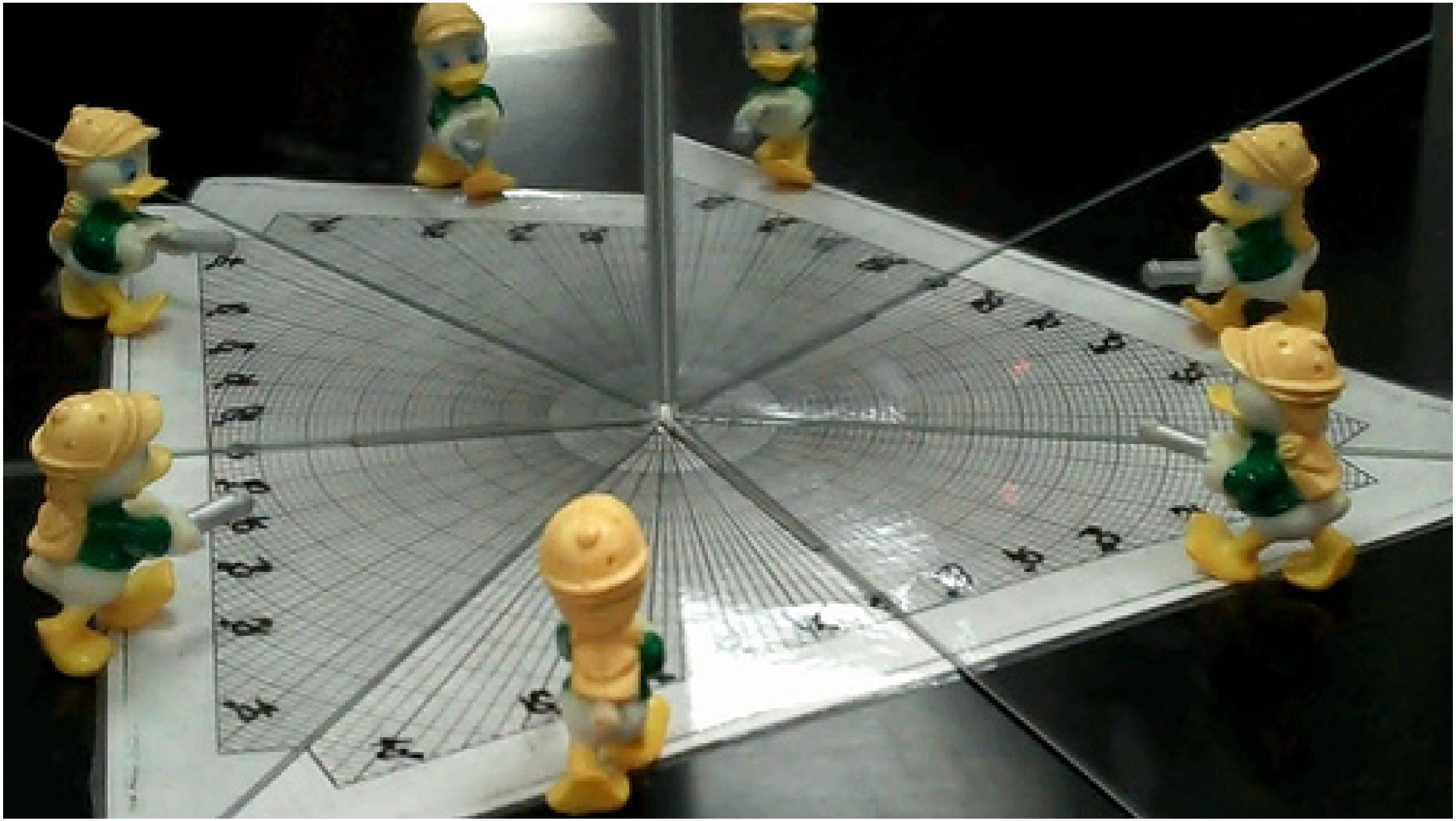
Electricidad

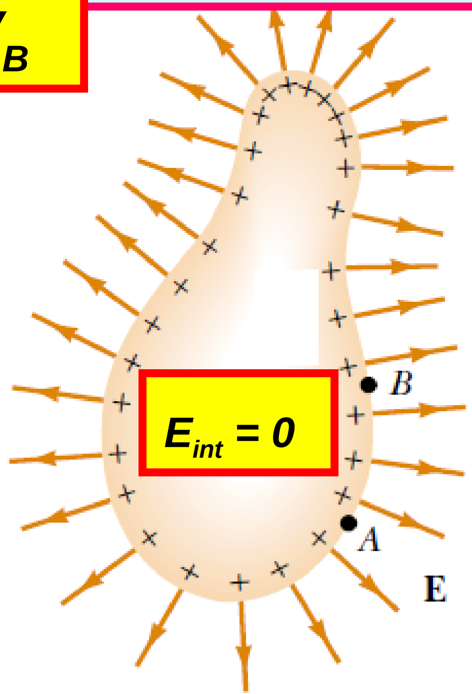


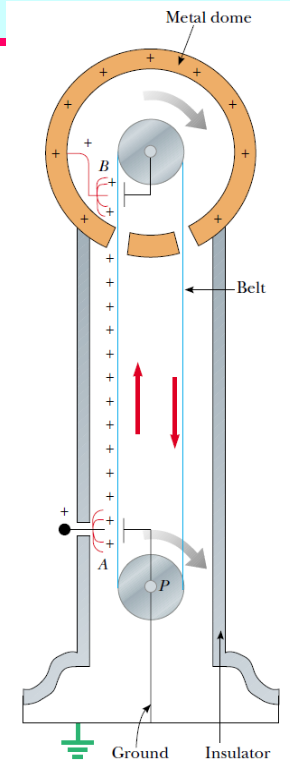
Universidad Nacional del Sur, Septiembre de 2016

Repaso

- **E**=0 en el interior.
- Toda la carga reside en la superficie.
- La superficie de los conductores son superficies equipotenciales.
- Las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a la superficie.

$V_A = V_B$



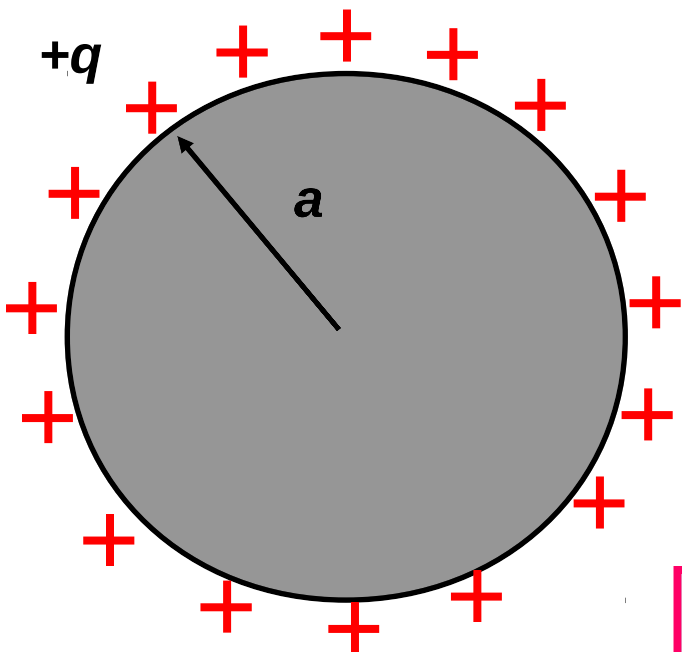


$V_{max} \sim 20\times10^6$ V

$E_{max}=1\text{-}3\times10^6$ V/m

$V_{peine} \sim 10^4$ V

Potencial de un conductor Esférico Cargado (en aire)



$$E_{\max} = 30000\ V/cm$$

Ruptura dieléctrica del aire (se ioniza)

$$V_{\max} = aE_{max}$$

El voltaje máximo que puede soportar un conductor esférico es linealmente dependiente con su radio.

Resolución de problemas electrostáticos

Si se conoce la distribución de carga en todo punto del espacio

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,dq'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

Si la distribución de carga en todo punto del espacio NO SE ESPECIFICA DE ANTEMANO, debemos calcular primero **E** y luego obtener la distribución de carga.

