Potencial Eléctrico

Física II-IC/IS

23 de Agosto de 2018

Repaso de Fuerzas Conservativas

- Cuando sobre un sistema actúan **Fuerzas Conservativas**, la variación de energía mecánica es nula:

$$\Delta E_M = 0$$

- Lo cual implica que la variación de **Energía Cinética** es igual a menos la variación de **Energía Potencial**:

$$\Delta T = -\Delta \phi$$

- Este potencial viene dado, según el **Teorema de las fuerzas** vivas como:

$$\phi_B - \phi_A = -\int_A^B \vec{F}_C \cdot \vec{dl}$$

- Por otro lado, si una fuerza es conservativa, el **rotor de la misma es igual a cero**:

$$\nabla \times \vec{F}_C = 0$$

- Lo cual implica que la **fuerza deriva de un potencial**, de manera que:

$$\vec{F}_C = -\nabla \phi$$

Energía Potencial y Potencial Eléctrico

La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa por lo que deriva de un potencial.

$$\vec{F}_e = -\nabla U$$

La diferencia de **Energía Potencial Eléctrica U** entre dos puntos, es el trabajo que realiza la fuerza eléctrica, independientemente del camino recorrido.

$$U(\vec{r}) - U(\vec{r}_{ref}) = -\int_{ref}^{r} \vec{F}_e \cdot \vec{dl}$$

De manera análoga al **Campo eléctrico** se define un **potencial eléctrico** que es la energía potencial eléctrica por unidad de carga.

$$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref}) = -\int_{ref}^{r} \vec{E}_e \cdot \vec{dl} \qquad [V] = Volts = \frac{J}{C}$$

Luego a partir del mismo se puede calcular al campo eléctrico como:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

El Potencial Eléctrico **V** es un **ESCALAR**

Particularidades de trabajar con el potencial

Es un escalar

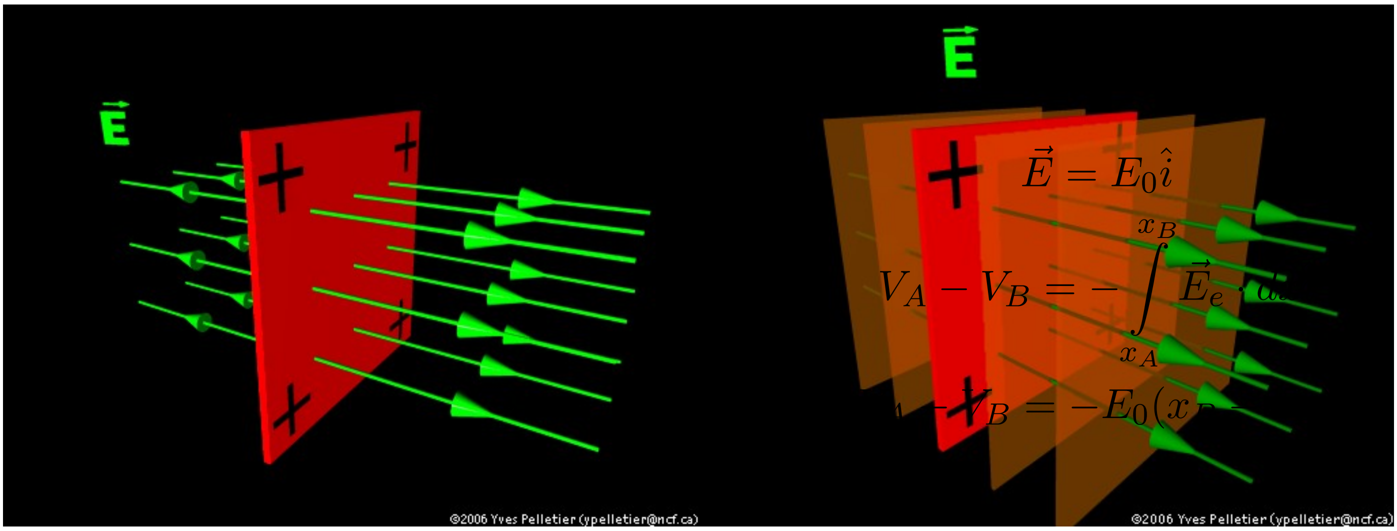
El potencial eléctrico V es un escalar que tiene toda la información del vector $\vec{E}$, no tenemos que preocuparnos hacia donde apuntan los vectores.

