

**Mecánica del Continuo** **2016**

## Elasticidad: Parte 2

1) Sea:

$$\begin{aligned}x_1 &= r \cos(\theta) \\x_2 &= r \sin(\theta) \\x_3 &= z\end{aligned}$$

las componentes de  $\chi$  y

$$\begin{aligned}p_1 &= R \cos(\Theta) \\p_2 &= R \sin(\Theta) \\p_3 &= Z\end{aligned}$$

las componentes de  $X$ , con:

$$\begin{aligned}r &= R \\ \theta &= \Theta + \alpha Z \\ z &= Z\end{aligned}$$

una deformación de este tipo se denomina torsión pura.

a- Muestre cualitativamente la deformación provocada en una barra cilíndrica.

b- Calcule el desplazamiento.

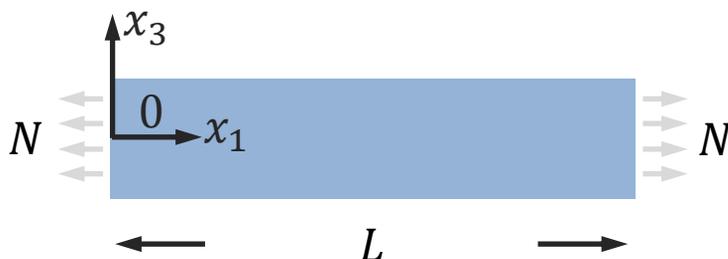
c- Muestre que  $\nabla \mathbf{u}$  y  $\mathbf{u}$  se aproximan a cero cuando  $\alpha \rightarrow 0$ .

2) Sea una barra uniforme sometida a una tensión uniforme  $N$  actuando en sus extremos, como se muestra en la figura.

a- La barra se encuentra en equilibrio, detalle las condiciones de borde.

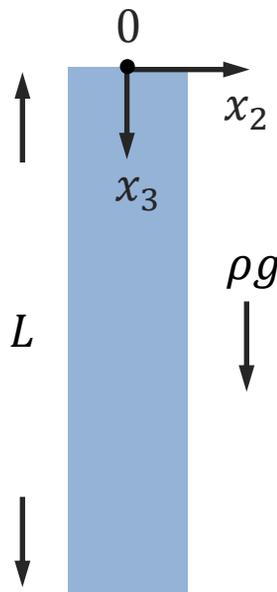
b- Calcule el tensor de tensiones.

c- Calcule el desplazamiento.



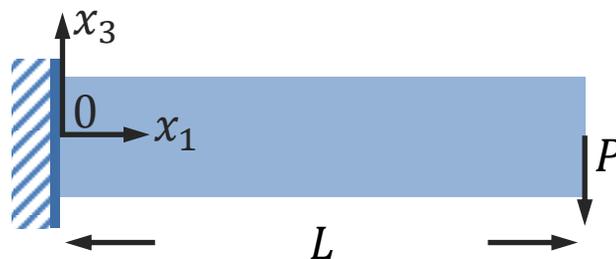
3) En la barra considerada en el problema anterior, calcule las componentes normales y de corte en una sección oblicua del material. Calcule los valores extremos y la orientación en la cual ocurren.

4) Considere una barra elástica de sección uniforme suspendida verticalmente por su centro en la parte superior sometida a la acción de su propio peso, como se muestra en la figura:



- a- La barra se encuentra en equilibrio, detalle las condiciones de borde.
- b- Calcule el tensor de tensiones.
- c- Calcule el desplazamiento.
- d- Grafique la configuración deformada de la barra.
- e- Describa la forma de los extremos de la barra.
- f- Utilice parámetros elásticos típicos para una barra de acero, calcule un orden de magnitud de la deformación generada.

**5)** Considere una barra en voladizo, como se muestra en la figura, considere despreciable la deformación causada por el peso de la barra.



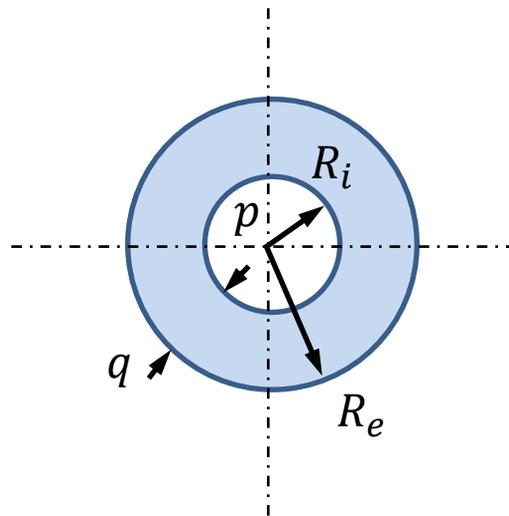
- a- La barra se encuentra en equilibrio, detalle las condiciones de borde.
- b- Calcule el tensor de tensiones.
- c- Calcule el desplazamiento.
- d- Grafique la configuración deformada de la barra.
- e- Describa la forma de la sección lateral.
- f- Utilice parámetros elásticos típicos para una barra de acero, calcule un orden de magnitud de la deformación generada.

**6)** Considere una barra circular sometida a un momento torsor de magnitud  $m$ , como se ilustra en la figura.



- a- La barra se encuentra en equilibrio, detalle las condiciones de borde.
- b- Calcule el tensor de tensiones.
- c- Calcule el desplazamiento.
- d- Grafique la configuración deformada de la barra.
- e- Calcule el esfuerzo de corte máximo.
- f- Utilice parámetros elásticos típicos para una barra de acero, calcule un orden de magnitud de la deformación generada.

**7)** Considere un tubo circular cuyas paredes se encuentran sometidas a una presión  $p$  la pared interior y  $q$  la exterior como se ilustra en la figura.



- a- El tubo se encuentra en equilibrio, detalle las condiciones de borde.
- b- Calcule el tensor de tensiones.
- c- Calcule el desplazamiento.
- d- Grafique la configuración deformada del tubo.
- e- Calcule el esfuerzo de corte máximo.
- f- Considere los casos de  $R_e \rightarrow \infty$  y  $R_i \rightarrow 0$ .

**8)** Considere un cascarón esférico en cuya superficie exterior  $R_e$  actúa una presión uniforme  $q$  y en la superficie interior  $R_i$  una presión  $p$ .

- a- la esfera se encuentra en equilibrio, detalle las condiciones de borde.
- b- Calcule el tensor de tensiones.
- c- Calcule el desplazamiento.
- d- Grafique la configuración deformada de la esfera.
- e- Calcule el esfuerzo de corte máximo.
- f- Considere los casos de  $R_e \rightarrow \infty$  y  $R_i \rightarrow 0$ .



En 1934, Charles William Beebe y Otis Barton, con el patrocinio de National Geographic impusieron el récord de profundidad en batisfera, que es de 908,4 metros de profundidad, récord que sigue en pie, en aguas de las Bermudas, Atlántico Norte. Aunque debido a que a mayores profundidades el peso del cable umbilical se torna inmanejable. En 1948, Barton bajó en solitario hasta 1.370 metros utilizando una batisfera modificada, el "bentoscopo", que sustituía el acero por Níquel. Utilice los resultados del problema anterior para estimar algunas propiedades de construcción la batisfera.