Guía IV

Problema 1.

Considere un condensador de placas planas paralelas e infinitas con densidades de carga superficial $+\sigma$ en una placa y $-\sigma$ en la otra.

a) Calcule el campo eléctrico en las distintas zonas del capacitor

b) Determine las componentes del tensor de tensiones de Maxwell

c) Determine la fuerza por unidad de área en la placa superior

Problema 2.

Una esfera de radio a almacena una carga Q distribuida uniformemente en su superficie. La esfera gira con velocidad angular ω alrededor de un eje.

a) Determine la densidad de corriente en la esfera

b) Calcule, por integración directa, el campo magnético en los puntos del eje de rotación.

c) Calcule el momento dipolar magnético de la esfera. A partir de aquí, halle el campo en puntos alejados de la esfera, no necesariamente en el eje.

d) Halle, resolviendo las ecuaciones de la magnetostática, el campo en todos los puntos del espacio.

Problema 3.

Calcule la fuerza de atracción magnética entre el hemisferio norte y sur de una esfera rotante uniformemente cargada, de radio R, velocidad angular ω, y densidad de carga superficial σ.

Problema 4.

Muestre que para una onda plana

$$\overleftrightarrow{T} = \left(\frac{c}{\omega}\right)^2 \mathcal{E}\, K \otimes K$$

Problema 5.

Compruebe que la simetría (o antisimetría) de un tensor se preserva a través de una transformación de Lorentz. Es decir, si $T^{\mu\nu}$ es simétrico, compruebe que $T'^{\mu\nu}$ también lo es (idem para un tensor antisimétrico)

Problema 6.

Un cable recto ubicado a lo largo del eje $\hat{z}$ transporta una densidad de carga λ la cual viaja en la dirección $+\hat{z}$ a una velocidad v. Construya el tensor de campo y el tensor dual en el punto (x, 0, 0).

Problema 7.

Calcule los invariantes $F^{\nu\mu}F_{\mu\nu}$, $G^{\nu\mu}G_{\mu\nu}$, $F^{\nu\mu}G_{\mu\nu}$ en términos de E y B

Problema 8.

Muestre que

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\overleftrightarrow{F}_{\nu\mu}\overleftrightarrow{F}^{\nu\mu}, \quad \mathcal{L} = -\frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi\right)\left(\partial^\mu \phi\right)$$

son los Lagrangianos de las ecuaciones de Maxwell (en el vació) y de la ecuación de ondas.