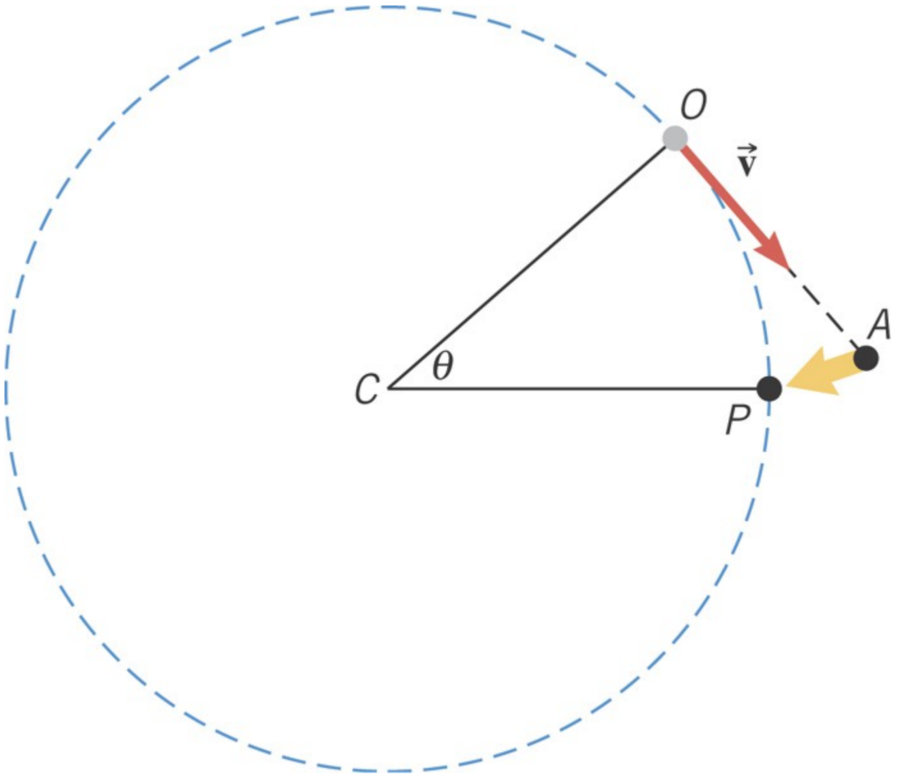
Ejemplo: ¿Cuál camino sigue el objeto?

Un objeto en MCU se deja en libertad en el punto O de su trayectoria circular.

El objeto se moverá:

- a lo largo de la trayectoria recta OA?

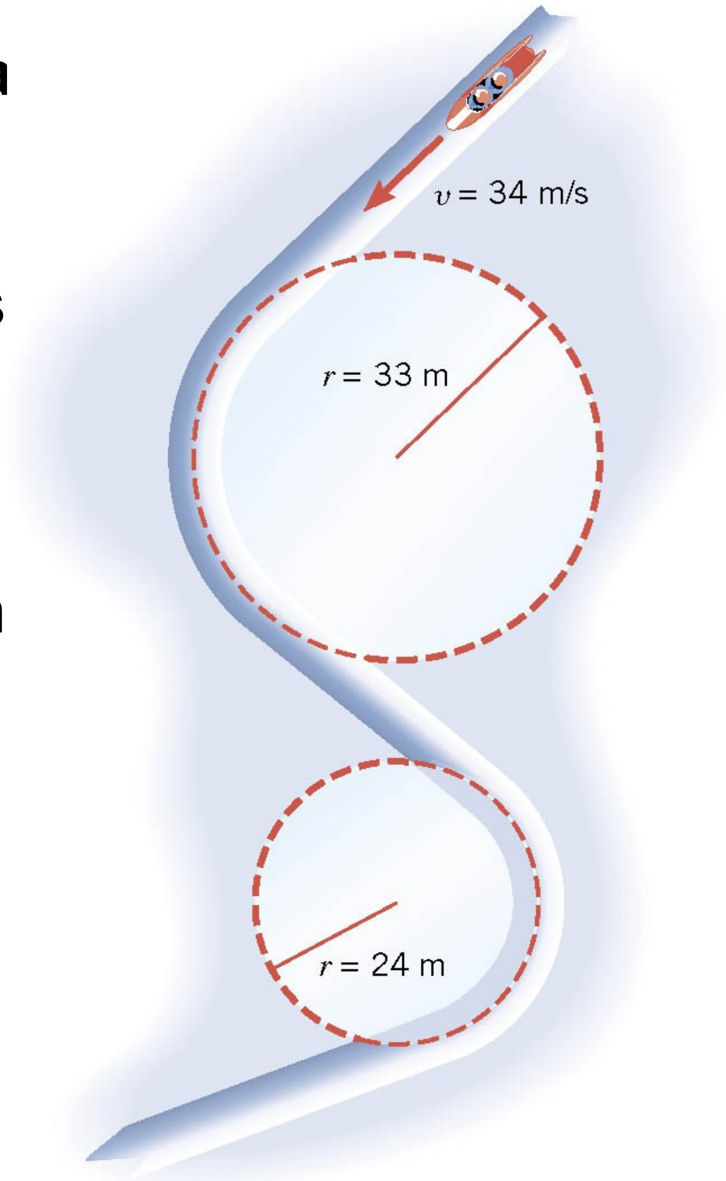
- a lo largo del arco circular OP?



Ejemplo. Efecto del radio sobre la aceleración centrípeta.