El punto de referencia

El potencial esta definido a menos de una constante. Por esa razón siempre trabajamos con **diferencias de potencial**. Sin embargo como lo que nos interesa es el campo eléctrico $\vec{E}$, diferentes puntos de referencias no afectan al resultado del gradiente $\vec{E} = -\nabla V$.

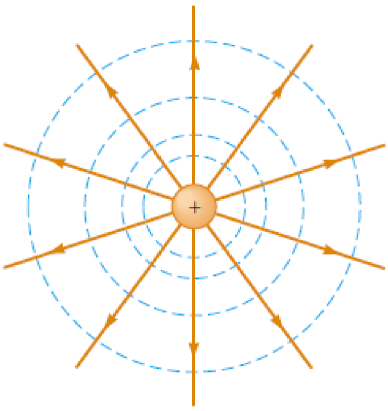
Vale el principio de superposición

Ejemplo: Potencial generado por un Campo Uniforme



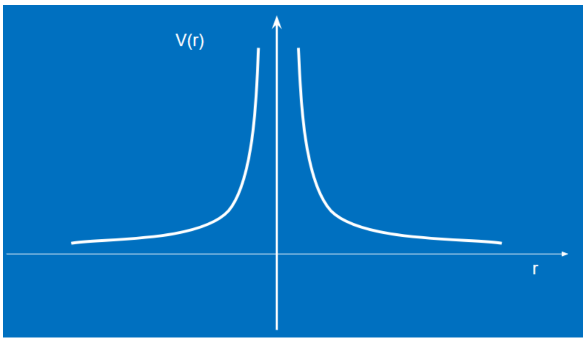
- Un campo $\vec{E}$ genera superficies equipotenciales.
- Las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo $\vec{E}$.
- El valor del potencial eléctrico disminuye hacia donde se dirigen las líneas de campo ($\vec{E} = -\nabla V$).

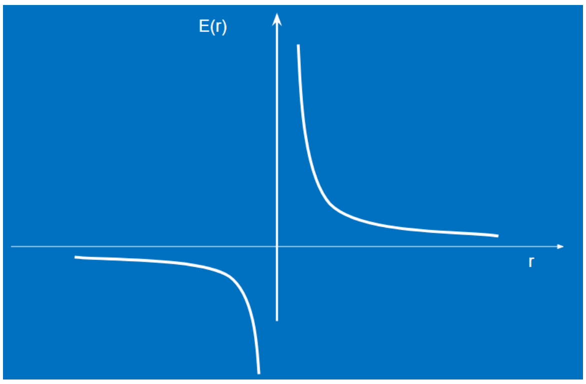
Ejemplo: Potencial de una Carga Puntual



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$

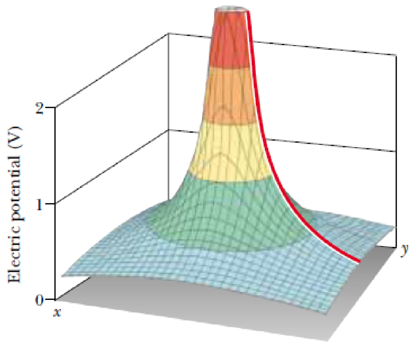
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|} \qquad V(\text{ínf}) = 0$$



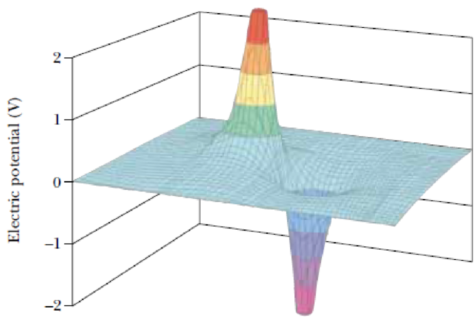


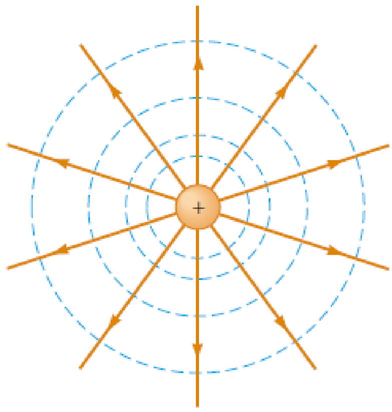
Gráficas del Potencial Eléctrico y Curvas Equipotenciales

