

Guía II: Dinámica Relativista

Problema 1.

La energía y el momento de un fotón, vienen dados por $E = hv$ y $p = hv/c$ (donde v es la frecuencia de la onda de luz y h es la constante de Planck). Derive las fórmulas relativistas para la energía y el momento de una partícula con masa, $E = \gamma mc^2$ y $p = \gamma mv$.

Ayuda: considere una masa m que decae en dos fotones. Analice el decaimiento tanto en el sistema en reposo como en el sistema en que la masa tiene velocidad v . Deberá utilizar el efecto Doppler.

Problema 2.

Dados dos fotones, cada uno con energía E , los cuales colisionan con un ángulo θ creando una partícula de masa M . Cuál es el valor de la masa M

Problema 3.

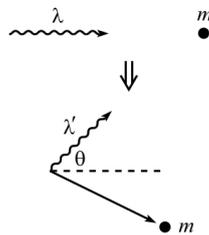
Una masa grande M , moviéndose a una velocidad V , colisiona y queda unida a una masa más pequeña m , inicialmente en reposo. ¿Cuál es la masa del objeto resultante?. Trabaje bajo la aproximación $M \gg m$.

Problema 4.

Un fotón colisiona con un electrón estacionario. Si luego de la colisión el fotón sale con un ángulo θ , demostrar que la longitud de onda resultante λ' , viene dada en términos de la longitud de onda original λ como

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)$$

donde m es la masa del electrón. Recuerde que la energía de un fotón viene dada por $E = hv = hc/\lambda$



Problema 5.

Una bola de masa M y energía E colisiona elásticamente con una bola estacionaria de masa m . Muestre que la energía final de la masa M , viene dada por

$$E' = \frac{2mM^2 + E(m^2 + M^2)}{m^2 + M^2 + 2Em}$$

Problema 6.

Una masa M_A decae en dos masas M_B y M_C .

- Cuales son las energías de M_B y M_C .
- Cual es su momento

Problema 7.

Una partícula de masa m y energía E choca con otra partícula idéntica, inicialmente en reposo. Cual es el umbral de energía para que el estado final contenga N partículas. (El umbral de energía, es la mínima energía para que el proceso ocurra)

Problema 8.

Una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza $F = -m\omega^2 x$. Si la amplitud del movimiento es b demuestre que el período viene dado por

$$T = \frac{4}{c} \int_0^b \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} dx$$

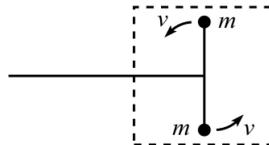
donde

$$\gamma = 1 + \frac{\omega^2}{2c^2}(b^2 - x^2)$$

Problema 9.

Considere una pesa hecha a partir de dos masas m idénticas. La pesa gira alrededor de su centro el cual se encuentra unido a una varilla de masa despreciable. Si la velocidad de las masas es v , entonces la energía del sistema vendrá dada por $2\gamma m$. Tomando todos los elementos como parte del sistema, dicho sistema se halla en reposo. Por lo tanto, la masa del sistema debes ser $2\gamma m$. (Imagine el sistema dentro de una caja cerrada, de manera tal que usted no puede ver lo que ocurre en el interior).

Demuestre que el sistema se comporta de manera idéntica que una masa $M = 2m\gamma$. Para esto considere a la barra moviéndose con velocidad $\epsilon \ll v$ (cuando la pesa se halla en la posición transversal mostrada en la figura) y demuestre que $F = dp/dt = Ma$.



Problema 10.

A una palita de la basura de masa M , se le da una velocidad inicial relativista. Esta recolecta polvo del suelo con una densidad de masa por unidad de longitud λ (medida desde el sistema de laboratorio). Para el instante en que la velocidad es v , encuentre la tasa (medida desde el sistema de laboratorio) en la cual la masa de la palita mas el polvo recolectado, se incrementa.

Problema 11.

Considere el setup del problema anterior. Si la velocidad inicial de la palita es V , hallar

- a) $v(x)$
- b) $v(t)$
- c) $x(t)$

con respecto al sistema de laboratorio.

Problema 12.

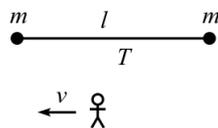
Considere nuevamente el setup del problema 11. Calcule tanto en el sistema de laboratorio como en el de la palita, la fuerza en el sistema “palita+polvo” (debido a las nuevas partículas de polvo chocando con este) como función de v , y demuestre que los resultados son iguales.

Problema 13.

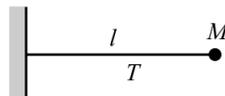
Dos masas m están conectadas por medio de una cuerda de longitud l y una tensión constante T . Las masas dejan en libertad de manera simultánea. Estas colisionan y permanecen juntas luego de la colisión. ¿ Cual es la masa M de la nueva configuración resultante?

Problema 14.

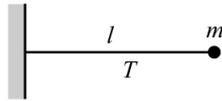
Considere el escenario del problema anterior desde el punto de vista de un sistema de referencia moviéndose hacia la izquierda con velocidad v . La energía de la configuración debe ser $\gamma M c^2$. Demuestre que se obtiene el mismo resultado computando el trabajo realizado en las dos masas.

**Problema 15.**

Una cuerda sin masa, con tensión constante T tiene un extremo fijo en una pared y el otro fijo a una masa M , La longitud inicial de la cuerda es l . La masa se deja en libertad y a mitad de camino hacia la pared, la mitad posterior de la masa se separa de la mitad del frente (con velocidad inicial relativa nula). ¿ Cual es el tiempo total que le toma a la mitad del frente alcanzar la pared ?

**Problema 16.**

a) Una cuerda sin masa, con tensión constante T tiene un extremo fijo en una pared y el otro fijo a una masa m , La longitud inicial de la cuerda es l . La masa se deja en libertad. ¿Cual es el tiempo que le toma a la masa alcanzar la pared ?



b) Considere ahora que la cuerda tiene una longitud $2l$, con una masa m en un extremo. Suponga que se sitúa una masa m en la posición l sin tocar la cuerda. La masa de la derecha se deja en libertad, dirigiéndose hacia la pared. Cuando alcanza la posición l se adhiere a la otra masa y continúa con dirección hacia la pared. ¿ Cuánto tiempo pasa desde que se deja en libertad la primer masa hasta que ambas llegan a la pared.

