Fuerzas conservativas

$$\Delta E_m = 0$$

$$\Delta\varphi = -\Delta\Gamma$$

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = -\int_A^B \vec{F}_c , \vec{dl}$$

El trabajo de una Fuerza conservativa es independiente del camino tomado

$$\nabla \wedge \vec{F}_c = 0$$

$$\vec{F}_c = -\nabla\varphi$$

Energía y Potencial Eléctrostático

$$\nabla \wedge \vec{F}_e = 0$$

La Fuerza Eléctrica es una Fuerza CONSERVATIVA

Es fácil verificar esto para carga puntual y coord. cartesianas

$$U(\vec{r}) - U(\vec{r}_{ref}) = -\int_{ref}^{r} \vec{F}_e , \vec{dl}$$

La diferencia de Energía Potencial Eléctrica U entre dos puntos, es el trabajo que realiza la fuerza eléctrica, independientemente del camino realizado.

Se define el Potencial Eléctrico V como la U por unidad de carga

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref}) = -\int_{ref}^{r} \vec{E} , \vec{dl}$$

La ΔV es independiente del camino tomado

$$[V] = Volts = \frac{Joules}{C}$$

El V es una magnitud ESCALAR!

$$\vec{E} = -\nabla V$$

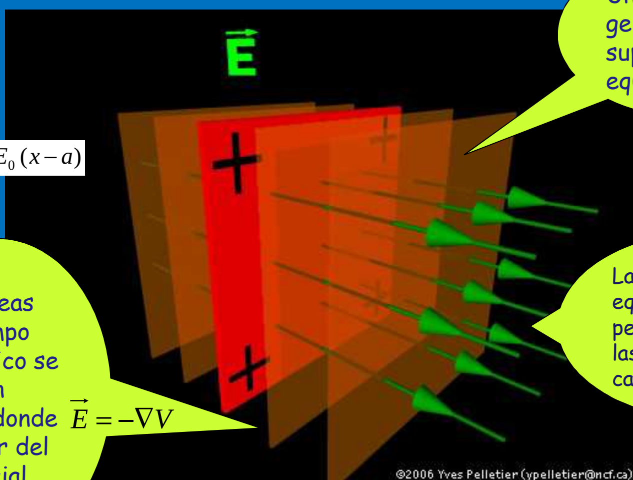
El potencial eléctrico…

- ✓ Una distribución de cargas tiene un potencial eléctrico asociado.
- ✓ Es el trabajo por unidad de carga para llevar una partícula de un lugar a otro, es indep. del camino tomado (ref)
- ✓ Es una magnitud escalar…el cálculo del V es mucho más sencillo que el del campo (..como?)
- ✓ Está definido a menos de una constante.

Potencial de un campo eléctrico uniforme

$\vec{E} = E_0 \breve{i}$

$V(x) - V_a = -E_0 (x - a)$



Un campo E genera superficies equipotenciales

Las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo E

Las líneas de campo eléctrico se dirigen hacia donde el valor del potencial disminuye $\vec{E} = -\nabla V$

En la clase anterior....

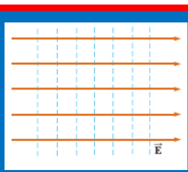
- ✓ Se definió el Potencial Electrostático (NO es la Energía electrostática)

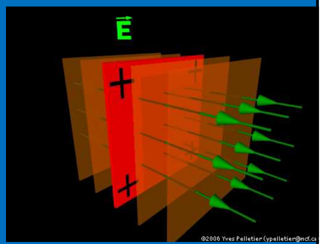
$$V\left(\vec{r}\right)-V\left(\vec{r}_{ref}\right)=-\int_{ref}^{r}\vec{E}\,,\vec{dl}$$

