

# Método de las imágenes



¿En qué se basa el método de las imágenes?

En la ecuación de Laplace, y en particular en el teorema de unicidad

¿En qué tipo de problemas es útil emplearlo?

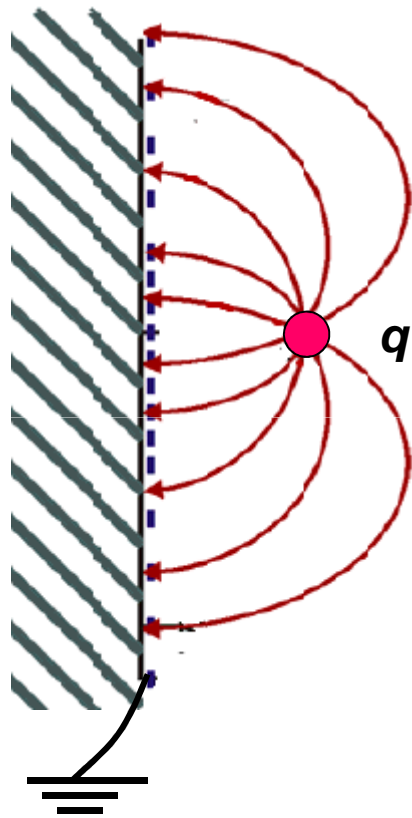
Por ejemplo, en problemas en los cuales quiero conocer el campo\* eléctrico que producen cargas inducidas sobre un conductor (que no se dónde están)

¿En qué consiste?

En proponer una distribución de cargas imagen en reemplazo de las cargas inducidas de forma tal que el potencial (o el campo) que generan satisface las mismas condiciones de borde que la situación original (cargas inducidas sobre un conductor)

\* El campo, la fuerza, la densidad de carga...

# Plano conductor y carga puntual



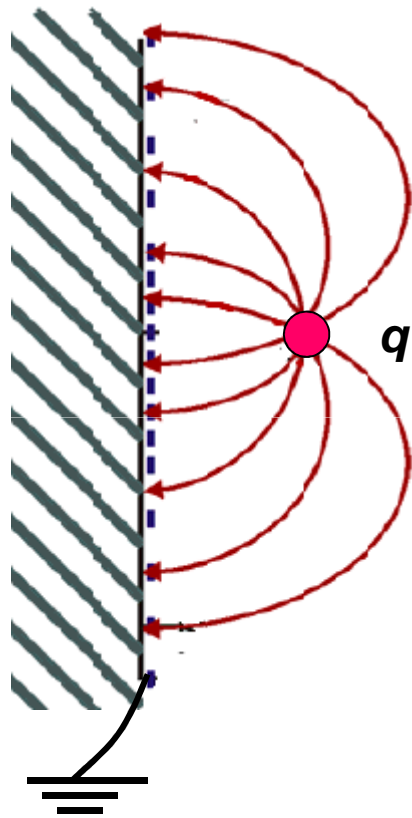
Carga frente a un  
plano conductor a un  
potencial  $V=0$

¿Cuál es la fuerza  
entre el plano y la  
carga??

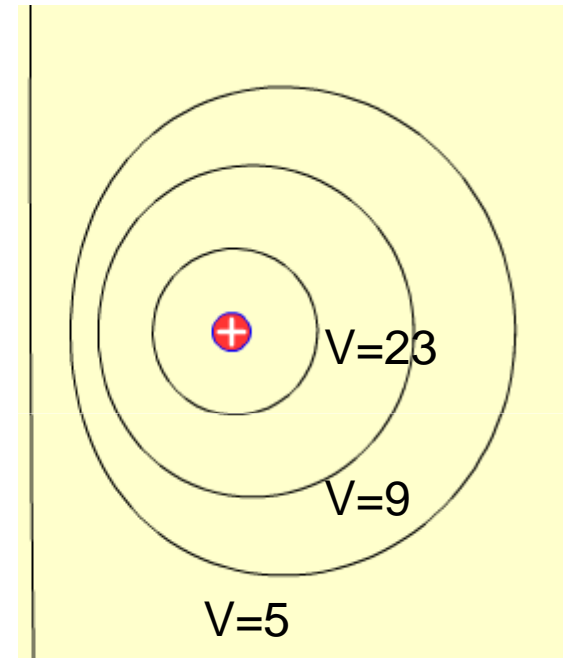
¿Cómo se  
distribuyen las  
cargas en el plano?