La pista de bobsled contiene curvas con radios de 33 m y de 24 m. Encontrar la aceleración centrípeta en cada curva para una rapidez de 34 m/s. Expresar las respuestas en múltiplos de “g”.

$$g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}.$$

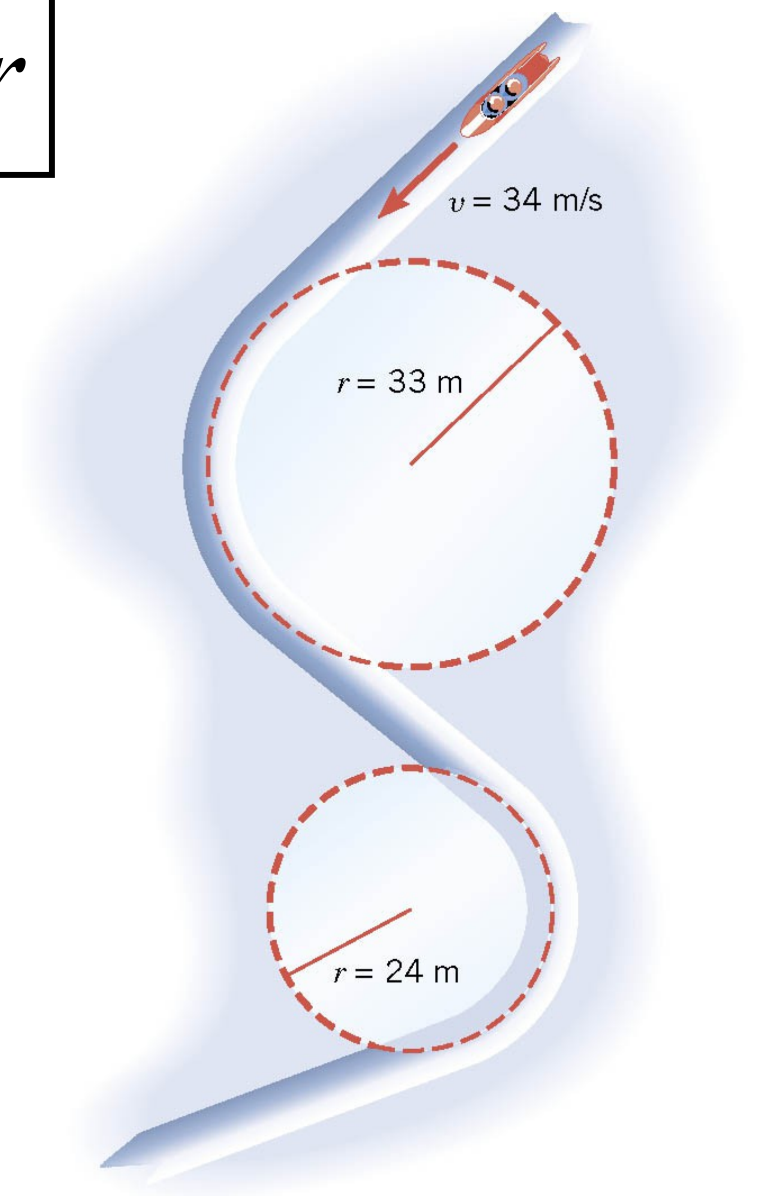


5.2 Aceleración centrípeta

$$\boxed{a_c = v^2/r}$$

$$a_c = \frac{(34\,\mathrm{m/s})^2}{33\,\mathrm{m}} = 35\,\mathrm{m/s^2} = 3.6g$$

$$a_c = \frac{(34\,\mathrm{m/s})^2}{24\,\mathrm{m}} = 48\,\mathrm{m/s^2} = 4.9g$$



….recordando la segunda Ley de Newton

Cuando una fuerza neta actúa sobre un objeto de masa ***m***, la aceleración que resulta es directamente proporcional a la ***fuerza neta*** y tiene una magnitud que es inversamente proporcional a la masa. La dirección de la aceleración es la misma dirección de la fuerza neta.

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\sum \mathbf{F}}{m}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Entonces, en el movimiento circular uniforme debe haber una ***fuerza neta*** que produce la aceleración centrípeta.

Fuerza centrípeta es el nombre que se le da a la ***fuerza neta*** requerida para mantener un objeto con movimiento sobre una trayectoria circular.

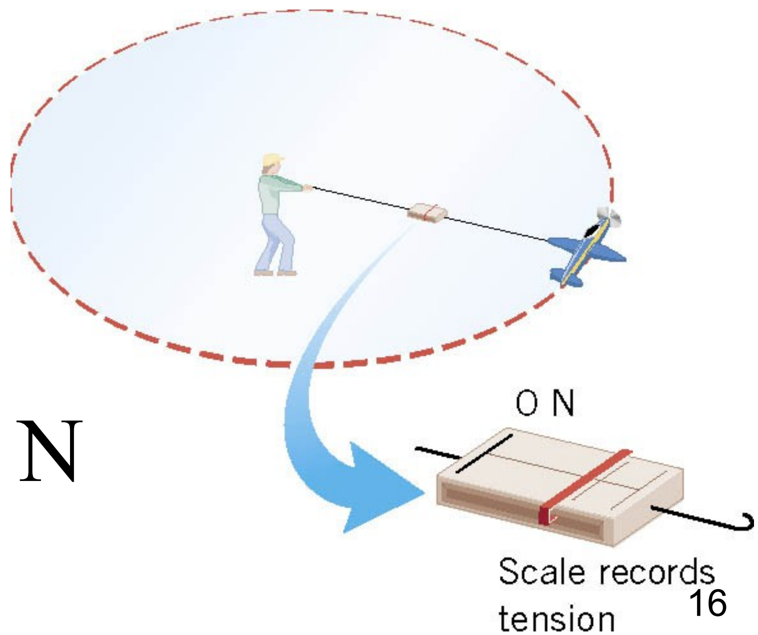
La dirección de la fuerza centrípeta siempre ***apunta hacia el centro del cículo*** y cambia continumente su dirección cuando el objeto se mueve.

$$\boxed{F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r}}$$

Ejemplo. Efecto de la rapidez sobre la fuerza centrípeta.

