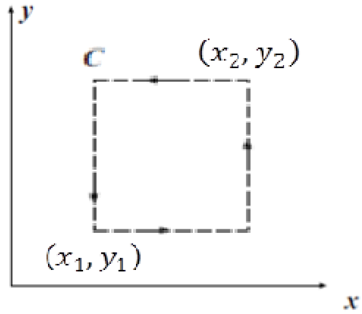
Guía N° 5: Ecuaciones de Maxwell y Ondas Electromagnéticas

Problema 1. Derivar la ley de conservación de la carga eléctrica a partir de las ecuaciones de Maxwell.

Problema 2. En una dada región del espacio se observa un campo eléctrico que tiene la forma $\vec{E} = Ay\,\hat{\imath}$ donde A es una constante.



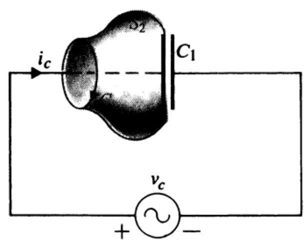
a) Calcule la circulación de $\vec{E}$ en torno a la curva C, $\oint_C \vec{E}\cdot\vec{dl}$ ¿qué puede decir acerca del campo eléctrico $\vec{E}$? Justifique adecuadamente su respuesta.

b) Considere que en dicha región del espacio vacío hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = B(t)\hat{k}$. Halle una expresión para el flujo de B a través de S, la superficie limitada por C.

c) Aplique la ley de Faraday para hallar $B(t)$.

d) Explique el origen de este campo eléctrico?

Problema 3. Una fuente de voltaje *c.a.* de amplitud V_0 y frecuencia angular ω, $V_0 sen(\omega t)$, se conecta a un condensador de placas paralelas.



a) Verifique que la corriente de desplazamiento en el condensador es igual a la corriente de conducción en el alambre conductor.
b) Determine la magnitud del campo eléctrico, en función del tiempo, entre las placas del condensador.
c) Determine la magnitud del campo magnético a una distancia r del alambre.

Problema 4. En una región del espacio hay un campo magnético que es paralelo al eje z y tiene simetría axial, es decir, que en cada punto su módulo sólo depende de la distancia “r” al eje z. El módulo también varía con el tiempo. Determinar el campo eléctrico en cada punto del espacio.

Problema 5. Probar que para una onda electromagnética la energía en promedio asociada al campo eléctrico es igual a la asociada al campo magnético.

Problema 6. Un alambre metálico de conductividad σ y sección A conduce una corriente I.
a) Determinar la dirección, el sentido y la magnitud del vector de Poynting en la superficie del alambre.
b) Calcular el flujo del vector de Poynting a través de una longitud L del alambre y comparar el resultado con el calor de joule producido en este segmento.

Problema 7. Calcule en forma aproximada la frecuencia a una onda electromagnética, en el vacío, cuya longitud de onda es: (a) la altura de una persona ~ 1.7 m, (b) igual al grosor de la hoja de papel que usa. (b) ¿cómo clasificaría a la onda en el espectro electromagnético?

Problema 8. El campo de una onda electromagnética plana en el vacío se representa usando unidades MKS por:

$$E_x = 0; \qquad E_y = 0.5\cos\left[2\pi\cdot 10^8\cdot(t-\frac{x}{c})\right]; \qquad E_z = 0$$

a) Determinar la longitud de onda, el estado de polarización y la dirección de propagación de la onda

b) Calcular el vector campo magnético de la onda.

c) Calcular la intensidad media o flujo por unidad de área (vector de poynting).

Problema 9. Una onda electromagnética plana que se propaga en el vacío queda descripta por los siguientes campos Eléctrico y Magnético:

$$E_x = E_0 \ sen(kz - \omega t)$$
$$B_y = (E_0 / c) \ sen(kz - \omega t)$$
$$E_y = E_z = B_z = B_x = 0$$

a) ¿Cuál es la dirección de propagación de la onda?

b) ¿Determinar la potencia promedio por unidad de área?

Problema 10. Una onda electromagnética con longitud de onda de 435[nm] viaja en el vacío en la dirección -z. El campo eléctrico tiene una amplitud de 2.7×10^{-3} V/m y es paralelo al eje x.

a) Determine, la frecuencia de la onda.

b) las ecuaciones vectoriales para: $\vec{E}(z,t)$ y $\vec{B}(z,t)$.

c) el vector de Poynting

d) Idem incisos anteriores si la onda viaja en dirección +z

Problema 11. Sea la siguiente onda electromagnética:

$$\bar{E} = E_0 \ \cos \omega(\sqrt{\varepsilon\mu} \ z - t)\,\bar{e}_x + E_0 sen \ \omega(\sqrt{\varepsilon\mu}\, z - t)\,\bar{e}_y$$

donde E_0 es una constante.

Encontrar el campo magnético $\vec{B}$ correspondiente y el vector de Poynting

Problema 12. Una onda electromagnética tiene una frecuencia de 100 MHz y se propaga en el vacío. El campo magnético viene dado por : $\vec{\mathbf{B}}(\mathbf{z,t}) = 10^{-8} \cos(kz - wt)\,\hat{\mathbf{i}}$

a) Hallar la longitud de onda.
b) Hallar el vector de campo eléctrico E(z,t).
c) Hallar el vector de Poynting y la intensidad de esta onda.
d) En qué dirección se desplaza la onda.

Problema 13. Dos ondas armónicas ambas con frecuencia ν y amplitud E_0 viajan en el vacío en la dirección del eje x. Los campos eléctricos de ambas ondas son paralelos al eje z. Para los casos en los que la diferencia de fase entre los campos eléctricos de las ondas es: a) 0, b) π/2, c) π, radianes, calcular para la onda resultante de la superposición:

a) El campo eléctrico, $\vec{E}$.

b) El campo magnético, $\vec{B}$.

c) La densidad de energía electromagnética.

d) El vector de Poynting.

e) Determinar los planos sobre los cuales el valor de $|E|^2$ es máximo o mínimo

Problema 14. Dos ondas electromagnéticas de frecuencias $\omega_1 = 900(\mathrm{GHz})$ y $\omega_2 = 915(\mathrm{GHz})$ tienen campos eléctricos dados por $\vec{E}_1 = E_0 \cos(k_1 z - \omega_1 t)\hat{\jmath}$ y $E_2 = E_0 \cos(k_2 z - \omega_2 t)\hat{\jmath}$.

a) Obtenga una expresión para la onda resultante.

b) Determine el vector de poynting instantáneo y el vector de poynting promediado en el tiempo

c) Determine las velocidades de fase y de grupo.