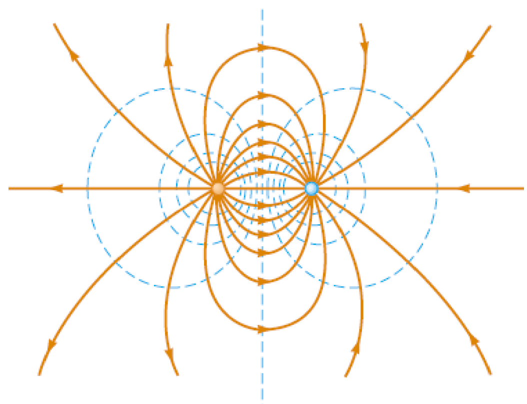
Carga Puntual Positiva



Dipolo Eléctrico

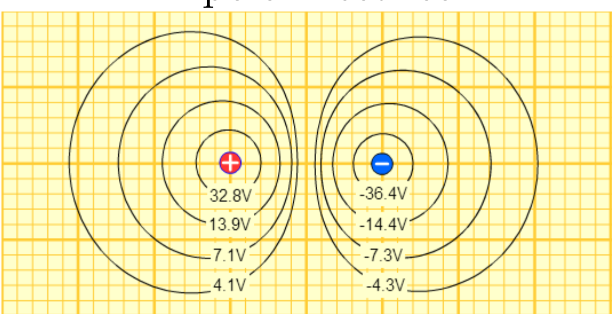




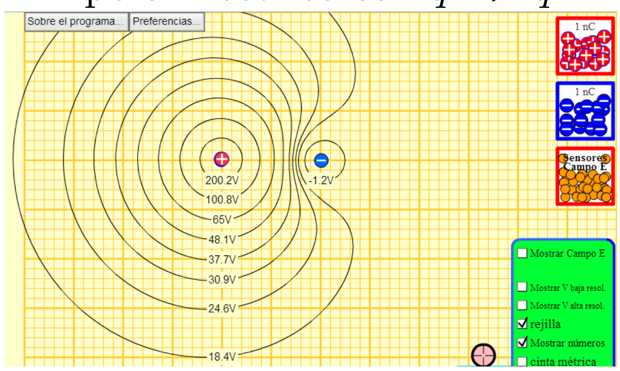


Más Curvas Equipotenciales

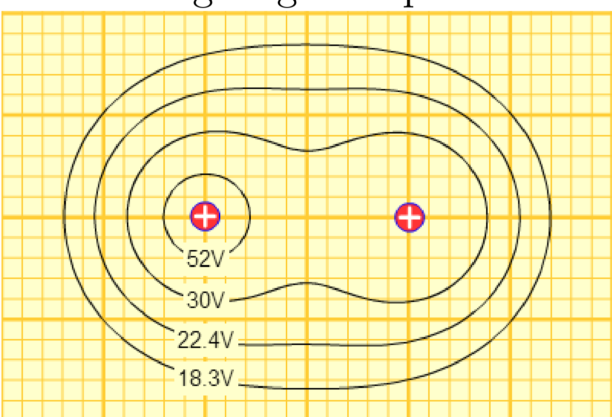
Dipolo Eléctrico



Dipolo Eléctrico con $q^{+} > q^{-}$



Dos cargas iguales positivas



Lo que realmente importa es la variación del potencial

Que $E = 0$ no implica que $V = 0$ y viceversa

http://phet.colorado.edu/sims/charges-and-fields/charges-and-fields_en.html

Potencial Eléctrico - Continuación

Física II-IC/IS

27 de Agosto de 2018

Repaso clase anterior

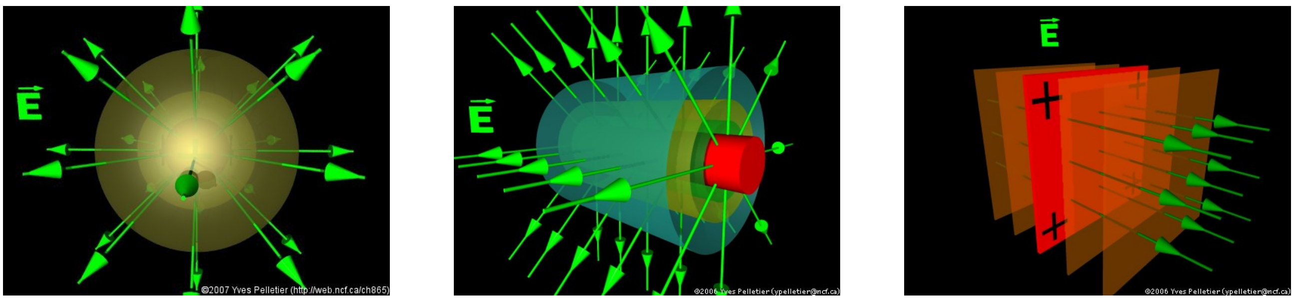
Vimos que podemos calcular el **Potencial Eléctrico** de una carga puntual como:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|}$$

Para una distribución de cargas puntuales y continuas, el mismo será:

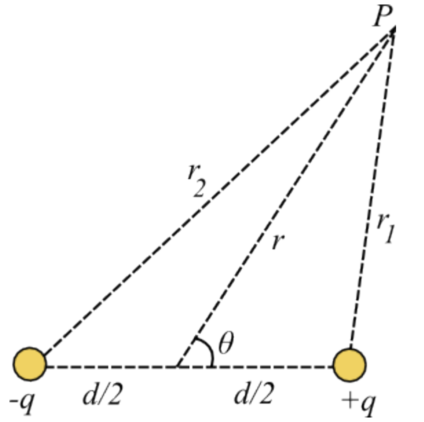
