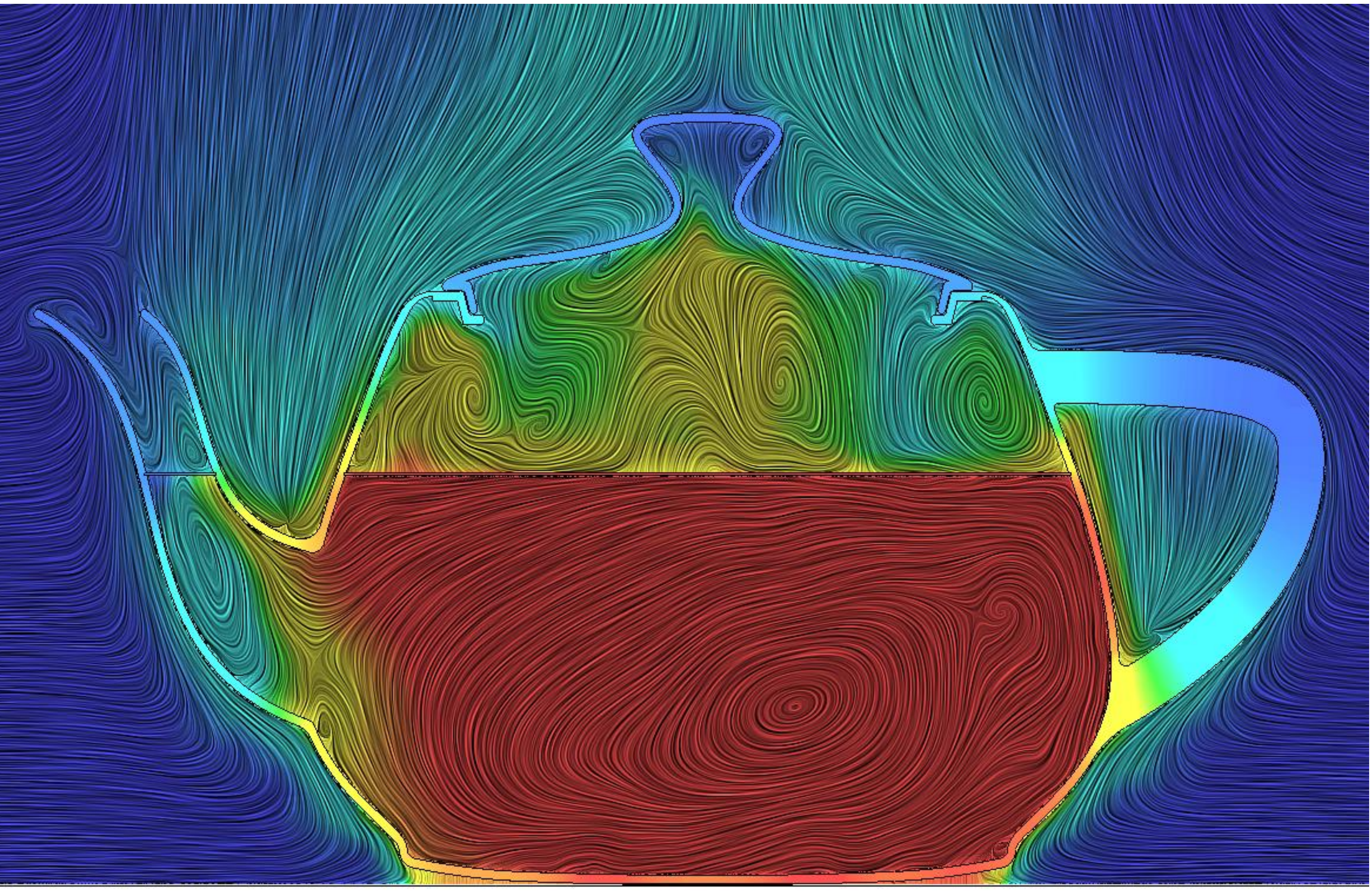


Mecánica del Continuo

2016

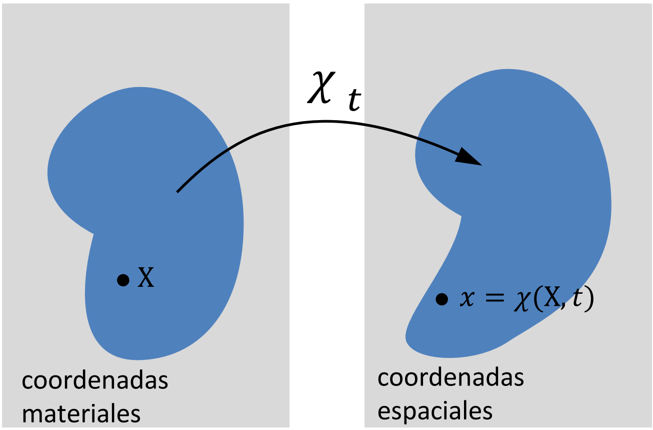
Cinemática: parte 2

∇

Div

$Curl$

$$\dot{\varphi} = \frac{\partial \varphi(\mathrm{X}, t)}{\partial t}$$



$grad$

div

$curl$

$$\varphi' = \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t}$$

1) Muestre que:

a- $\nabla\varphi = \boldsymbol{F}^T grad\varphi$
b- $\nabla \boldsymbol{g} = (grad\boldsymbol{g})\boldsymbol{F}$
c- $Div\boldsymbol{g} = \boldsymbol{F}^T : grad\boldsymbol{g}$
d- $div\boldsymbol{g} = (grad\boldsymbol{g})\boldsymbol{F}$

2) Pruebe las siguientes identidades:

a- $\dot{\boldsymbol{F}} = (\nabla\boldsymbol{v})\boldsymbol{F}$
b- $\dot{\boldsymbol{F}}^{-} = -\boldsymbol{F}^{-1}(\nabla\boldsymbol{v})$
c- $\dot{\overline{(d\boldsymbol{x})}} = (\nabla\boldsymbol{v})(d\boldsymbol{x})$
d- $\dot{\overline{(ds)^2}} = 2d\boldsymbol{x}(\nabla\boldsymbol{v})(d\boldsymbol{x})$

3) Pruebe las siguientes fórmulas de Euler:

a- $\dot{J} = Jdiv(\boldsymbol{v})$
b- $\dot{\overline{logJ}} = div(\boldsymbol{v})$

4) Pruebe las siguientes relaciones:

a- $\dot{\overline{\int_C d\boldsymbol{x}}} = \int_C (grad\boldsymbol{v})d\boldsymbol{x}$

b- $\dot{\overline{\int_C \boldsymbol{n}dS}} = \int_C (div\boldsymbol{v} - (grad\boldsymbol{v})^T)\boldsymbol{n}dS$

c- $\dot{\overline{\int_V dV}} = \int_V (div\boldsymbol{v})dV$

5) Pruebe las siguientes identidades que involucran el vector vorticidad $\boldsymbol{\omega} = rot(\boldsymbol{v})$

a- $rot(\dot{\boldsymbol{v}}) = \frac{\partial \omega}{\partial t} + rot(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}) = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} tr(\boldsymbol{L}) - \boldsymbol{L\omega}$
b- $\overline{(J\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\omega})}^{\cdot} = \mathrm{J}F^{-1} rot(\dot{\boldsymbol{v}})$
Donde $\boldsymbol{L} = grad(\boldsymbol{v})$

6) Si $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{RU}$ es la descomposición polar del tensor gradiente de deformaciones, probar que:

a- $\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}\boldsymbol{R}\left(\dot{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{U}^{-1} + \boldsymbol{U}^{-1}\dot{\boldsymbol{U}}\right)\boldsymbol{R}^T$
b- W$= \frac{1}{2}\boldsymbol{R}\left(\dot{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{U}^{-1} - \boldsymbol{U}^{-1}\dot{\boldsymbol{U}}\right)\boldsymbol{R}^T + \dot{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{R}^T$
Donde $\boldsymbol{D}$ es el tensor velocidad de deformación y $\boldsymbol{W}$es el tensor de spin.

7) Probar las siguientes relaciones entre los tensores deformación finita y el tensor velocidad de deformación.

a- $\dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{F}^T\boldsymbol{DF}$
b- $\dot{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{D} - \mathbf{Le} - \boldsymbol{eL}^{\boldsymbol{T}}$

8) Dado un flujo con componente s de velocidad definidos por:

$v_1 = (x_1, x_2, t)$
$v_2 = (x_1, x_2, t)$
$v_3 = 0$
El flujo se denomina flujo plano, demostrar que:

a- $\boldsymbol{DW} + \boldsymbol{WD} = (div\boldsymbol{v})\boldsymbol{W}$

9) Sea el siguiente campo de velocidades:

$$v_1 = \frac{f(R)}{R}x_2$$
$$v_2 = -\frac{f(R)}{R}x_1$$
$$v_3 = 0$$
Donde $R = \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2}$

a- Calcule $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{W}$.
b- Muestre que $tr\boldsymbol{D} = 0$, ¿qué significa?