El avión de aeromodelismo tiene una masa de 0.90 kg y se mueve con rapidez constante sobre un círculo paralelo al suelo.
La trayectoria del avión y el cable-guía están contenidos en el mismo plano horizontal (el peso del avión es balanceado por la fuerza de sustentación sobre sus alas). Encontrar la tensión en el cable de 17 m para una rapidez de 19 m/s.

$$\boxed{F_c = T = m\frac{v^2}{r}}$$



$$T = (0.90\,\text{kg})\frac{(19\,\text{m/s})^2}{17\,\text{m}} = 19\,\text{N}$$

Ejemplo: trapecistas en el circo.

El trapecista se balancea sosteniendo de sus brazos a su compañera.
¿En qué posición es más difícil sostenerla, suspendida verticalmente:

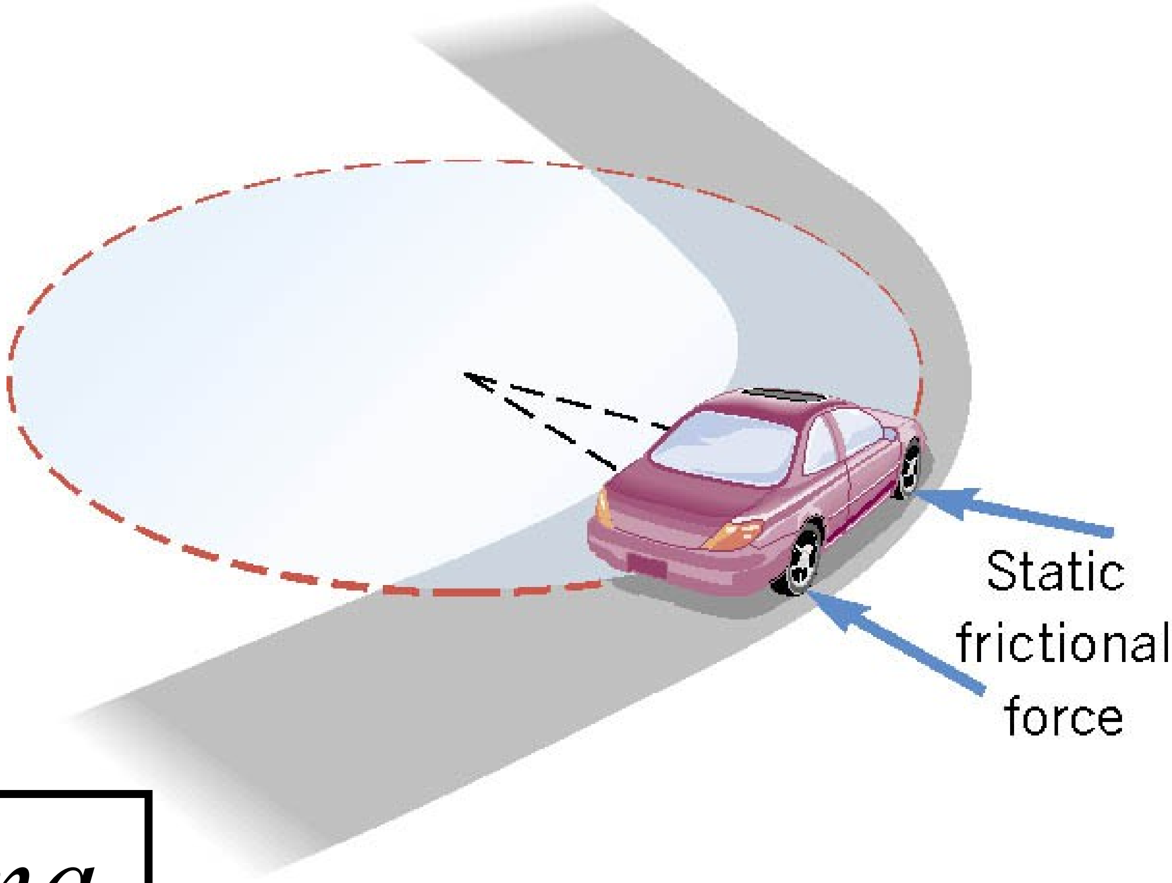
- Cuando está en reposo?
- Cuando se está balanceando?