$$V(\mathbf{r}) = V_q(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}') da'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

# Plano conductor y carga puntual



Carga frente a un plano conductor a un potencial  $V=0$

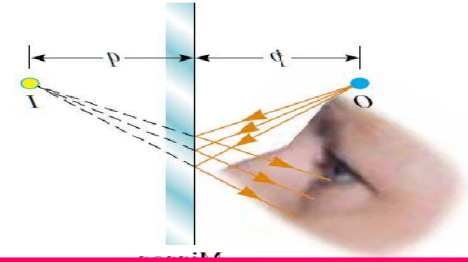


$V=0$

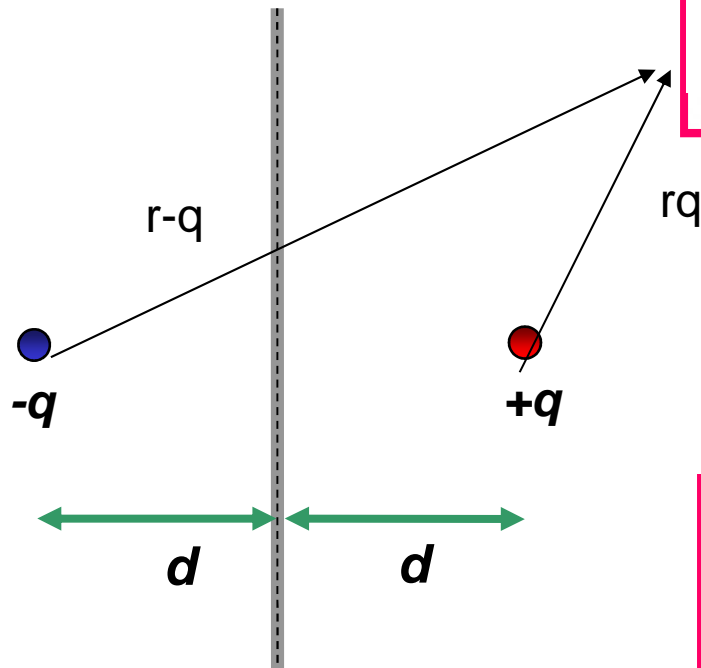


**En la región donde está la carga puntual  $q$ , las líneas equipotenciales de ambas configuraciones son las mismas!!**

## carga puntual + plano conductor



carga imagen



$$V(\mathbf{r}) = V_q(\mathbf{r}) + V_{-q}(\mathbf{r})$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_q} + \frac{(-q)}{4\pi\epsilon_0 r_{-q}}$$

Las cargas que están en la superficie del plano generan un campo igual al de una carga puntual que está del otro lado del plano (carga imagen).

# El método de las imágenes

**Aplica a un conjunto dado de problemas con simetrías particulares. Evita el tener que resolver la ecuación diferencial.**