Ecuaciones de Poisson y Laplace

Ley de Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho$$

Campo conservativo

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Ecuación de Poisson

Ecuación de Poisson

Coordenadas rectangulares:

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Coordenadas esféricas: sen

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\mathrm{sen}\,\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\,\mathrm{sen}^2\,\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2}$$

Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla^2\varphi \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Es importante darse cuenta que en la ecuación de Poisson $\nabla^2 V = \rho(\mathbf{r})/\varepsilon_0$. Ecuación dif. a deriv. parc. no homog.

Ecuación de Laplace

En los problemas electrostáticos en que intervienen conductores, la carga está sobre la superficie de los mismos o como cargas puntuales.

$$\nabla^2 V = 0$$

Ecuación de Laplace

La información de V **es considerada pidiendo a la solución general la satisfacción de las condiciones de borde**

Para un conjunto dado de condiciones de frontera, la solución a la ecuación de Laplace es única.

El método de las imágenes

Aplica a un conjunto dado de problemas con simetrías particulares. Evita el tener que resolver la ecuación diferencial.

$$V(\mathbf{r}) = V_1(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')\,da'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

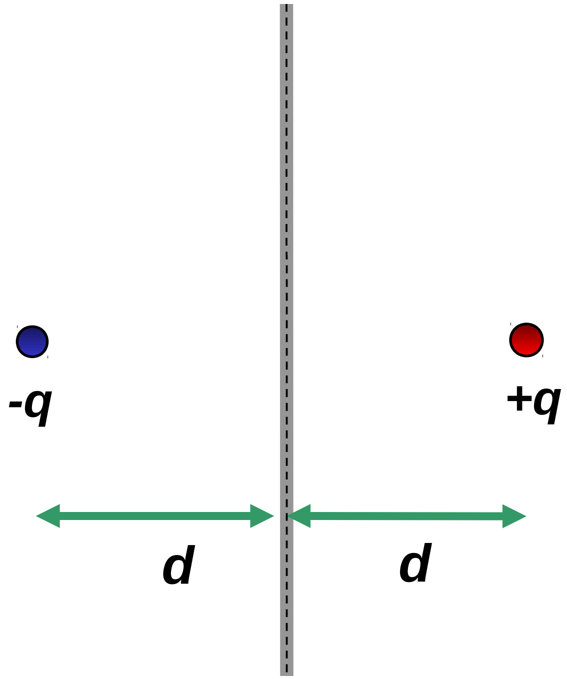
Potencial fácil

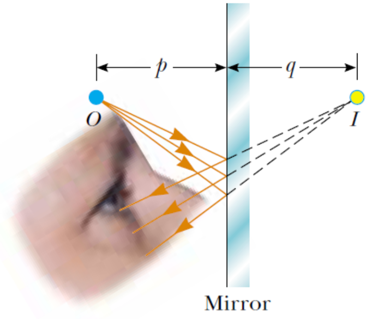
Distribución no conocida en ppio.

