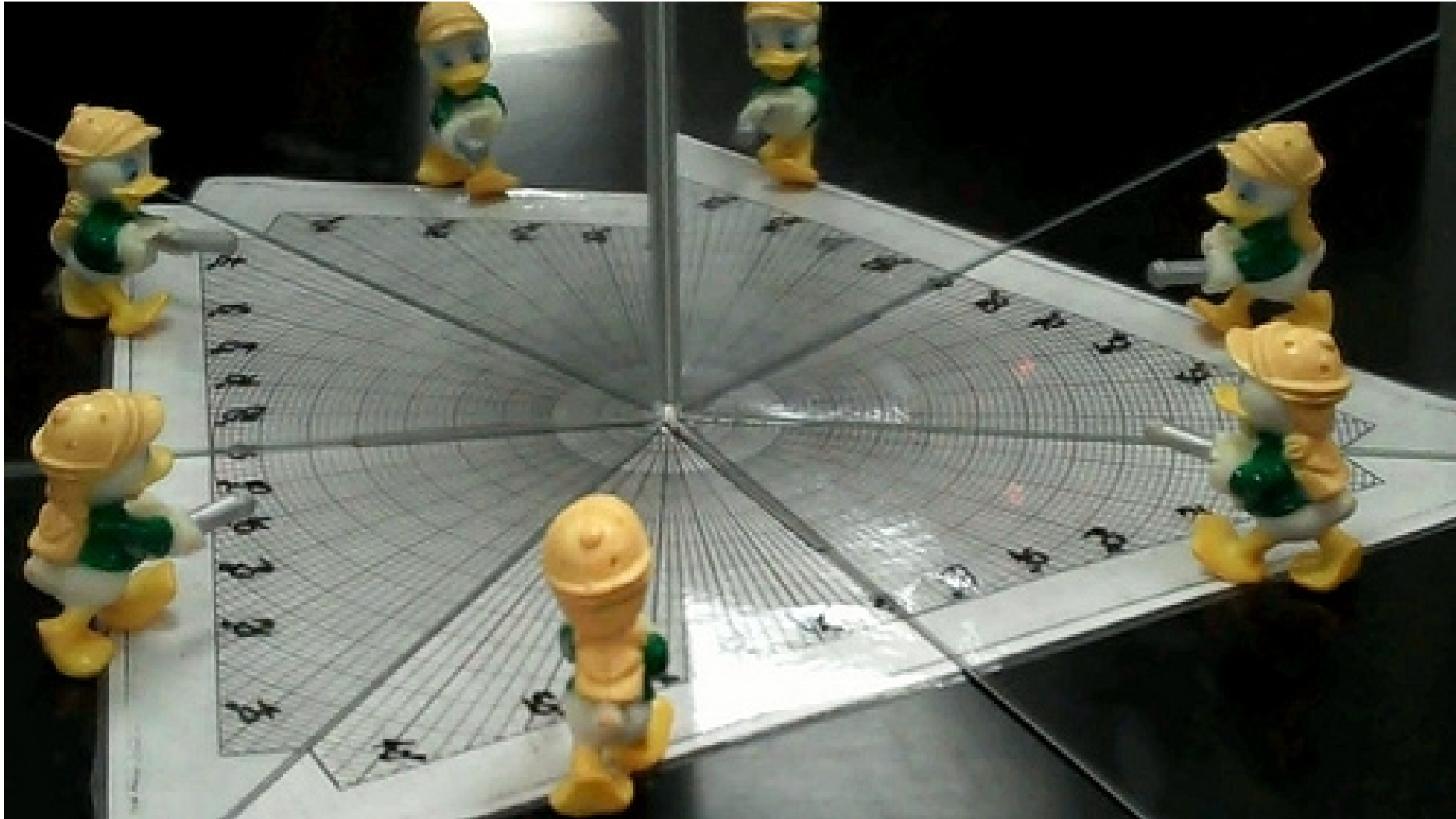


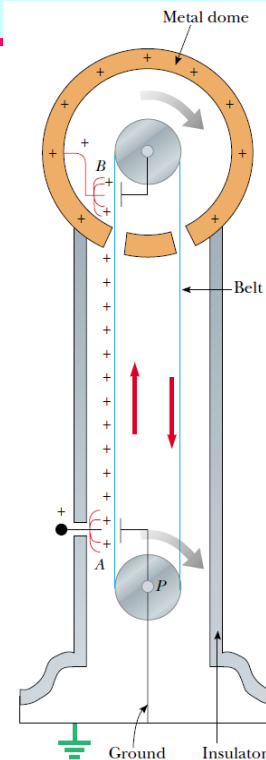
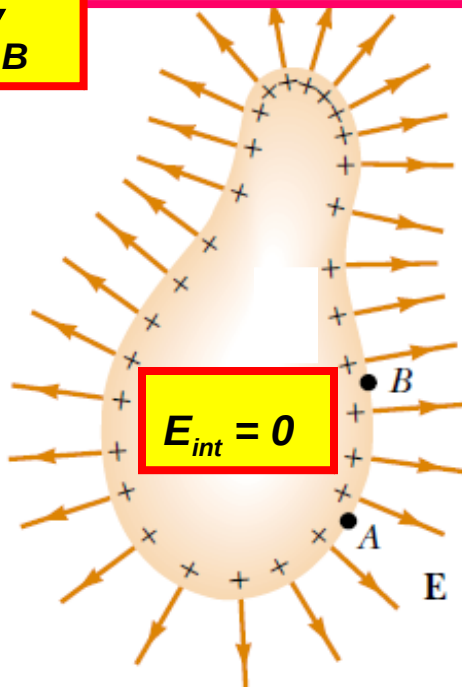
Electricidad



Repaso

- $E=0$ en el interior.
- Toda la carga reside en la superficie.
- La superficie de los conductores son superficies equipotenciales.
- Las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a la superficie.

$$V_A = V_B$$



$$V_{max} \sim 20 \times 10^6 \text{ V}$$

