

Cálculo de la temperatura del filamento de una lámpara.

Partimos de los datos dados en clase para la resistividad ρ de tungsteno en función de la temperatura

$$\rho(T) = \rho_0 + \alpha'T + \beta'T^2 \quad (1)$$

donde $\rho_0 = \rho(0^\circ\text{C}) = 4,432$, $\alpha' = 0,0269$, y $\beta' = 2 \times 10^{-6}$.

Queremos llegar a una expresión de la resistencia $R(T)$ para el filamento de la lámpara utilizada. Ya medimos la resistencia de ese filamento a temperatura ambiente $R(T_0)$. Luego, la expresión buscada será de la forma:

$$R(T)/R(T_0) = 1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 \quad (2)$$

A partir de la ec. (1),

$$\begin{aligned} \rho(T)/\rho_0 &= 1 + \frac{\alpha'}{\rho_0}T + \frac{\beta'}{\rho_0}T^2 \\ &= 1 + \frac{\alpha'}{\rho_0}(T - T_0 + T_0) + \frac{\beta'}{\rho_0}(T - T_0 + T_0)^2 \\ &= 1 + \underbrace{\frac{\alpha'}{\rho_0}T_0 + \frac{\beta'}{\rho_0}T_0^2}_c + \underbrace{\frac{\alpha' + 2T_0\beta'}{\rho_0}}_{\alpha''}(T - T_0) + \underbrace{\frac{\beta'}{\rho_0}}_{\beta''}(T - T_0)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Suponiendo que la geometría del filamento no varía por la dilatación térmica, podemos decir que $R(T)/R(T_0) = \rho(T)/\rho(T_0)$. De la ec. (3), dividiendo por la constante c , obtenemos $\rho(T)/\rho(T_0) = \rho(T)/(c\rho_0)$.

Finalmente,

$$\begin{aligned} R(T)/R(T_0) &= \rho(T)/\rho(T_0) \\ &= \rho(T)/(c\rho_0) \\ &= 1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

donde

$$\alpha = \frac{\alpha' + 2T_0\beta'}{c\rho_0} \quad \beta = \frac{\beta'}{c\rho_0} \quad c = 1 + \frac{\alpha'}{\rho_0}T_0 + \frac{\beta'}{\rho_0}T_0^2.$$

Estimación de la temperatura en una lámpara de tungsteno

La resistividad del tungsteno vs la temperatura se obtuvo de tablas y de allí los factores alfa y beta.

Como se explicó anteriormente, a partir del dato de resistencia a temperatura ambiente se obtiene la ecuación de R vs T,