$$\vec{E}=-\nabla V$$

- ✓ Para un Campo Eléctrico uniforme

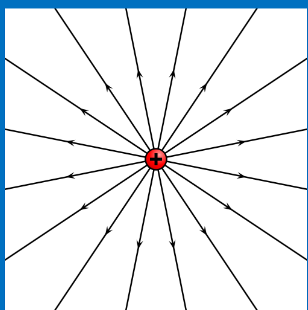
$$V(x)-V_a=-E_0(x-a)$$





- ✓ Para una carga puntual

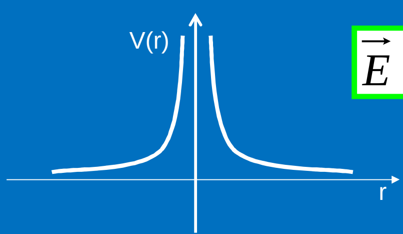
Potencial para una carga puntual



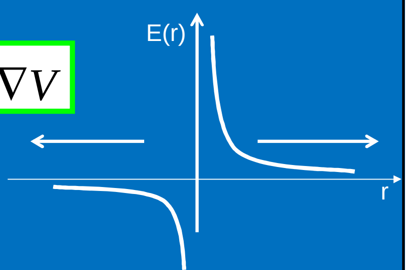
$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left|\vec{r}\right|^2}\breve{r}$$

$$V(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left|\vec{r}\right|}$$

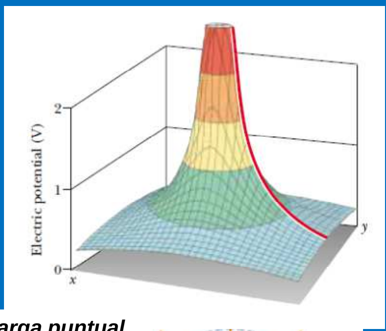
$V(\infty)=0$



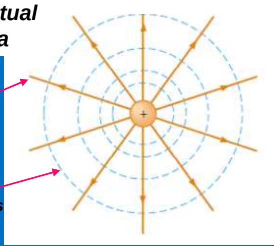
$$\vec{E}=-\nabla V$$



El potencial de una carga puntual

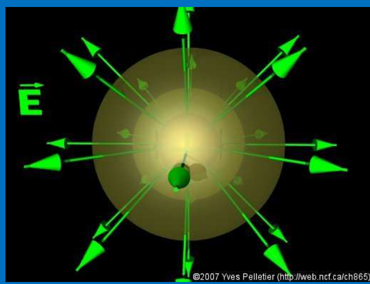


Carga puntual positiva



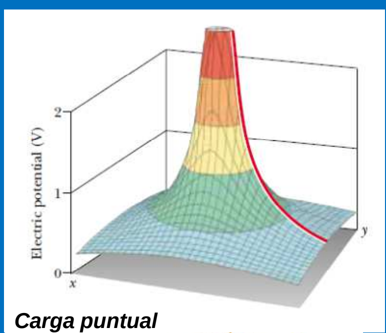
Línea de fuerza

Líneas equipotenciales

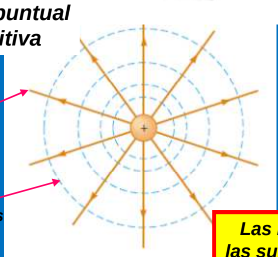


Las líneas de fuerza cortan las superficies equipotenciales en forma perpendicular

El potencial (otra visión)

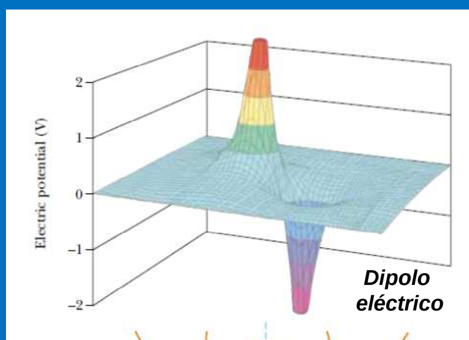


Carga puntual positiva

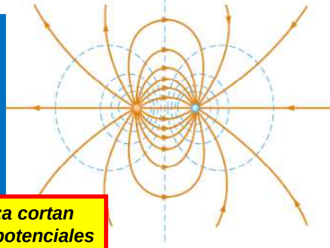


Línea de fuerza

Líneas equipotenciales



Dipolo eléctrico



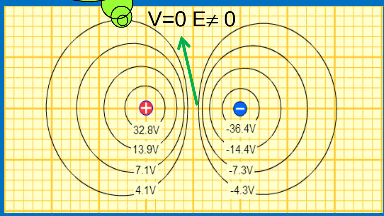
Las líneas de fuerza cortan las superficies equipotenciales en forma perpendicular

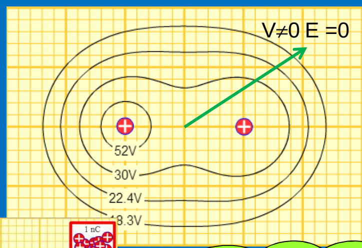
✓ Para una distribución de cargas puntuales