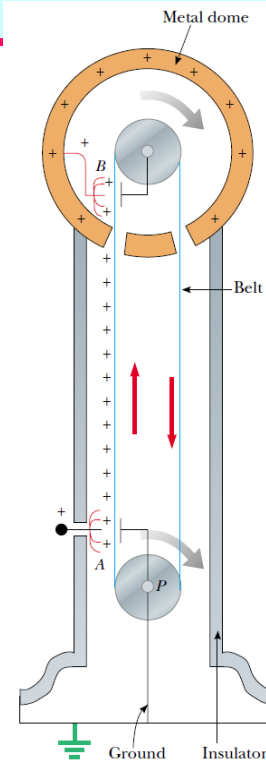
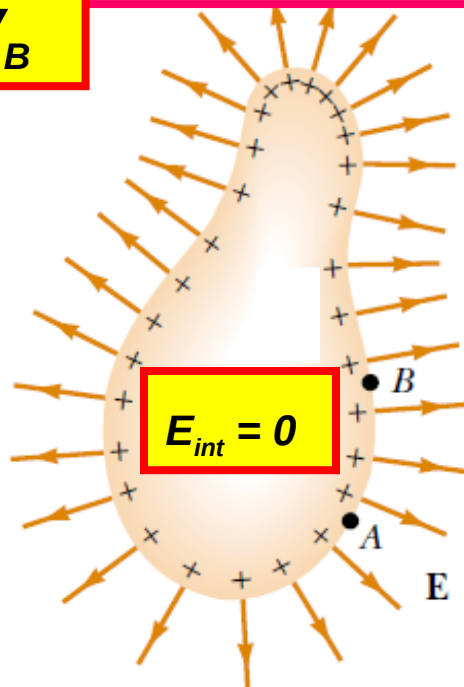
$$E_{max} = 1-3 \times 10^6 \text{ V/m}$$

$$V_{peine} \sim 10^4 \text{ V}$$

Repaso

- $E=0$ en el interior.
- Toda la carga reside en la superficie.
- La superficie de los conductores son superficies equipotenciales.
- Las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a la superficie.