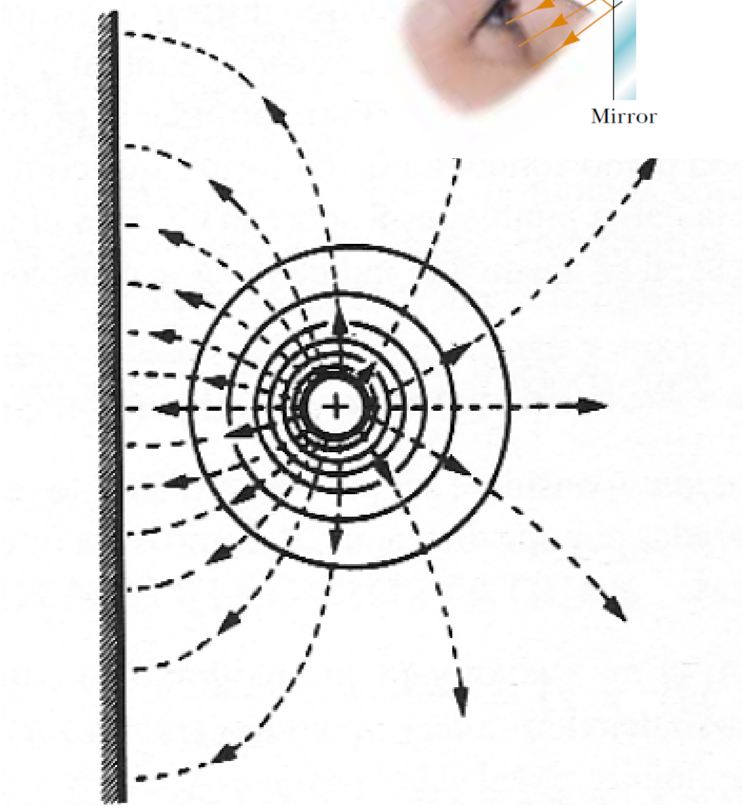
La esencia del método de las imágenes es reemplazar la integral por un potencial "equivalente" V_2 debido a una distribución de carga específicada (puntuales o lineales)

