

Fuerzas conservativas

$$\Delta E_m = 0$$

$$\Delta \phi = -\Delta \Gamma$$

$$\Delta \phi = \phi_B - \phi_A = - \int_A^B \vec{F}_c \cdot \vec{dl}$$

El trabajo de una Fuerza conservativa es independiente del camino tomado

$$\nabla \wedge \vec{F}_c = 0$$

$$\vec{F}_c = -\nabla \phi$$

Energía y Potencial Electroestático

$$\nabla \wedge \vec{F}_e = 0$$

$$U(\vec{r}) - U(\vec{r}_{ref}) = - \int_{ref}^r \vec{F}_e \cdot \vec{dl}$$

La Fuerza Eléctrica es una Fuerza CONSERVATIVA

Es fácil verificar esto para carga puntual y coord. cartesianas

La diferencia de Energía Potencial Eléctrica U entre dos puntos, es el trabajo que realiza la fuerza eléctrica, independientemente del camino realizado.

Se define el Potencial Eléctrico V como la U por unidad de carga

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref}) = - \int_{ref}^r \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

La ΔV es independiente del camino tomado

El V es una magnitud ESCALAR!

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$[V] = \text{Volts} = \frac{\text{Joules}}{C}$$

El potencial electrostático...

- ✓ Es el trabajo por unidad de carga para llevar una partícula de un lugar a otro
- ✓ Es independiente del camino tomado
- ✓ Una distribución de cargas tiene un potencial electrostático asociado.
- ✓ Es una magnitud escalar...el cálculo del V es mucho más sencillo que el del campo (..cómo?)
- ✓ Está definido a menos de una constante (ref)

Potencial de un campo eléctrico uniforme

$$\vec{E} = E_0 \vec{i}$$

$$V(x) - V_a = -E_0(x-a)$$

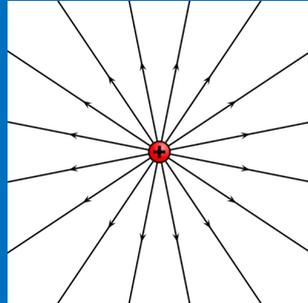
Las líneas de campo eléctrico se dirigen hacia donde el valor del potencial disminuye $\vec{E} = -\nabla V$

Un campo E genera superficies equipotenciales

Las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo E

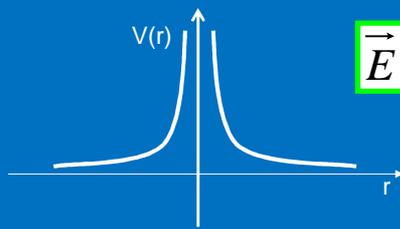
©2006 Yves Pelletier (ypelletier@nrc.ca)

Potencial para una carga puntual

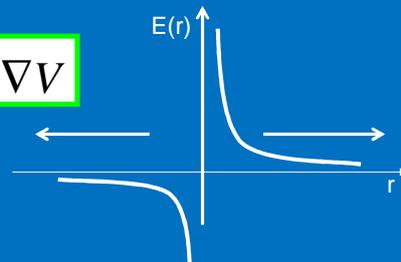


$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}|^2} \vec{r}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}|} \quad V(\infty) = 0$$



$$\vec{E} = -\nabla V$$



En la clase anterior...

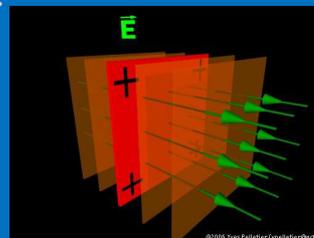
- ✓ Se definió el Potencial Electrostático (NO es la Energía electrostática)

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref}) = - \int_{ref}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

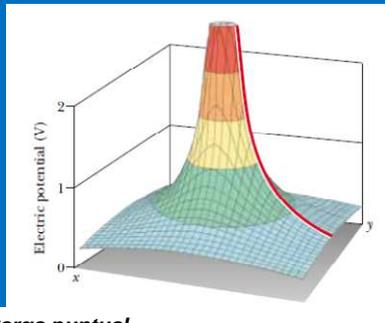
- ✓ Para un Campo Eléctrico uniforme

$$V(x) - V_a = -E_0(x - a)$$



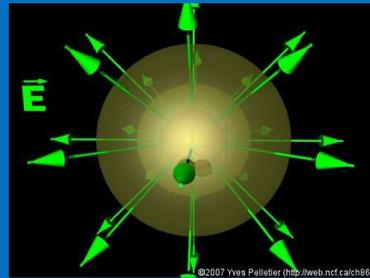
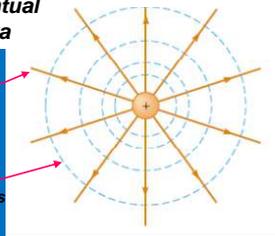
- ✓ Para una carga puntual