$$V_A = V_B$$

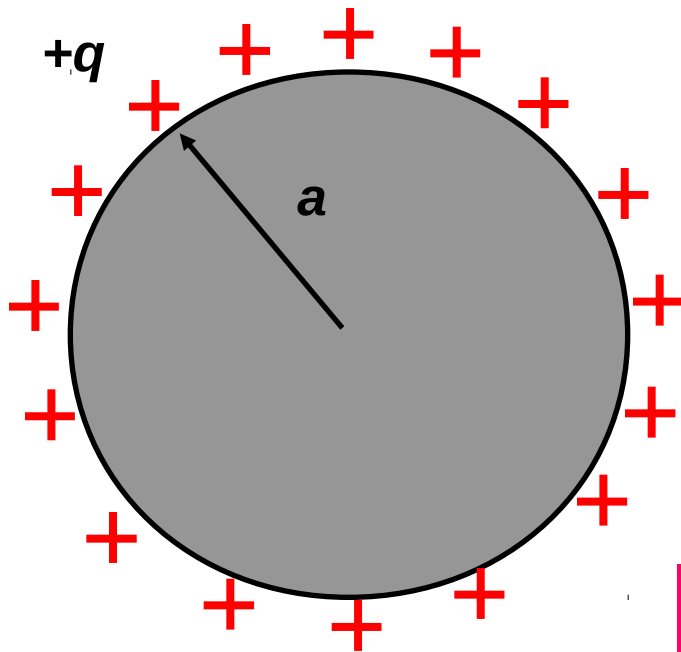


$$V_{max} \sim 20 \times 10^6 \text{ V}$$

$$E_{max} = 1-3 \times 10^6 \text{ V/m}$$

$$V_{peine} \sim 10^4 \text{ V}$$

Potencial de un conductor Esférico Cargado (en aire)



$$E_{\max} = 30000 \text{ V/cm}$$



Ruptura dieléctrica del aire (se ioniza)



$$V_{\max} = aE_{\max}$$

El voltaje máximo que puede soportar un conductor esférico es linealmente dependiente con su radio.

Resolución de problemas electrostáticos

Si se conoce la distribución de carga en todo punto del espacio



$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dq'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Si la distribución de carga en todo punto del espacio NO SE ESPECIFICA DE ANTEMANO, debemos calcular primero \mathbf{E} y luego obtener la distribución de carga.

Ecuaciones de Poisson y Laplace

Ley de Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

Campo conservativo

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Ecuación de Poisson

Ecuación de Poisson

Coordenadas rectangulares:

$$\nabla^2 \varphi \equiv \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

Coordenadas esféricas: sen

$$\nabla^2 \varphi \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\operatorname{sen} \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2}$$

Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla^2 \varphi \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

Es importante darse cuenta que en la ecuación de Poisson $\nabla^2 V = \rho(r)/\epsilon_0$. Ecuación dif. a deriv. parc. no homog.

Ecuación de Laplace

En los problemas electrostáticos en que intervienen conductores, la carga está sobre la superficie de los mismos o como cargas puntuales.

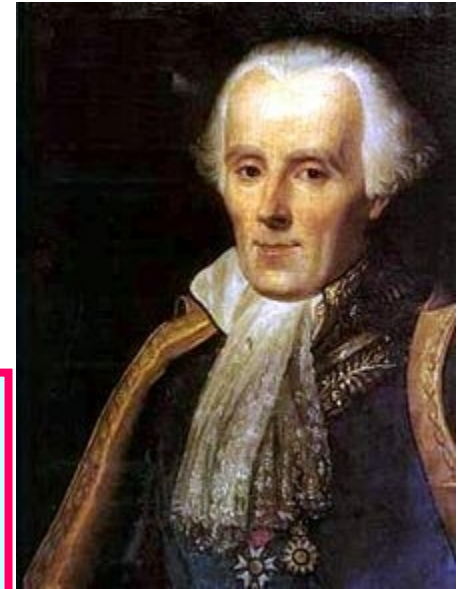


$$\nabla^2 V = 0$$

Ecuación de Laplace

La información de V es considerada pidiendo a la solución general la satisfacción de las condiciones de borde

Para un conjunto dado de condiciones de frontera, la solución a la ecuación de Laplace es única.