$$t_0 = 18.8;$$

$$a = 0.0269;$$

$$b = 2 * 10^{-6};$$

$$r_0 = 4.432;$$

$$c = 1 + t_0 * a / r_0 + t_0^2 * b / r_0;$$

$$R_{t_0} = 0.6;$$

$$aa = \frac{a + 2 t_0 * b}{c * r_0};$$

$$bb = \frac{b}{c * r_0}$$

Temp amb

alfa

beta

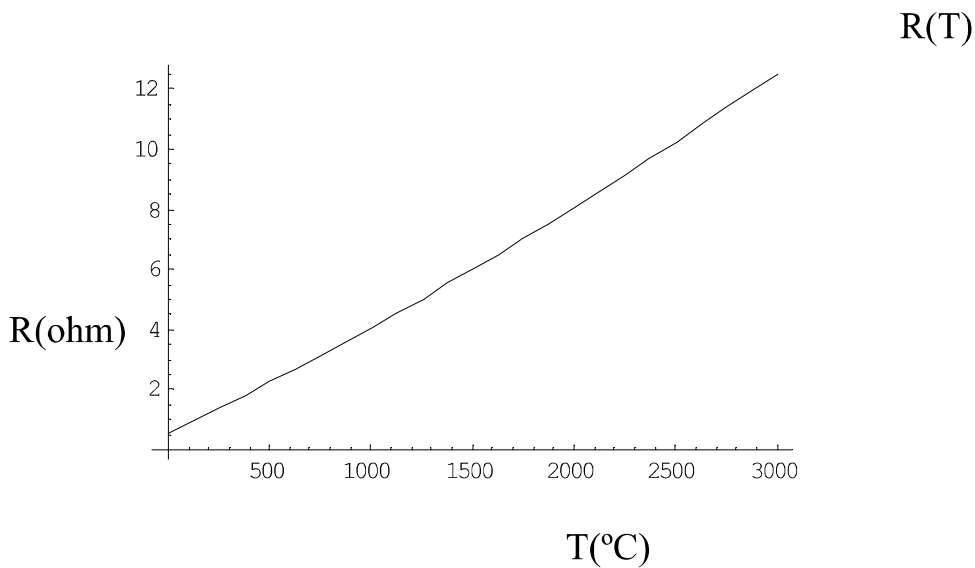
resistividad a 0°C

Resistencia en frío (18.8°C)

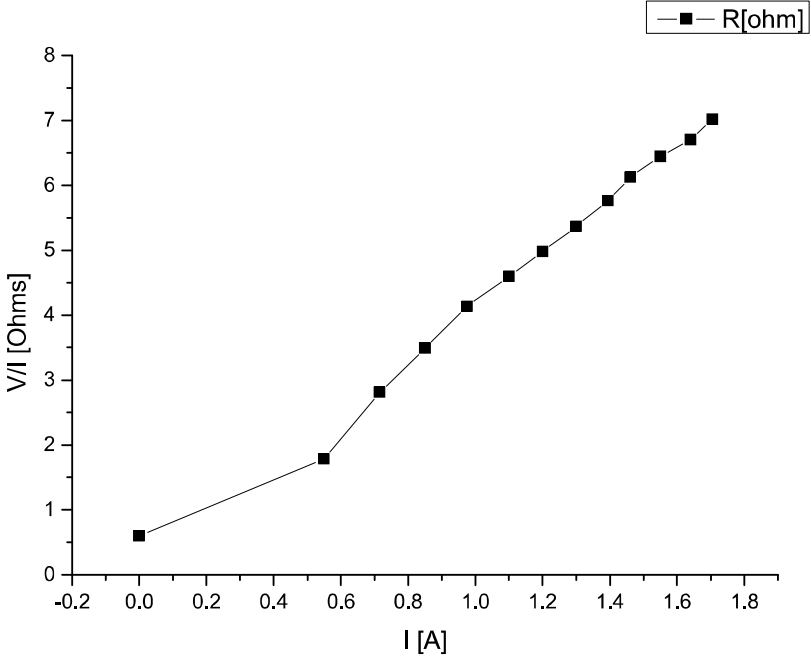
Alfa para R(T)

Beta para R(T)

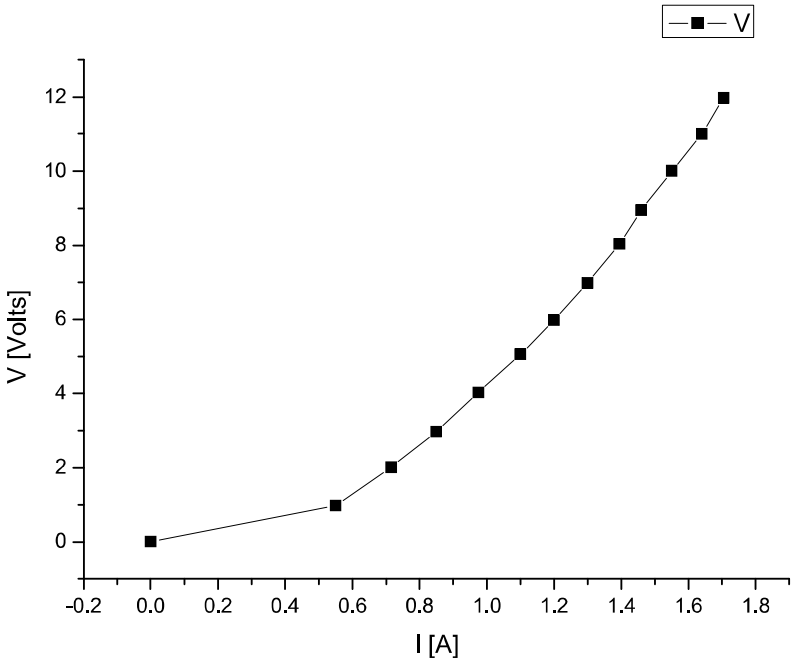
$$R[t_] := R_{t_0} (1 + aa * (t - t_0) + bb * (t - t_0)^2)$$