El potencial de una carga puntual



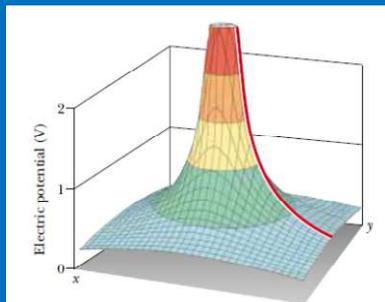
Carga puntual positiva

Línea de fuerza
Líneas equipotenciales



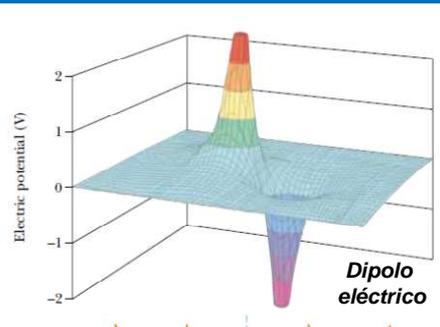
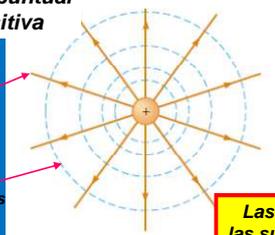
Las líneas de fuerza cortan las superficies equipotenciales en forma perpendicular

El potencial (otra visión)

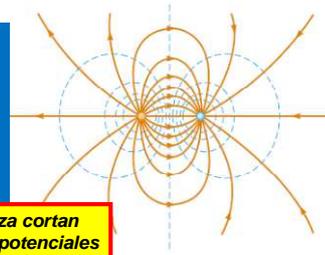


Carga puntual positiva

Línea de fuerza
Líneas equipotenciales



Dipolo eléctrico



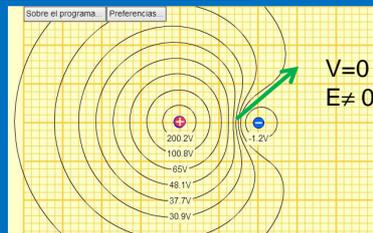
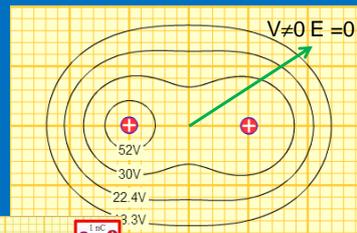
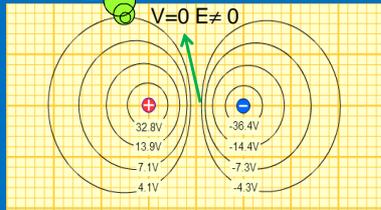
Las líneas de fuerza cortan las superficies equipotenciales en forma perpendicular

✓ Para una distribución de cargas puntuales

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Que E=0 no implica que V=0 y viceversa!

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \right]$$



Lo que realmente interesa es la VARIACION del V

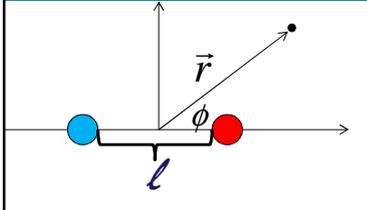
Para una distribución de carga

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} + \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' + \int_S \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \right]$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

E es un vector
V es un escalar

Potencial del Dipolo Eléctrico



$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_+|} - \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_-|} \right]$$

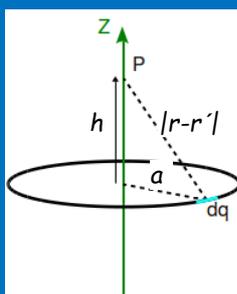
En el límite $l \ll r$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos(\phi)}{r^2}$$

El potencial eléctrico del dipolo decae como $1/r^2$

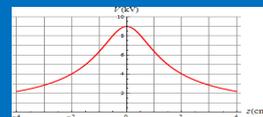
$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \right) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos(\phi)}{r^3}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin(\phi)}{r^3} \right)$$

Potencial sobre el eje de simetría de un anillo cargado

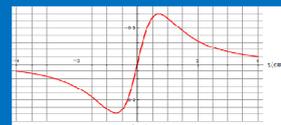


$$V(h) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\lambda a d\phi}{\sqrt{h^2 + a^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a 2\pi}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

Para poder calcular el gradiente tengo que conocer $V(z)$



$$E_z = -\frac{\partial V(z)}{\partial z} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a 2\pi z}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$$



Potencial eléctrico

- ✓ Potencial NO es Energía Potencial, es el trabajo por unidad de carga
- ✓ Ventajas
- ✓ Elección punto referencia
- ✓ Obedece al principio de Superposición

Siempre puedo calcular V(r)

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} + \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' + \int_S \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \right]$$

Siempre puedo calcular el E a partir de V??

Energía de una distribución de cargas puntuales

La energía de una distribución de cargas puntuales es igual al trabajo realizado para reunir las

El trabajo requerido para llevar una carga Q de a hasta b es igual a la Energía potencial Electrostática entre ambos puntos

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = -Q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q[V(b) - V(a)]$$

$$W_1 = 0$$

$$W_2 = q_2 V(r_{21}) = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{21}} \right)$$

$$W_3 = q_3 (V(r_{31}) + V(r_{32})) = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{31}} + \frac{q_2}{r_{32}} \right)$$

$$W_4 = q_4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{41}} + \frac{q_2}{r_{42}} + \frac{q_3}{r_{43}} \right)$$



$$W_{tot} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$W_{tot} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i = U$$

Líneas de campo y superficies EQUIPOTENCIALES