El método de las imágenes

Aplica a un conjunto dado de problemas con simetrías particulares. Evita el tener que resolver la ecuación diferencial.

$$V(\mathbf{r}) = V_1(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}') da'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

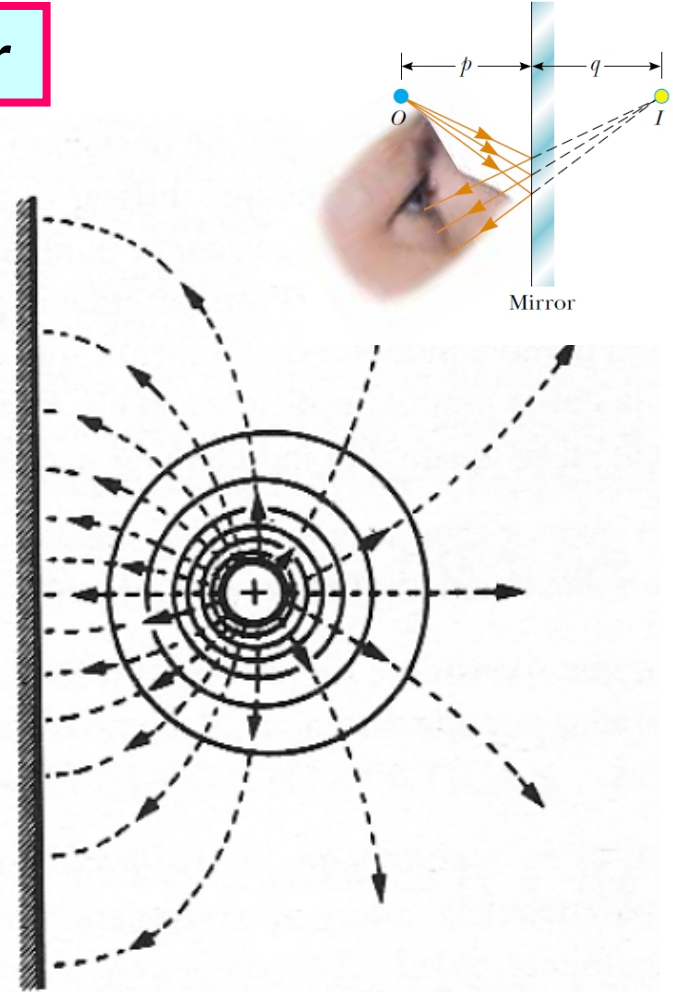
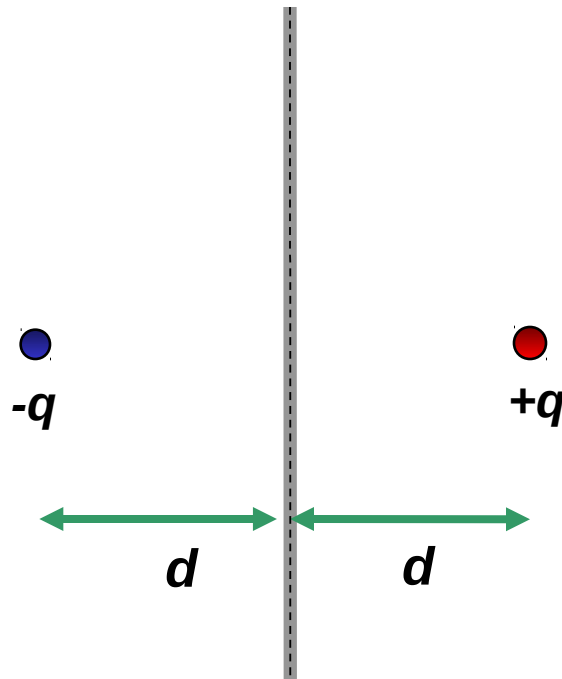
Potencial fácil

Distribución no conocida en ppio.

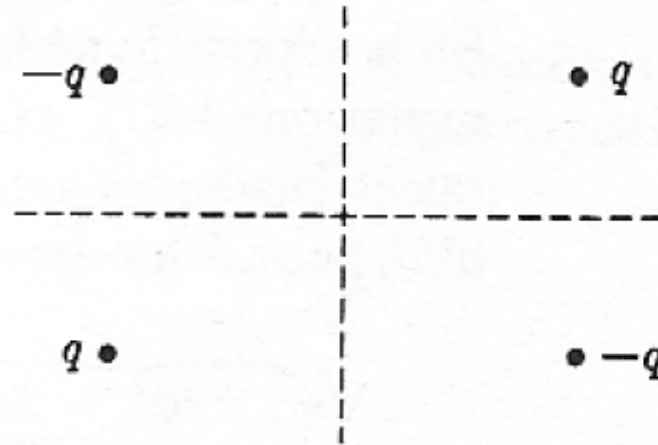
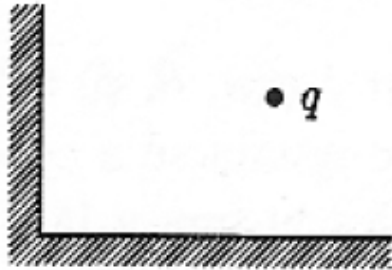
La esencia del método de las imágenes es reemplazar la integral por un potencial “equivalente” V_2 debido a una distribución de carga especificada (puntuales o lineales)