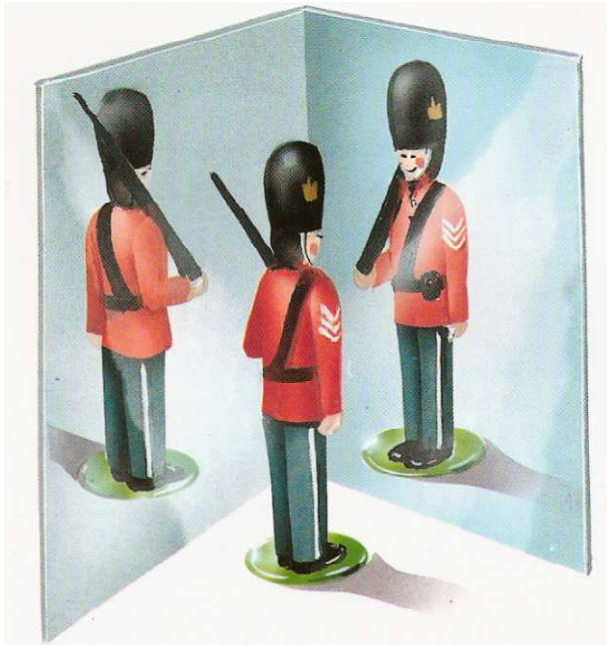
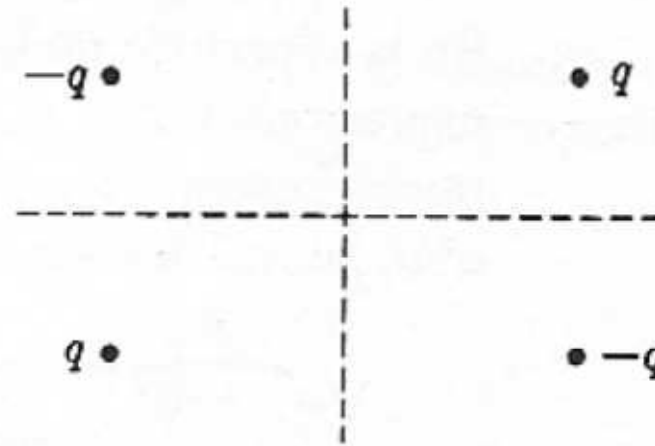
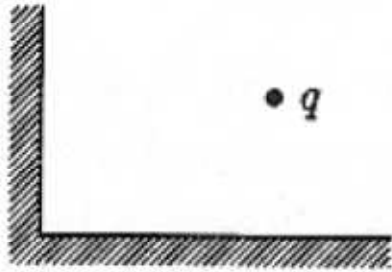
$$V(\mathbf{r}) = V_q(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}') da'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

**Potencial fácil**

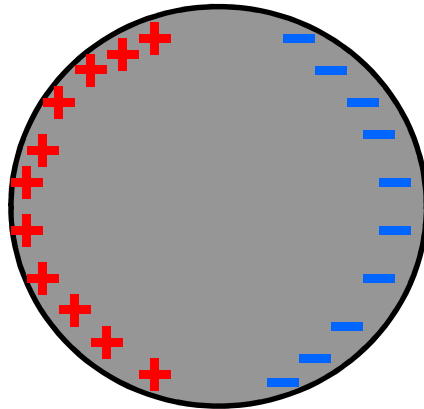
**Distribución no conocida en ppio.**

**La esencia del método de las imágenes es reemplazar la integral por un potencial “equivalente”  $V_2$  originado por una configuración de cargas particular (puntuales o lineales)**

# El método de las imágenes



# Conductores: cargas inducidas



$V \neq 0$

$+q$

A small red dot representing a positive point charge labeled +q.

Cómo  
serán las  
líneas de  
campo??

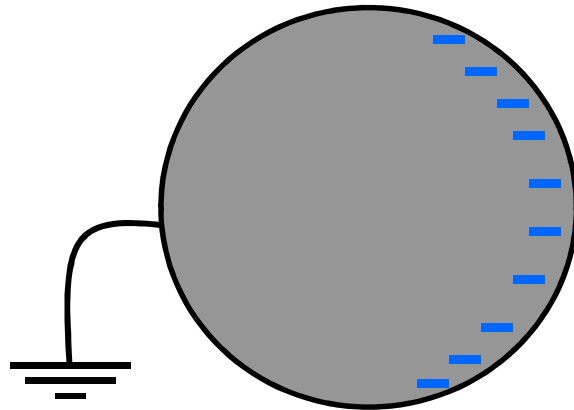
Y las  
equipotenci  
ales??

Y el perfil  
del  
potencial??

***La esfera es atraída hacia la carga puntual.  
Esto obedece a las distancias relativas entre la  
carga puntual y las distribuciones de cargas inducidas***