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r_i}|} + \int_v \frac{\rho(\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|}dv' + \int_s \frac{\sigma(\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|}ds'\right]$$

Lineas de Campo y Superficies Equipotenciales:



Potencial Eléctrico del Dipolo

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{|r_1|} - \frac{1}{|r_2|}\right]$$



Usando coordenadas esféricas, colocando el origen en el punto medio entre las dos cargas y en el límite $d << r$, podemos escribir a $\vec{r_1}$ y a $\vec{r_2}$ como:

$$|r_1|^2 = |r|^2 + |d/2| - 2 \cdot |r| \cdot d/2cos(\theta)$$
$$|r_2|^2 = |r|^2 + |d/2| + 2 \cdot |r| \cdot d/2cos(\theta)$$

Utilizando la aproximación en Taylor de la función $(1+x)^{1/2} \sim 1 - 1/2x$, llegamos finalmente a:

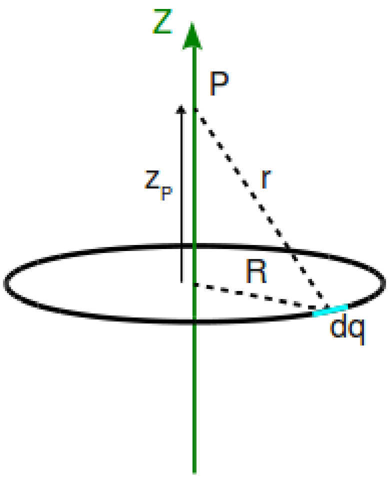
$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dcos(\theta)}{r^2}$$

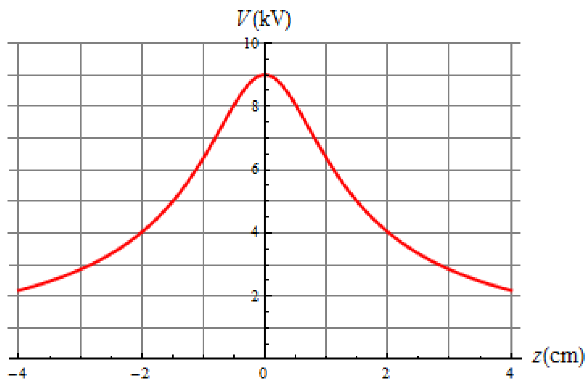
$$\vec{E} = -\nabla V = -\left[\frac{\partial V}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{\theta}\right]$$