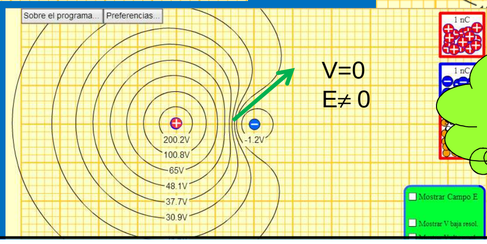
$\vec{E} = -\nabla V$

Que E=0 no implica que V=0 y viceversa!

$$V\left(\vec{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{\left|\vec{r} - \vec{r}_i\right|}\right]$$







Lo que realmente interesa es la VARIACION del V

Para una distribución de carga

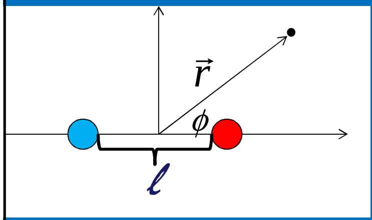
$$V\left(\vec{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{\left|\vec{r} - \vec{r}_i\right|} + \int_V \frac{\rho\left(\vec{r}\,'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}\,'\right|}\,dV' + \int_S \frac{\sigma\left(\vec{r}\,'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}\,'\right|}\,dS'\right]$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

E es un vector

V es un escalar

Potencial del Dipolo Eléctrico



$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}_+|} - \frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}_-|}\right]$$

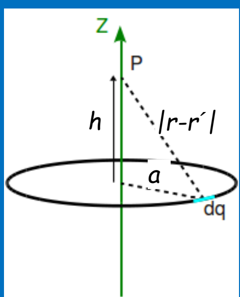
En el límite l < < |r|

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos(\phi)}{r^2}$$

El potencial eléctrico del dipolo decae como 1/r²

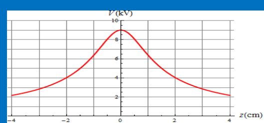
$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi}\right) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos(\phi)}{r^3}, \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\,sen(\phi)}{r^3}\right)$$

Potencial sobre el eje de simetría de un anillo cargado

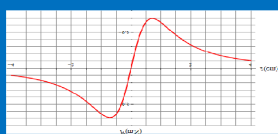


$$V(h) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\lambda a d\phi}{\sqrt{h^2+a^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda a 2\pi}{\sqrt{h^2+a^2}}$$

Para poder calcular el gradiente tengo que conocer V(z)



$$E_z = -\frac{\partial V(z)}{\partial z} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda a 2\pi\, z}{\left(z^2+a^2\right)^{3/2}}$$



http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_y_potencial_en_el_eje_de_un_anillo_cargado_Primera_Convocatoria_Ordinaria_2010/11_(F2GIA)

Potencial eléctrico

- ✓ Potencial NO es Energía Potencial, es el trabajo por unidad de carga
- ✓ Ventajas
- ✓ Elección punto referencia
- ✓ Obedece al principio de Superposición

Siempre puedo calcular V(r) ?

$$V\left(\vec{r}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{\left|\vec{r}-\vec{r_i}\right|}+\int_V\frac{\rho\left(\vec{r}\,'\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|}dV\,'+\int_S\frac{\sigma\left(\vec{r}\,'\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|}dS\,'\right]$$

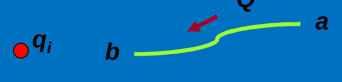
Siempre puedo calcular el E a partir de V??

Energía de una distribución de cargas puntuales

La energía de una distribución de cargas puntuales es igual al trabajo realizado para reunirlas

E trabajo requerido para llevar una carga Q de a hasta b es igual a la Energía potencial Electrostática entre ambos puntos

$$W=\int_a^b\vec{F}\cdot d\vec{l}=-Q\int_a^b\vec{E}\cdot d\vec{l}=Q[V(b)-V(a)]$$



$$W_1=0$$

$$W_2=q_2V(r_{21})=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{21}}\right)$$

$$W_3=q_3(V(r_{31})+V(r_{32}))=\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{31}}+\frac{q_2}{r_{32}}\right)$$

$$W_4=q_4\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{41}}+\frac{q_2}{r_{42}}+\frac{q_3}{r_{43}}\right)$$

$$W_{tot}=W_1+W_2+W_3+W_4$$

$$W_{tot}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iV_i=U$$

Líneas de campo y superficies EQUIPOTENCIALES