# Conductores: cargas inducidas



$V=0$

$+q$

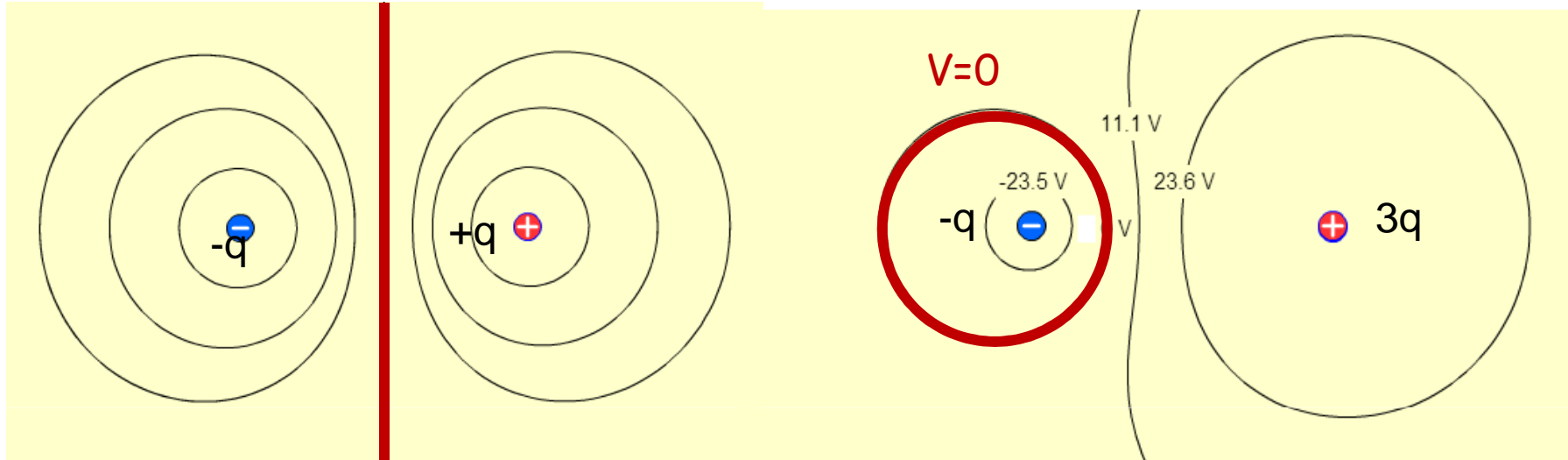
Cómo  
serán las  
líneas de  
campo??

Y las  
equipotenci  
ales??

Y el perfil  
del  
potencial??

***La esfera es atraída hacia la carga puntual.  
Esto obedece a las distancias relativas entre la  
carga puntual y las distribuciones de cargas inducidas***

# Método de las imágenes



$V=0$

Esquema de líneas equipotenciales para 2 cargas de igual magnitud y signo opuesto

Esquema de líneas equipotenciales para 2 cargas de DISTINTA magnitud y signo opuesto