El método de las imágenes

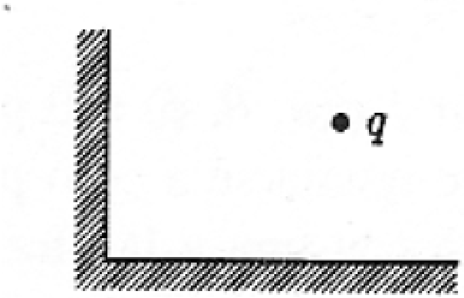
carga puntual + plano conductor

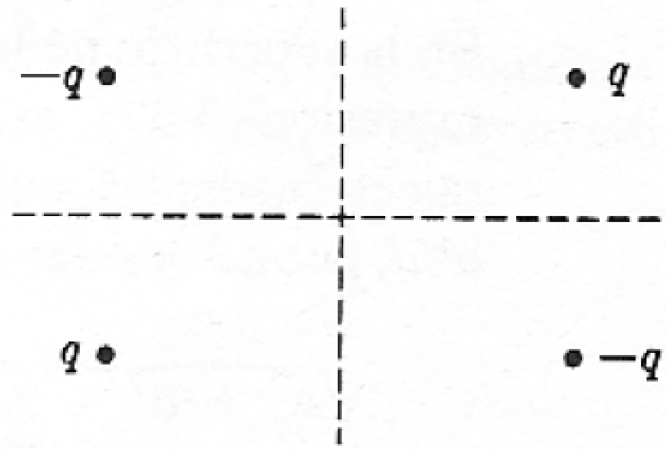


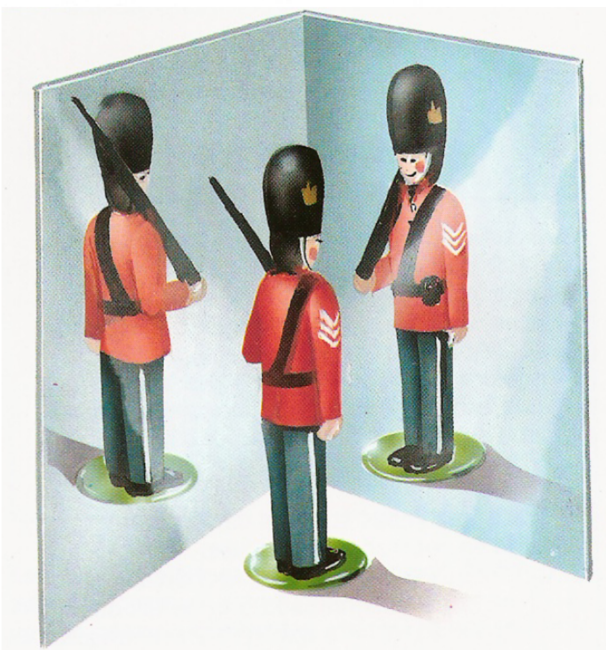




El método de las imágenes

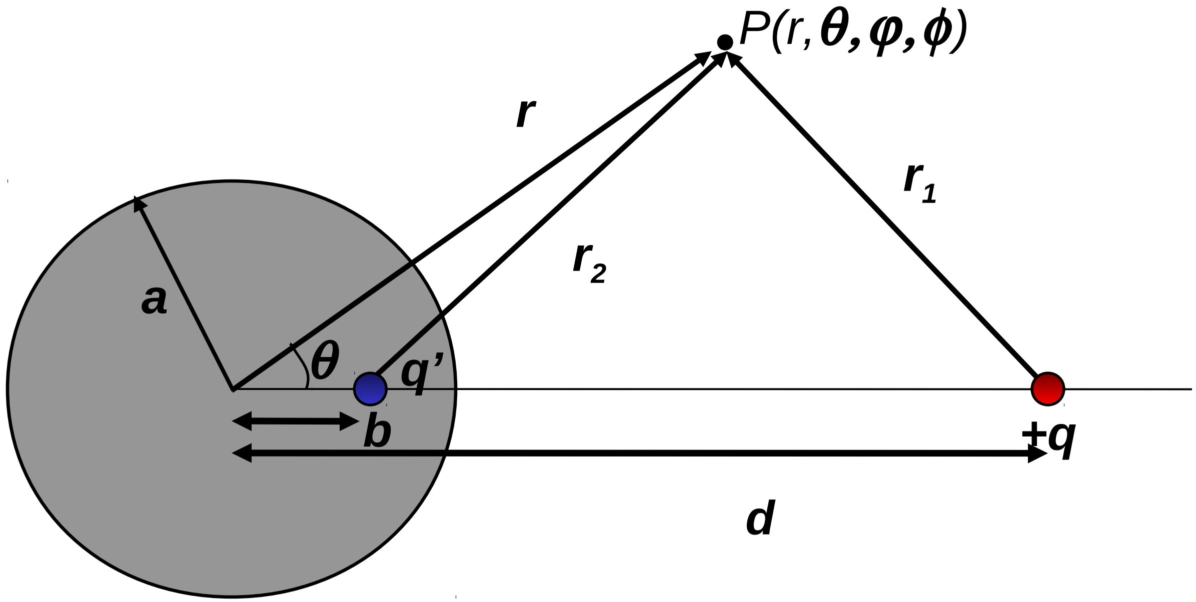