El método de las imágenes

carga puntual + plano conductor

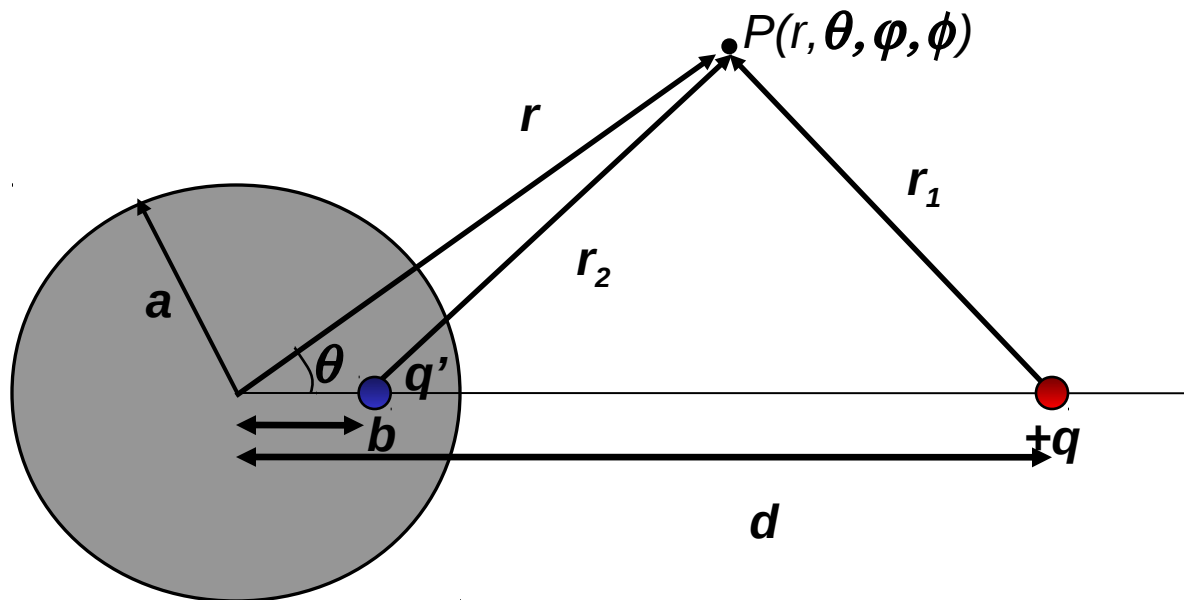


El método de las imágenes



El método de las imágenes

carga puntual + esfera conductora