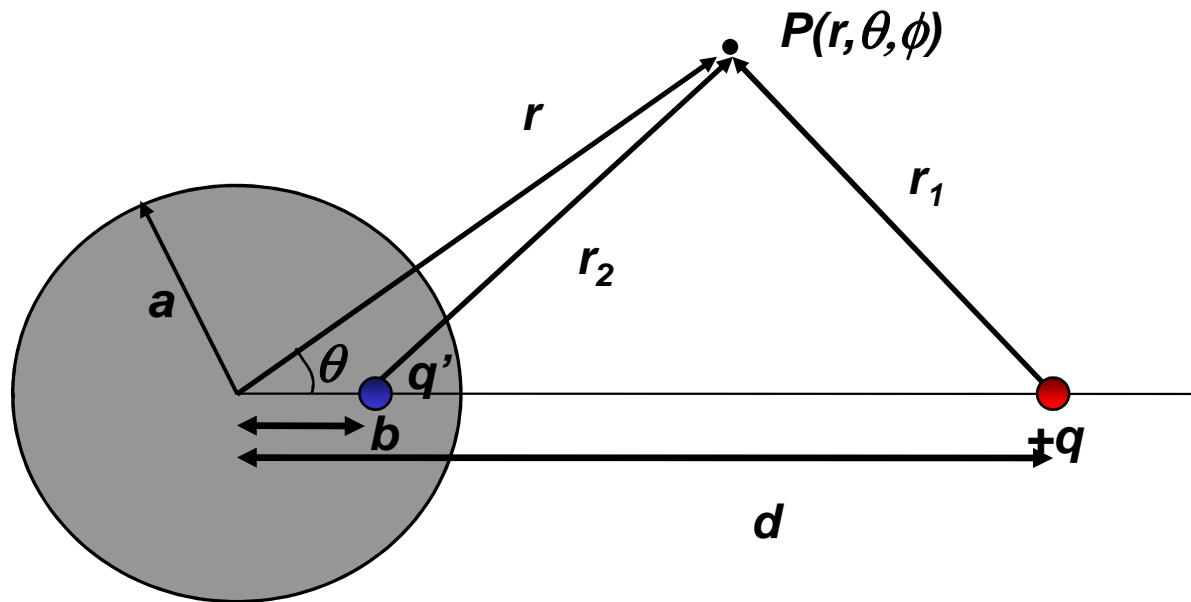
# El método de las imágenes

## **carga puntual + esfera conductora**

1° plantear el potencial en P para  $q'$  y  $b$  genéricos

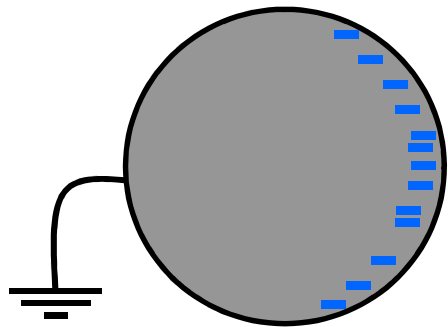
2° igualar ese potencial a cero en  $r=a$

3° obtener valores de  $q'$  y de  $b$

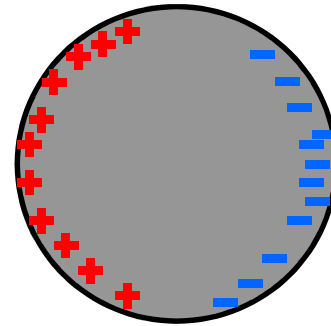


¿Pero cómo obtengo  $\sigma$ ?

Pensá en las propiedades de los conductores...

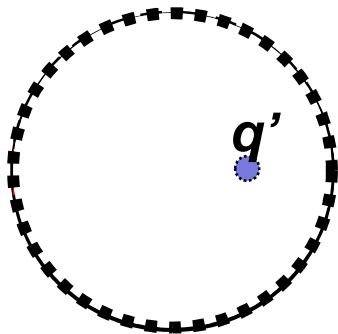


$V=0$



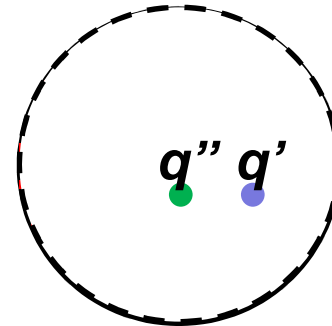
$V=V1$

¿Cómo es el perfil del potencial?



$V=0$

$$\oint_S \sigma dS = ?$$



$V=V1$

¿Puede ser Neutro??