$$\boxed{F_c = T - mg = m\frac{v^2}{r}}$$

En reposo, v =0

5.4 Otros ejemplos con fuerza centrípeta

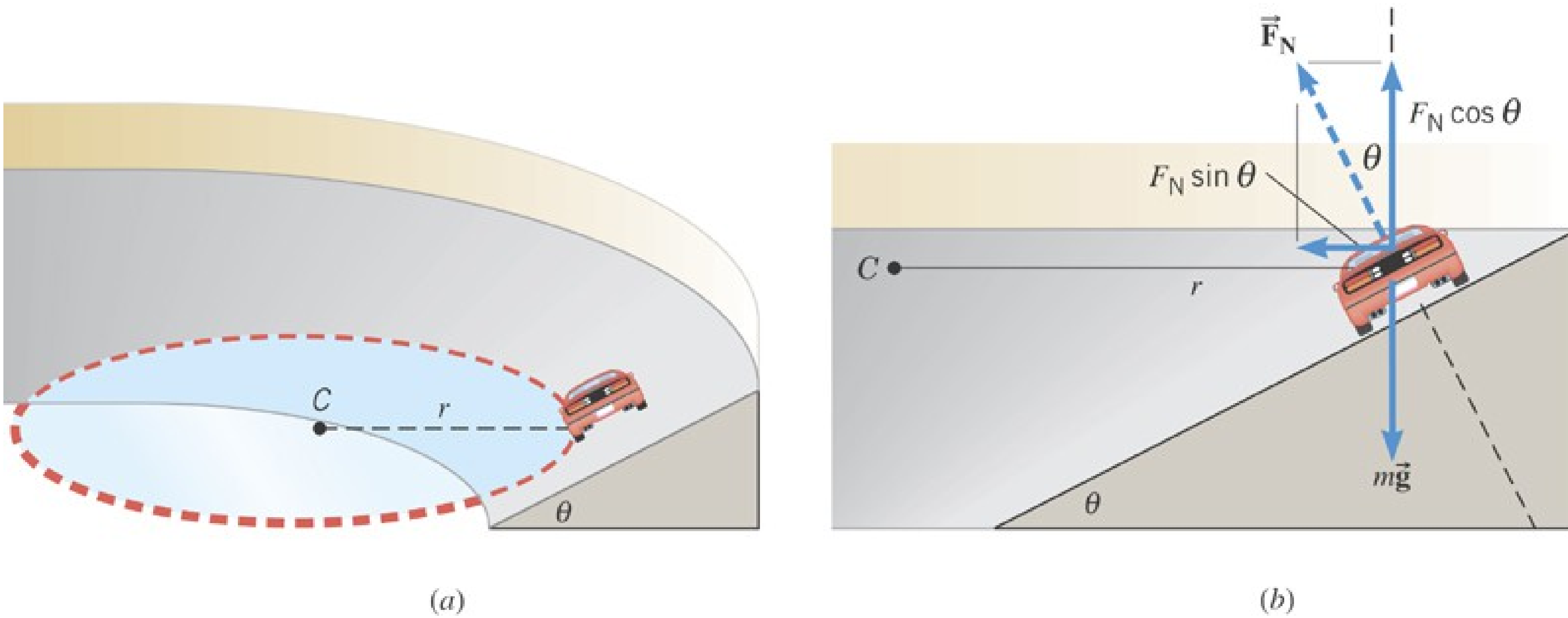
Sobre una curva sin peralte, la fuerza de fricción estática genera la fuerza centrípeta.



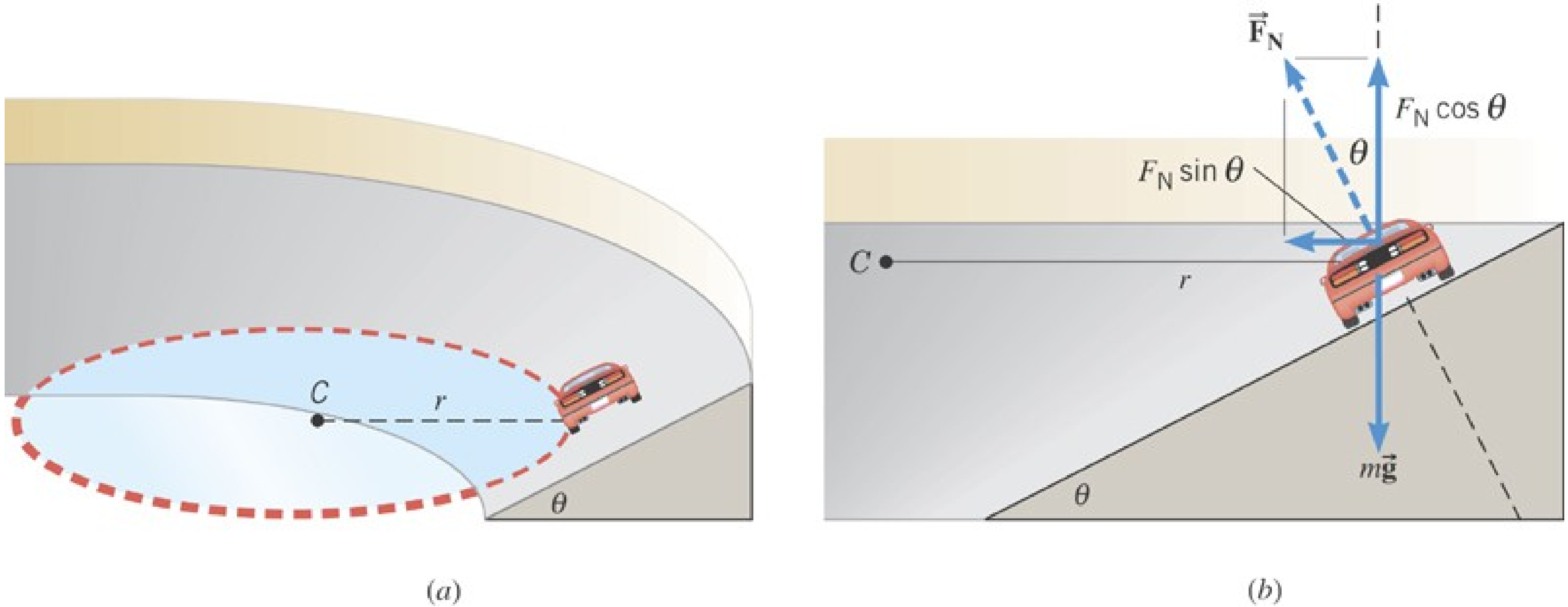
$$\boxed{f_s = F_c = ma_c}$$

5.4 Otros ejemplos con fuerza centrípeta

Sobre una ***curva con peralte*** y con rozamiento despreciable, la ***fuerza centrípeta*** está dada por la ***componente horizontal de la fuerza normal***. La componente vertical de la fuerza normal balancea el peso del auto.