El método de las imágenes

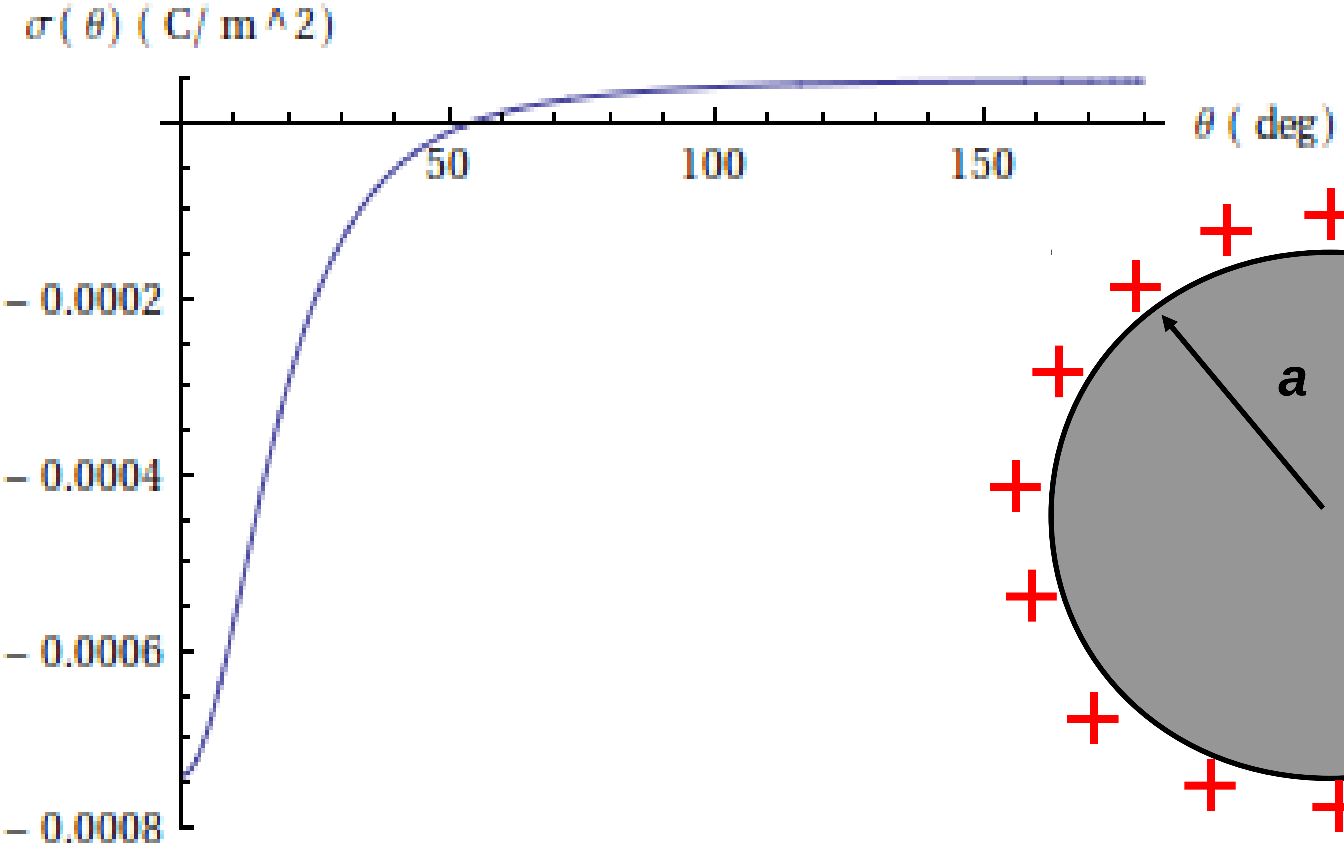
carga puntual + esfera conductora



La esfera queda a potencial CERO. Para ponerla en un potencial arbitrario, puede colocarse una segunda carga imagen en el centro de la esfera conductora.