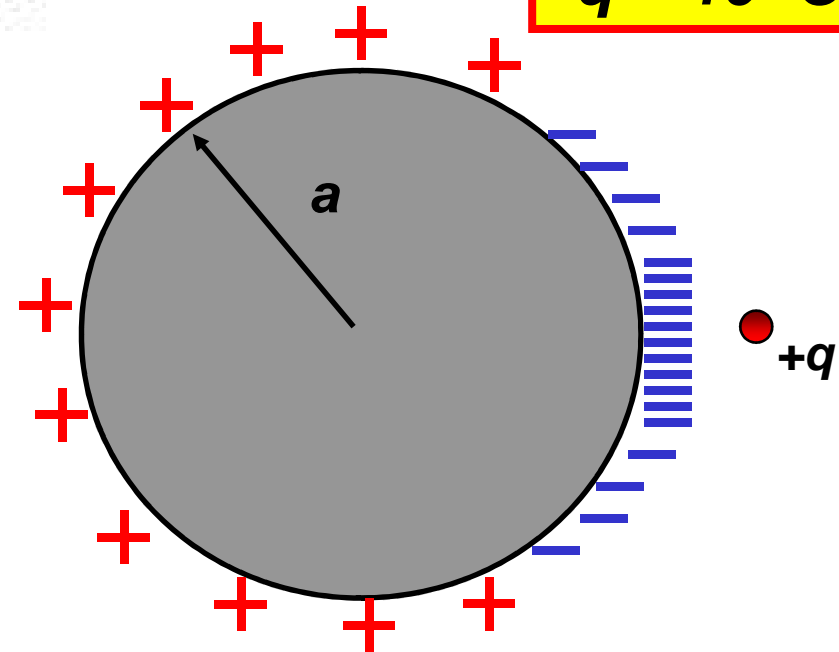
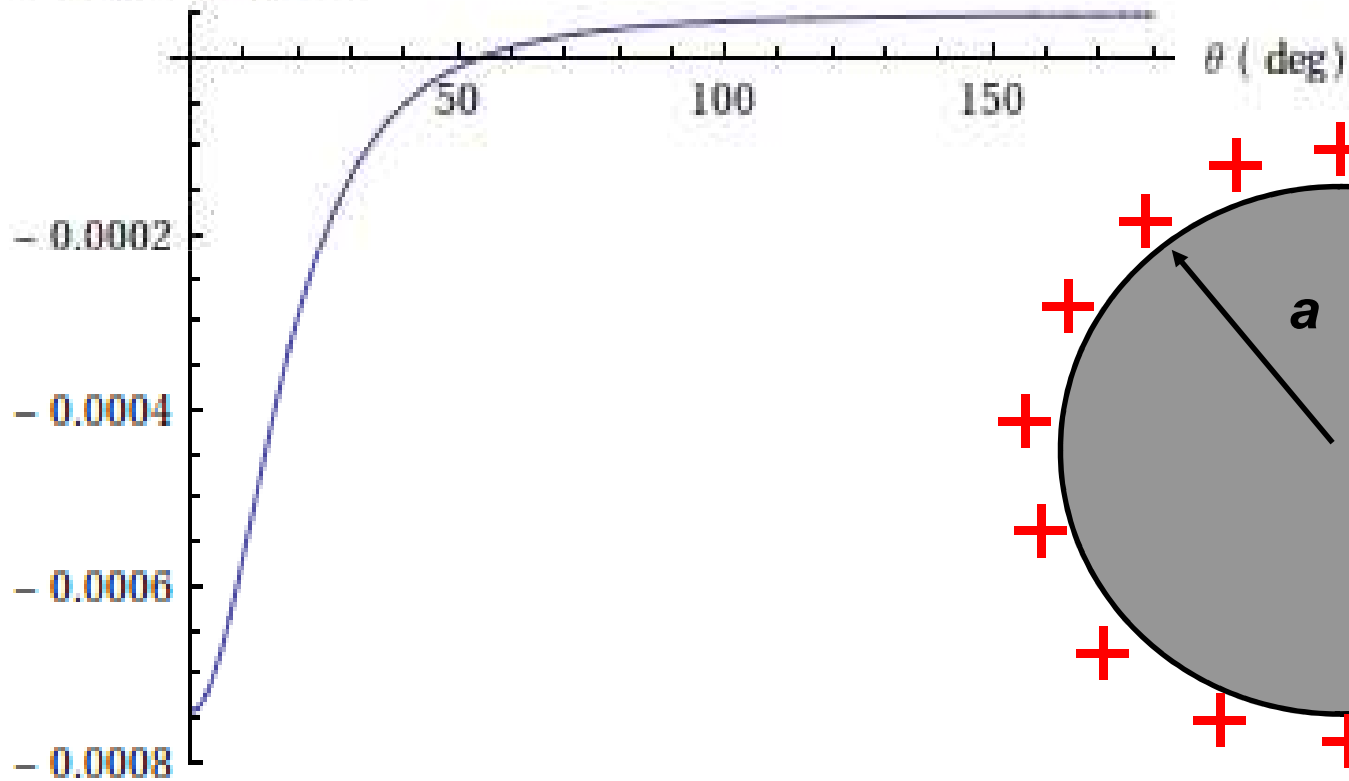
$$\oint_S \sigma dS = ?$$

