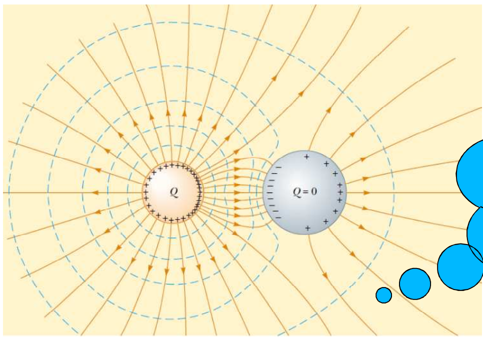
# Problemas electrostáticos en conductores

Si se conoce la distribución de carga en todo punto del espacio

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,dq'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$




No conocemos la distr. de carga...pero sabemos que los conductores constituyen superficies equipotenciales...y que el potencial varía en forma contínua

# Ecuación de Poisson

**Ley de Gauss**

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

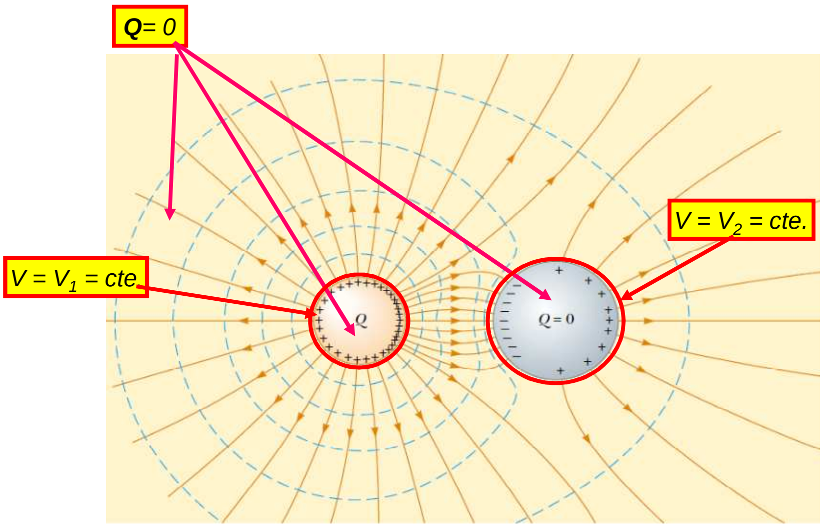
**Campo conservativo**

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

**Ecuación de Poisson**
***(ecuación diferencial a derivadas parciales no homogénea)***

## Conductor cargado y conductor descargado




## Ecuación de Laplace

***En los problemas electrostáticos en que intervienen conductores, la carga está sobre la superficie de los mismos o como cargas puntuales.***

$$\nabla^2 V = 0$$

***Ecuación de Laplace***

***Es posible encontrar V*** **pidiendo a la solución general la satisfacción de las condiciones de borde**

***Para un conjunto dado de condiciones de frontera, la solución a la ecuación de Laplace es única.***

Problema donde sólo se conoce el valor del potencial en dos conductores

Se encuentra el POTENCIAL a partir de la ecuación de Laplace considerando las condiciones de borde.

A partir del potencial se puede calcular el Campo eléctrico

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Conociendo el campo E en la sup del material se puede conocer la densidad de carga.

# Laplacianos en distintos sistemas de coordenadas

Coordenadas rectangulares:

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Coordenadas esféricas: sen

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\mathrm{sen}\,\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\mathrm{sen}^2\,\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2}$$

Coordenadas cilíndricas:

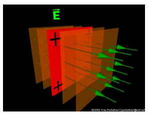
$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

# Ecuación de Laplace

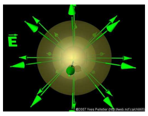
$$\left.\begin{array}{l}\nabla^2 V = 0 \\ \text{+ condiciones de borde}\end{array}\right\} \quad V(r) \xrightarrow{-\nabla V} \vec{E}(r) \quad \rightarrow \sigma$$

*Densidad de carga en la superficie del conductor*

**Caso Unidimensional**




$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 0 \qquad V(x) = ax + b \leftarrow$$ En coord. cartesianas

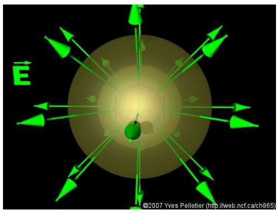


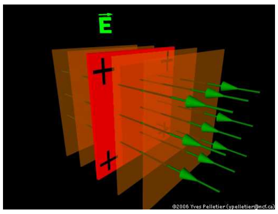

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dV}{dr}\right) = 0 \qquad V(r) = -\frac{a}{r} + b \leftarrow$$ En coord. esféricas

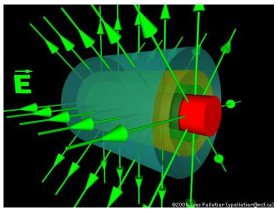
# Superficies equipotenciales

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de Campo Eléctrico




Los conductores constituyen superficies equipotenciales!!!