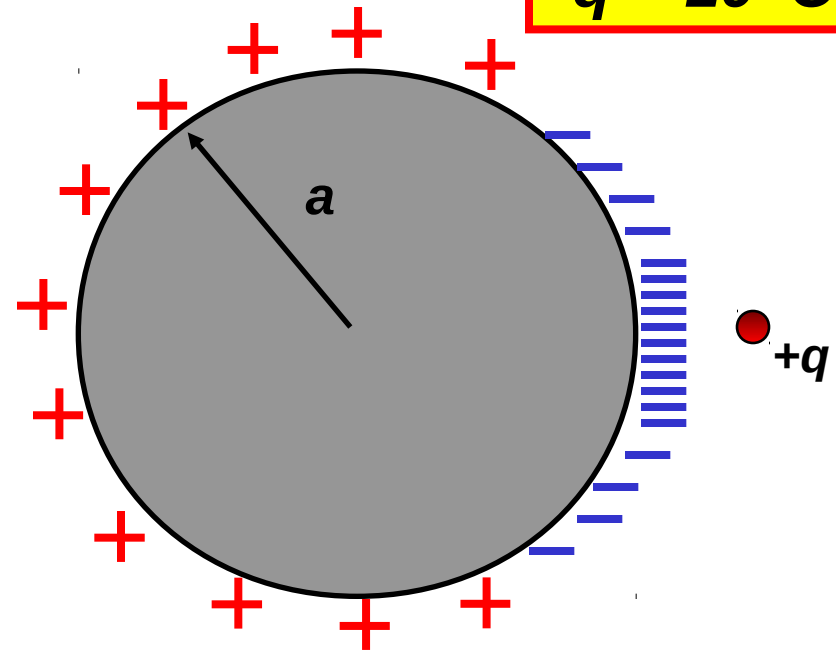
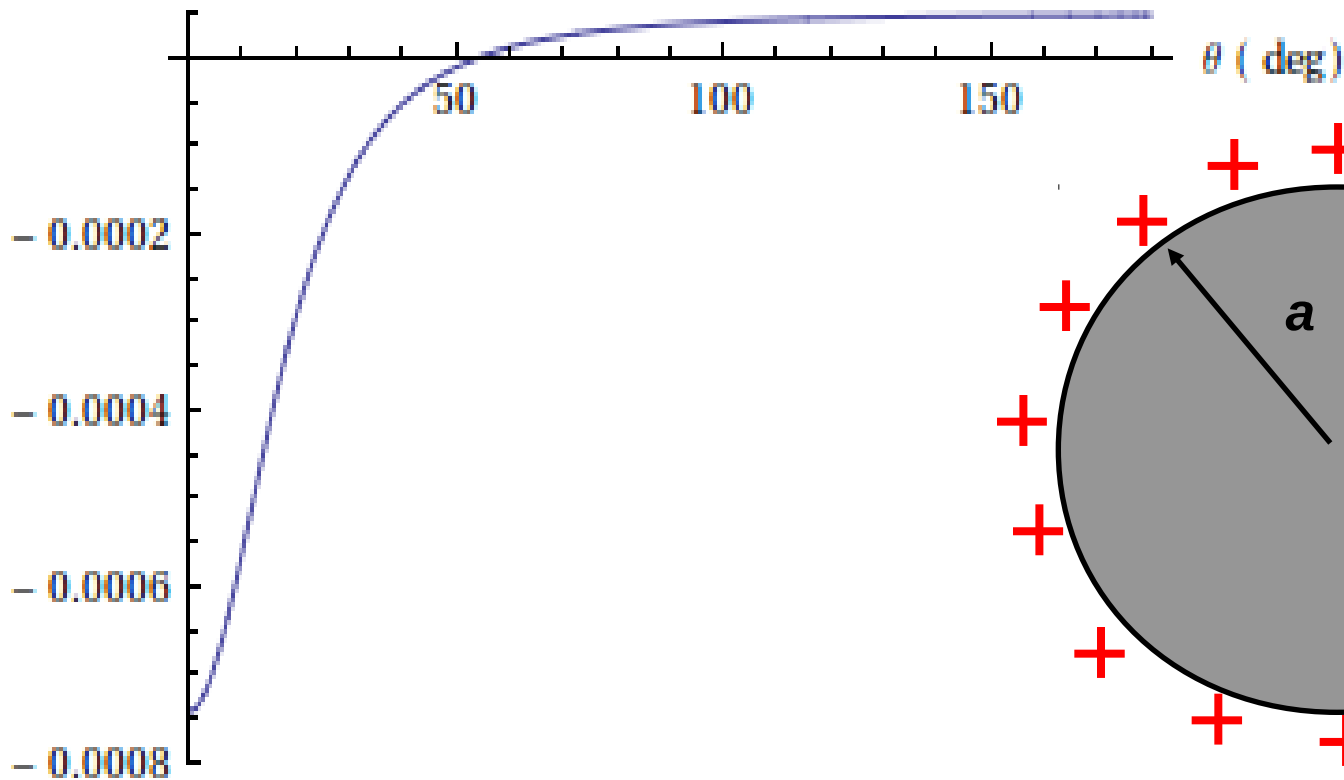
La esfera queda a potencial CERO. Para ponerla en un potencial arbitrario, puede colocarse una segunda carga imagen en el centro de la esfera conductora.