# El método de las imágenes

Para esfera descargada ( $q' = -q''$ )  $d \approx a$

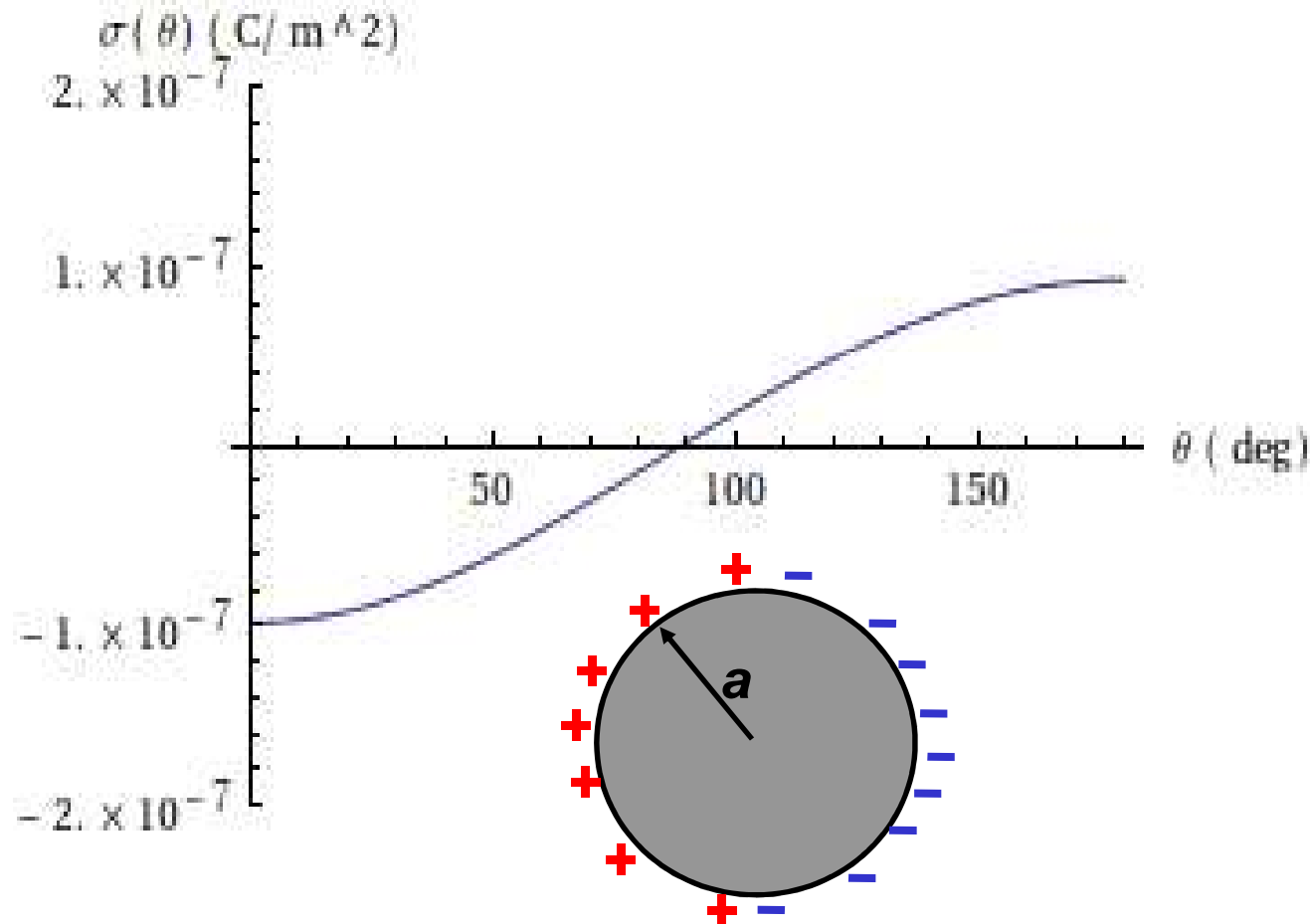
$a = 0.1 \text{ m}$   
 $d = 0.15 \text{ m}$   
 $q = 10^{-5} \text{ C}$

$\sigma(\theta) \text{ (C/m}^2\text{)}$



# El método de las imágenes

**Para esfera descargada ( $q' = -q''$ )  $d \gg a$**



$$a = 0.1 \text{ m}$$

$$d = 5 \text{ m}$$

$$q = 10^{-5} \text{ C}$$



Para pensar.....