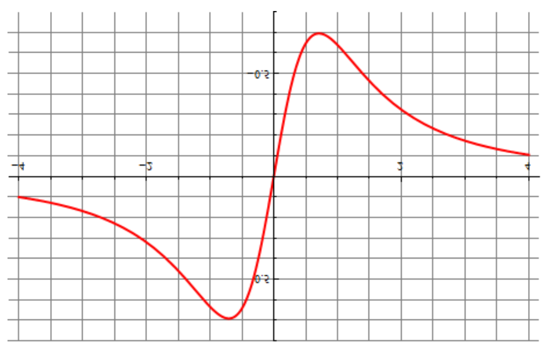
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2p}{r^3}\hat{r} + \frac{psen(\theta)}{r^3}\hat{\theta}\right]$$

Donde $p = dq$ es el **momento dipolar**.

Potencial Eléctrico de un Anillo Cargado







$$V(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\lambda a d\phi}{\sqrt{z^2+a^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\pi\lambda a}{\sqrt{z^2+a^2}}$$

$$E_z = -\frac{\partial V(z)}{\partial z} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\pi\lambda a z}{(z^2+a^2)^(3/2)}$$

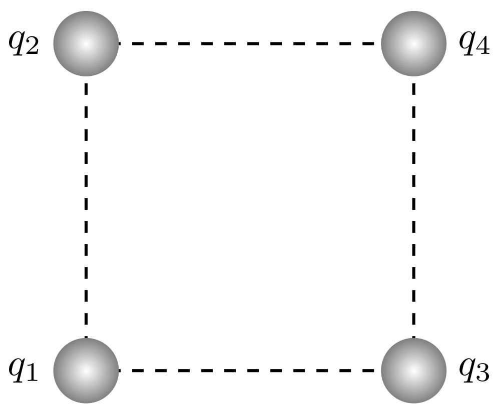
`http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_y_potencial_en_el_eje_de_un_anillo_cargado_Primera_Convocatoria_Ordinaria_2010/11_(F2GIA)`

En conclusión...

- El **Potencial Eléctrico** es el trabajo por unidad de carga eléctrica, no es la **Energía Potencial**.
- Es un **escalar.**
- Cuidado con el **Punto de Referencia.**
- Cumple el **Principio de Superposición.**

Energía de una distribución de cargas puntuales

La energía de una distribución de cargas puntuales es igual al trabajo realizado para reunirlas



$$W = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{l} = -Q\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$
$$= Q[V(b) - V(a)]$$

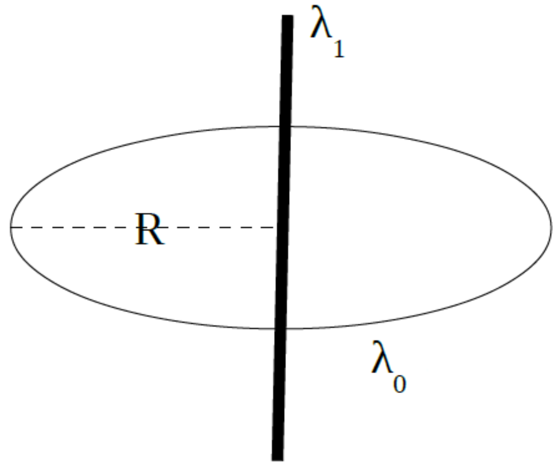
$$W_{Total} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$W_1 = 0$$
$$W_2 = q_2\frac{1}{4\pi\epsilon_0}(\frac{q_1}{r_{12}})$$
$$W_3 = q_3\frac{1}{4\pi\epsilon_0}(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}})$$
$$W_4 = q_4\frac{1}{4\pi\epsilon_0}(\frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}})$$

$$W_{Total} = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ j=1\\ j\neq i}}^{N} q_i V_j = U$$

Fuerza Eléctrica

Considere que tiene dos alambres cargadas, uno en forma de anillo y el segundo recto, como se muestra en la figura. Calcule la fuerza que sentirá la barra recta debido al campo de fuerza del anillo cargado.



$$\vec{F} = \vec{E}q$$

$$d\vec{F} = \vec{E}dq$$

$$d\vec{F} = \vec{E}(z)\lambda_1 dz$$

$$\vec{F} = \int_{-L/2}^{L/2} \vec{E}(z)\lambda_1 dz$$

$$\vec{F} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\pi\lambda_0 R z}{(z^2+R^2)^(3/2)}\lambda_1 dz$$