El método de las imágenes

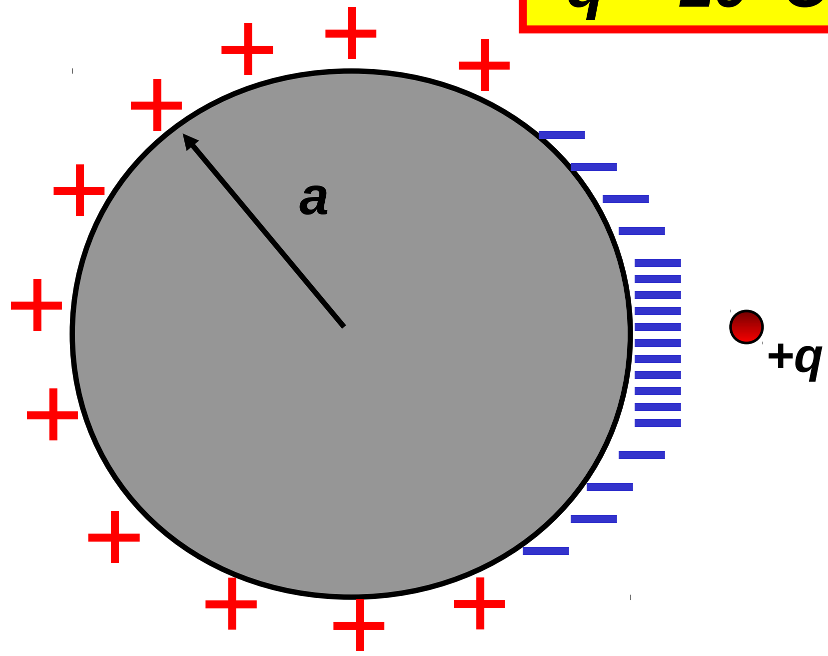
Para esfera descargada



a = 0.1 m

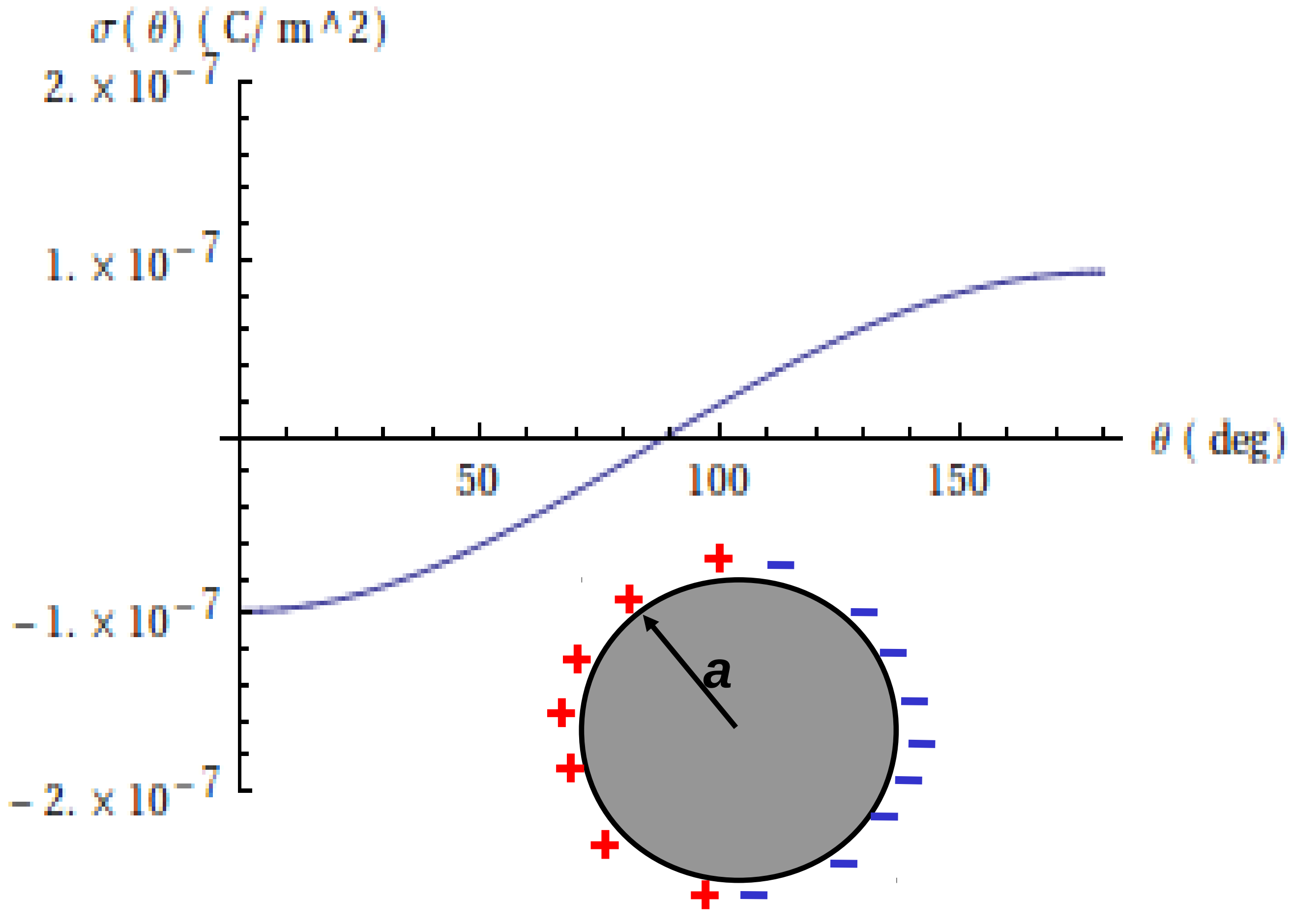
d = 0.15 m

q = 10^{-5}C



El método de las imágenes

Para esfera descargada



a = 0.1 m

d = 5 m

q = 10^-5 C

+q