5.4 Otros ejemplos con fuerza centrípeta



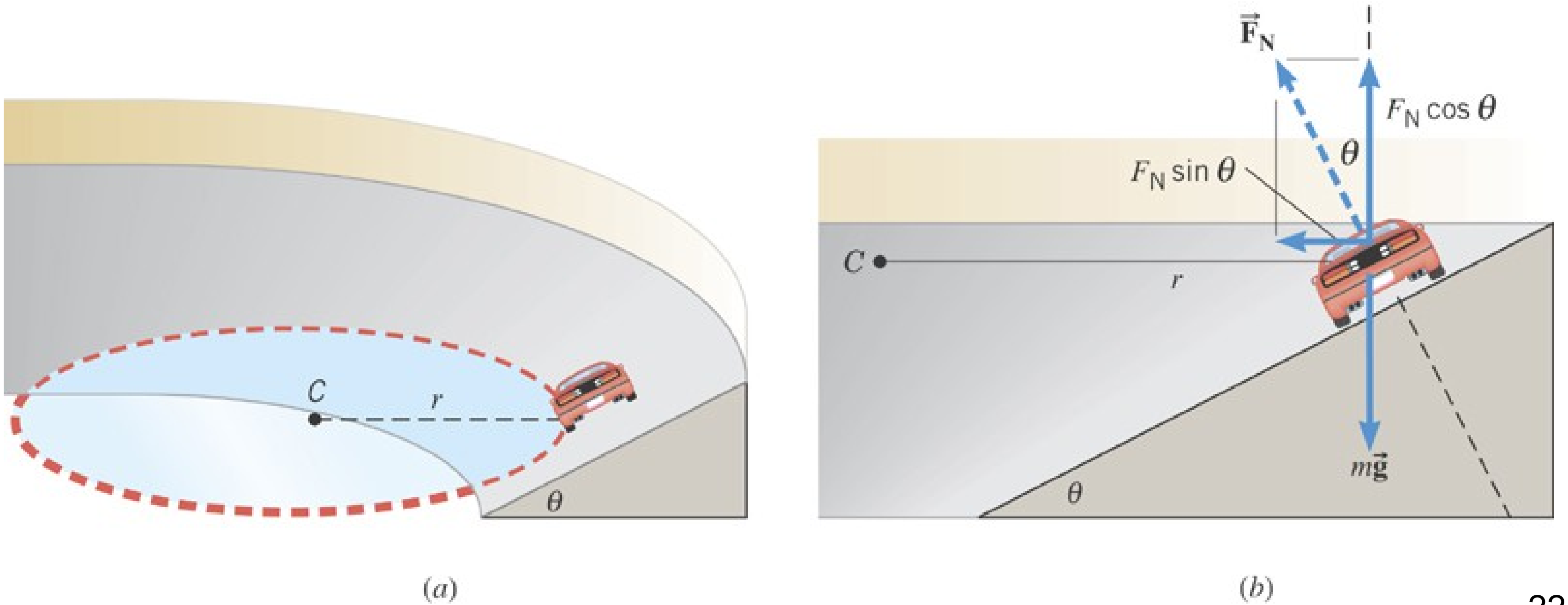
$$\boxed{F_c = F_N \sin\theta = m\frac{v^2}{r}}$$

$$F_N \cos\theta = mg$$

$$F_N \sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

$$F_N \cos\theta = mg$$

$$\boxed{\tan\theta = \frac{v^2}{rg}}$$



Example 8: The Daytona 500

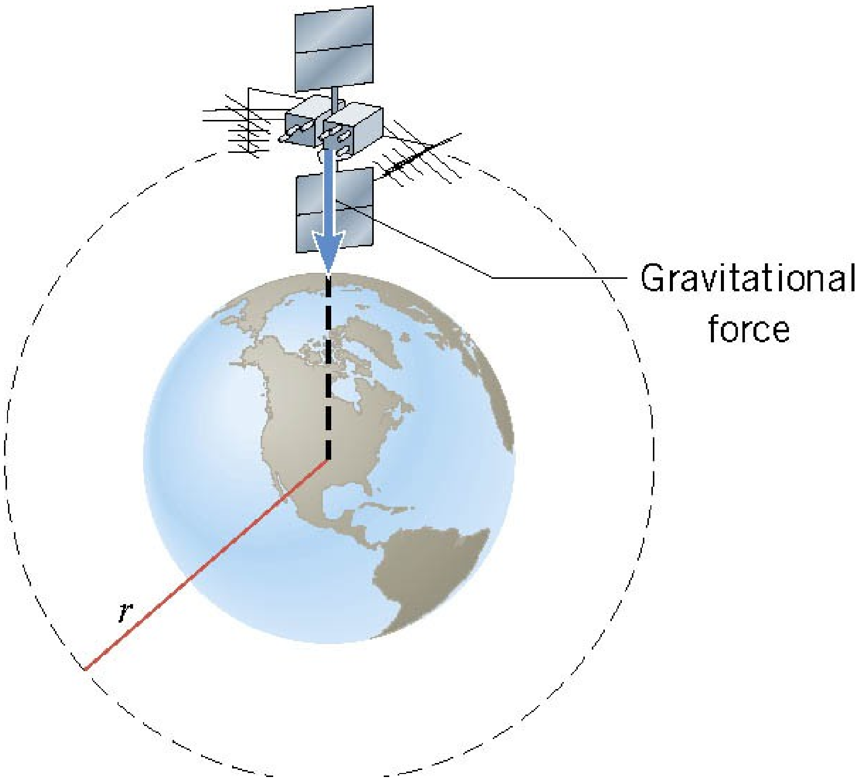
The turns at the Daytona International Speedway have a maximum radius of 316 m and are steely banked at 31 degrees. Suppose these turns were frictionless. As what speed would the cars have to travel around them?