El método de las imágenes

Para esfera descargada

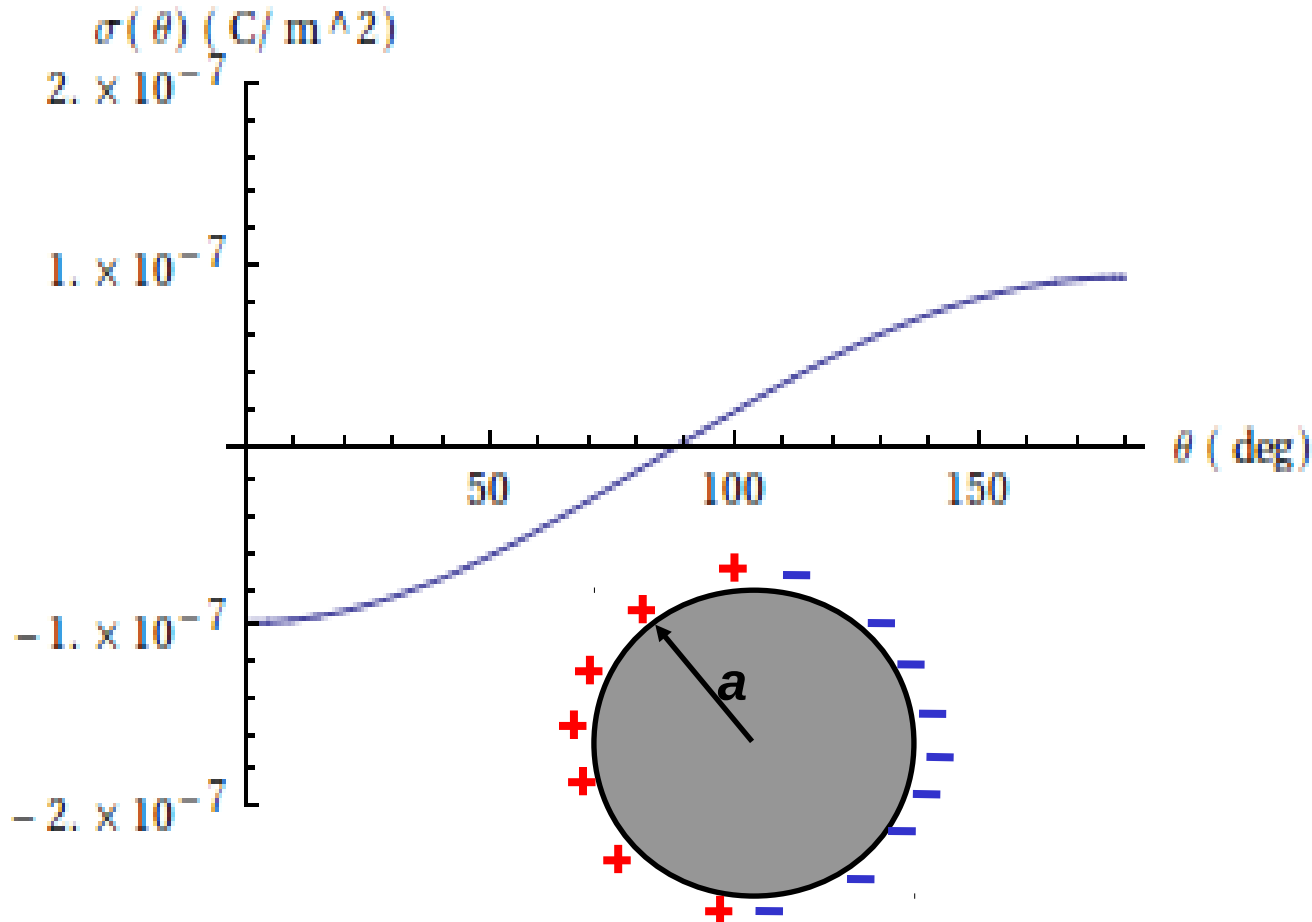
$a = 0.1 \text{ m}$
 $d = 0.15 \text{ m}$
 $q = 10^{-5} \text{ C}$

$\sigma(\theta) \text{ (C/m}^2\text{)}$



El método de las imágenes

Para esfera descargada



$$a = 0.1 \text{ m}$$

$$d = 5 \text{ m}$$

$$q = 10^{-5} \text{ C}$$