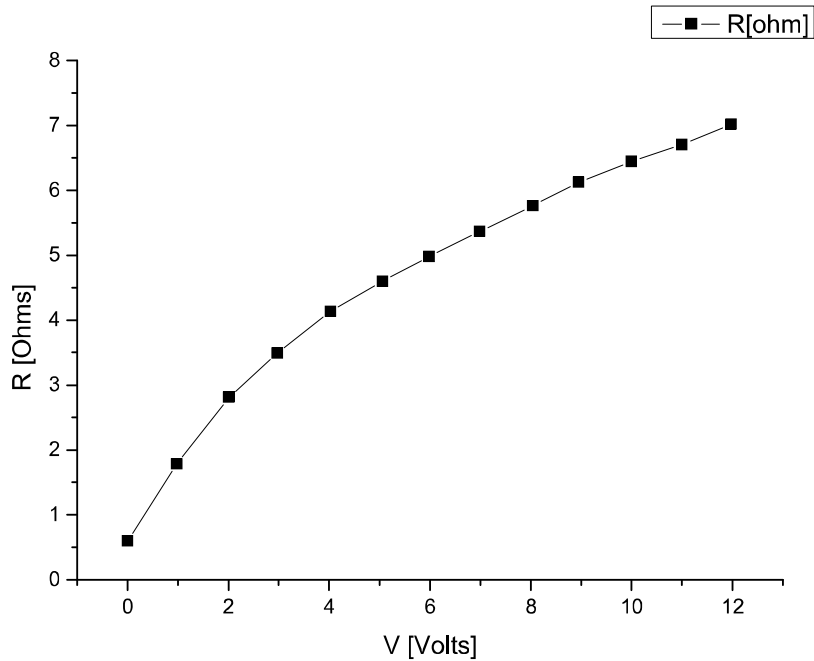
R vs I (medido)



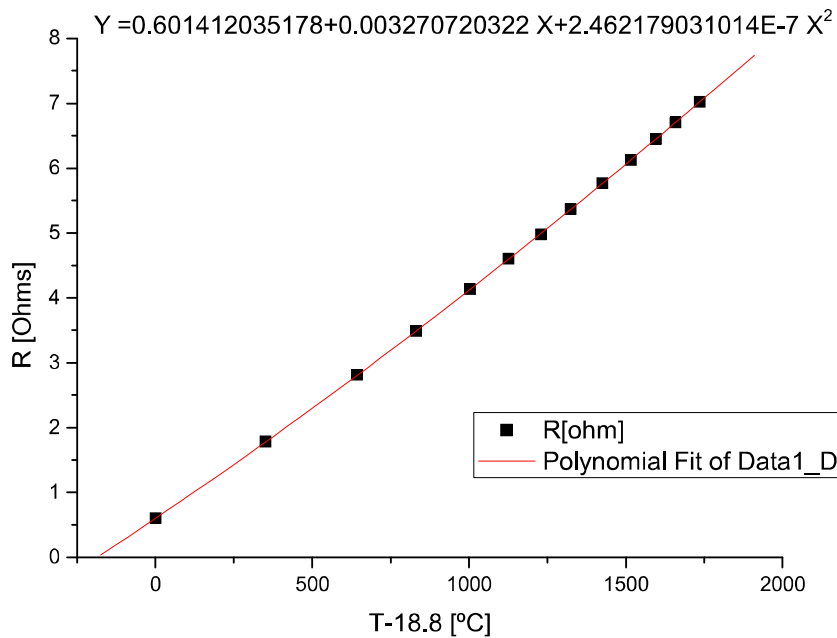
V vs I (medido)



R vs V (medido)



R vs T (calculado)



La idea es que puedan obtener tablas de valores de la tensión vs temperatura, y resistencia vs temperatura.

¡Gracias a la comisión Gesuitti-Assef-Briane-Cazeaux por sus datos!

Ay. Sergio Martínez