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

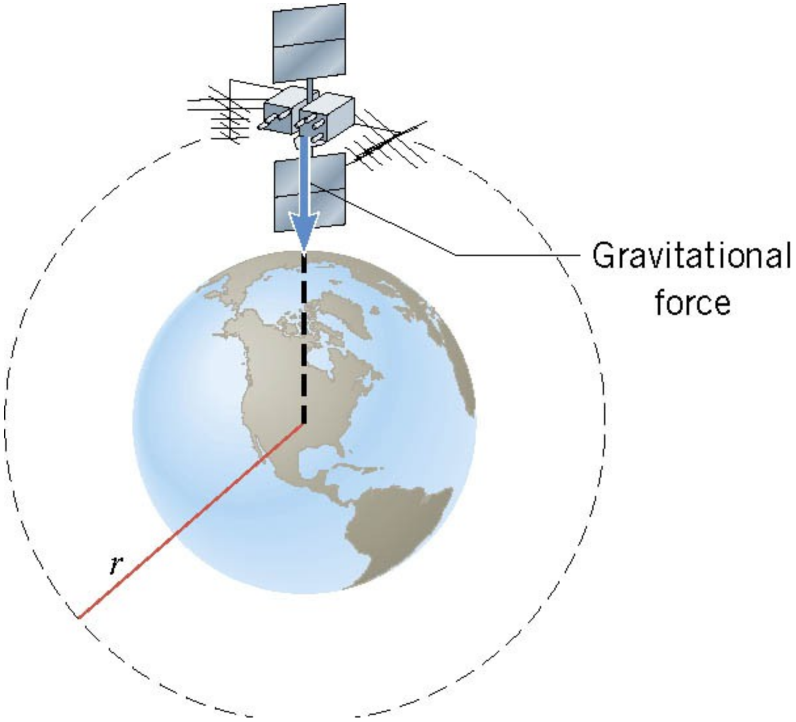
$$v = \sqrt{(316\,\mathrm{m})(9.8\,\mathrm{m/s^2})\tan 31^\circ} = 43\,\mathrm{m/s}\ \ (96\,\mathrm{mph})$$

5.5 *Satélites en órbititas circulares*

Hay una sola rapidez que un satélite puede tener si permanece en una órbita de radio fijo.



5.5 Satélites en órbititas circulares



$$F_c = G\frac{mM_E}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}}$$

A igual radio, igual rapidez

Ejemplo: Rapidez orbital del telescopio espacial Hubble.

Determinar la rapidez del telescopio espacial Hubble orbitando a una altura de 598 km sobre la superficie terrestre.

$$v = \sqrt{\frac{\left(6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}\right)\left(5.98\times10^{24}\,\mathrm{kg}\right)}{6.38\times10^{6}\,\mathrm{m}+598\times10^{3}\,\mathrm{m}}}$$

$$\boxed{v = 7.56\times10^{3}\ \mathrm{m/s}\quad\left(16900\,\mathrm{mi/h}\right)}$$

5.5 Satélites en órbititas circulares

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\Downarrow$$

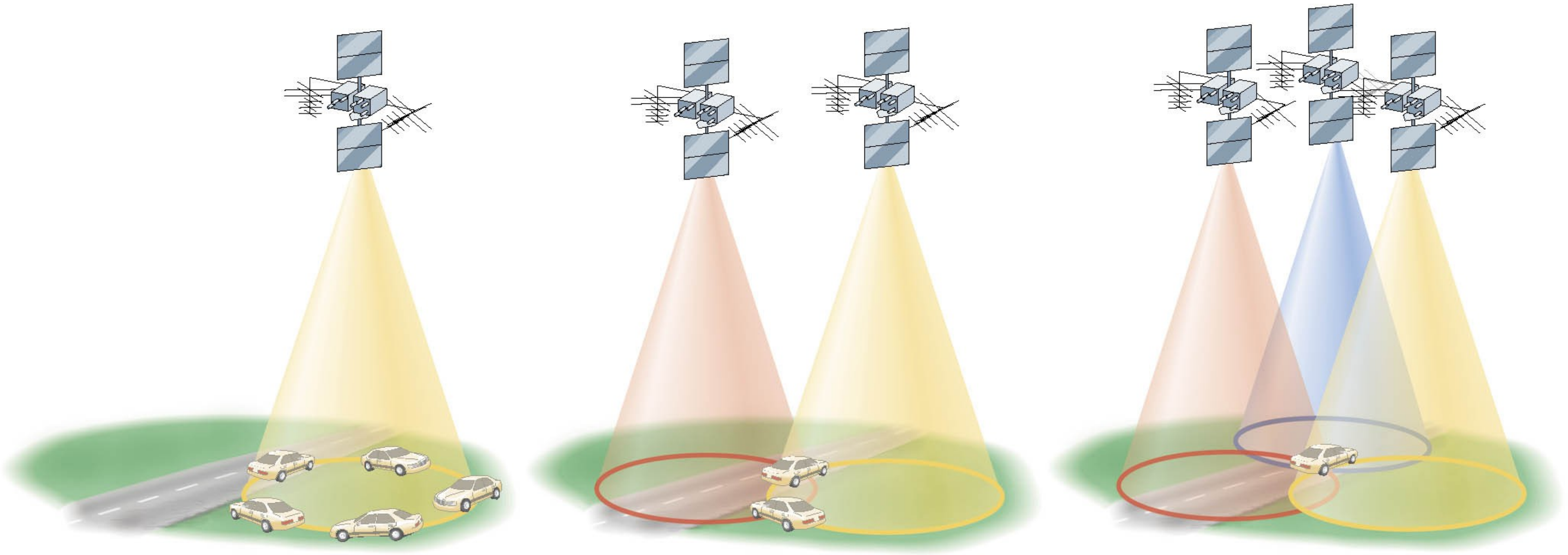
$$\boxed{T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM_E}}}$$

Para una dada posición, el T no cambia: satélite sincrónico.

Sistema de Posicionamiento Global (GPS, Global Positioning System)

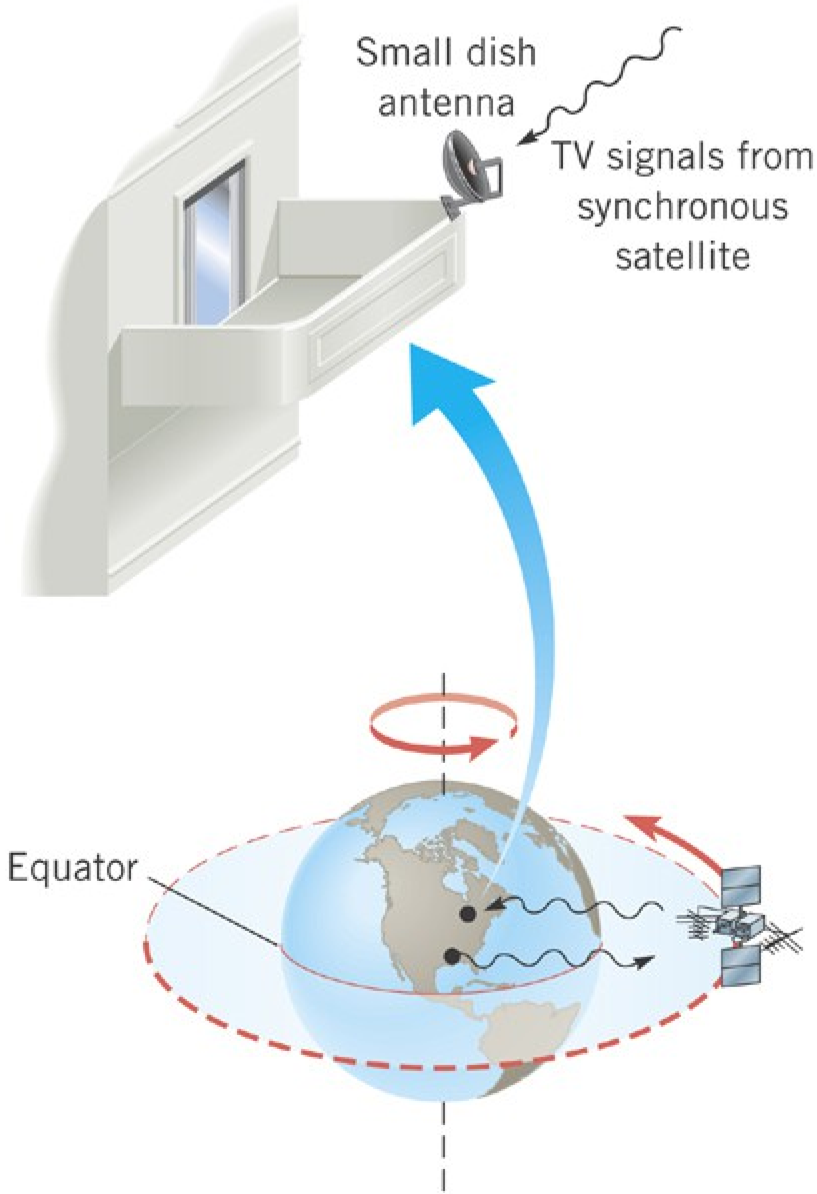
$$T = 24 \text{ hours}$$

$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM_E}}$$



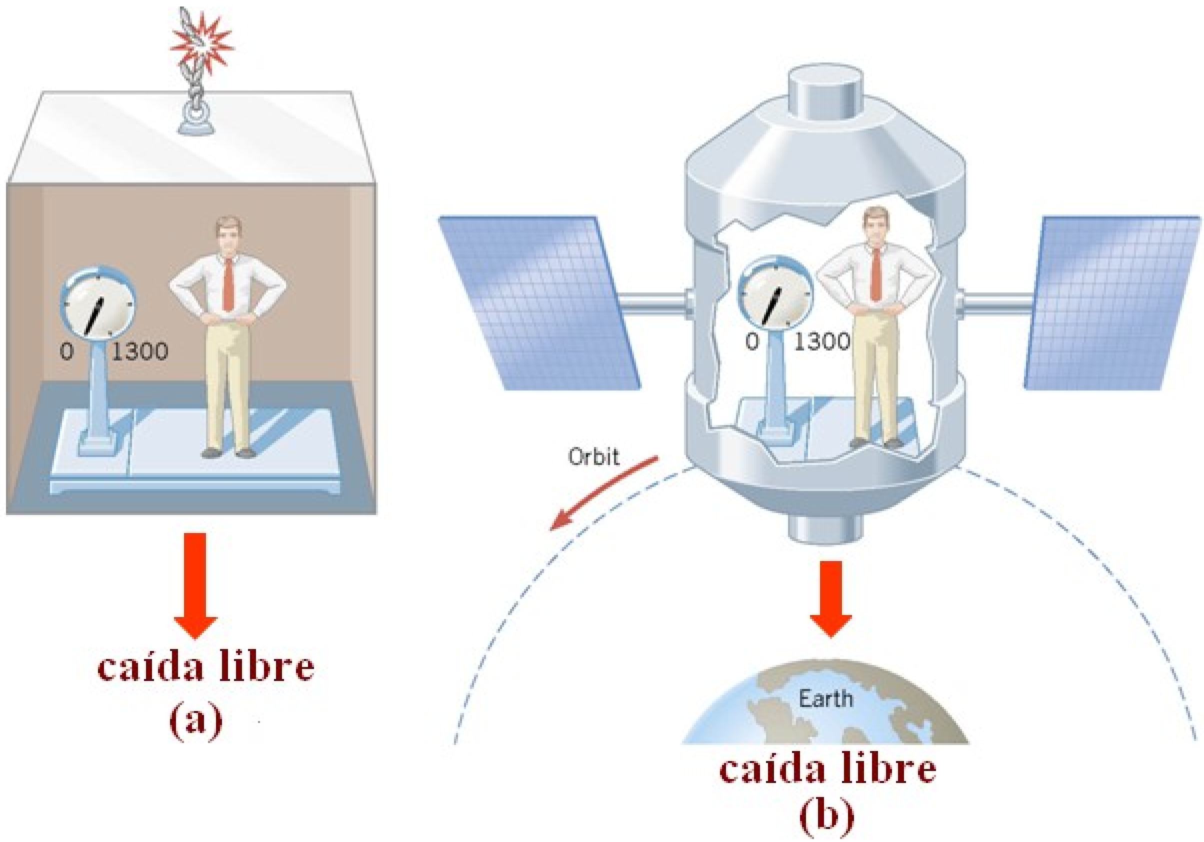
(a) (b) (c)

5.5 Satélites en órbititas circulares



Ejemplo: peso aparente y caída libre

En cada caso, ¿cuál es el peso registrado por la balanza?



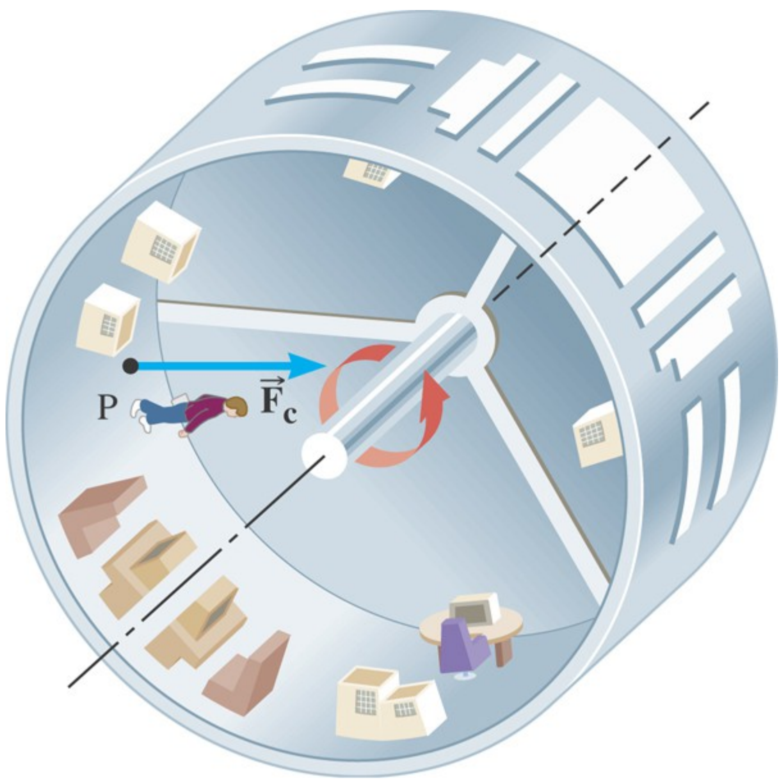
Ejemplo: Gravedad artificial

A qué rapidez debe moverse la superficie de la estación espacial tal que el astronauta experimente un empuje sobre sus pies igual a su peso en la Tierra? El radio es igual a 1700 m.

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = mg$$

$$v = \sqrt{rg}$$

$$= \sqrt{(1700\,\mathrm{m})(9.80\,\mathrm{m/s^2})}$$



5.7 Movimiento circular vertical

$$F_{N1} - mg = m\frac{v_1^2}{r}$$

$$F_{N2} = m\frac{v_2^2}{r}$$

$$F_{N4} = m\frac{v_4^2}{r}$$

$$F_{N3} + mg = m\frac{v_3^2}{r}$$