Lunes 7 de noviembre 2016
Nombre:_____________________________
____

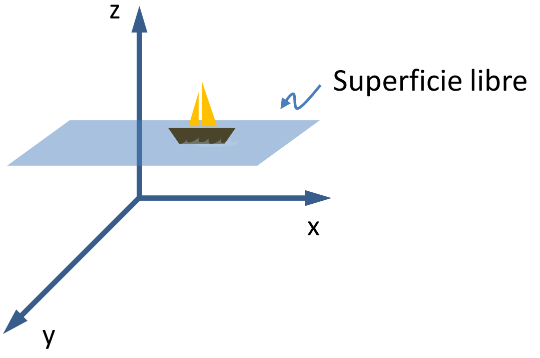
Mecánica del Continuo 2016

Recuperatorio 1er. parcial

1) En la teoría de oleaje se impone la condición de que la superficie libre del fluido que está en contacto con la atmósfera, sea una superficie material. Es decir, esta restricción supone que la superficie libre está formada siempre por las mismas partículas (hipótesis razonable sobre todo en aguas profundas).
Si se supone que $z = \eta(x, y, t)$ define la altura de la superficie libre del agua respecto a un nivel de referencia, la superficie libre del agua vendrá dada por :

$$f(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0$$

Obtener la expresión de la componente vertical de la velocidad v_z.



2) Sean las ecuaciones de movimiento:

$$x_1 = X_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} X_2$$
$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} X_1 + X_2$$
$$x_3 = X_3$$

a- Probar que la deformación es homogénea .
b- Determinar la configuración geométrica de los puntos que componen el círculo:

$$X_1{}^2 + X_2{}^2 = 2 \quad X_3 = 0$$

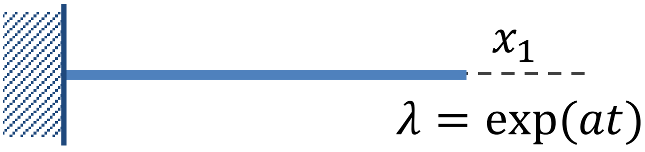
c- Obtener las componentes del tensor derecho de deformación de Cauchy-Green (**C**) y del tensor de deformación de Green-St. Venant (**E**).
d- Obtener los invariantes de los tensores obtenidos en el inciso anterior.

3) Demostrar que:
a-$(rot\ v)_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}(v_{k,j} - v_{j,k})$=$\varepsilon_{ijk} v_{k,j}$
b- $rot(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) = (\nabla\boldsymbol{u})\boldsymbol{v} - (\nabla\boldsymbol{v})\boldsymbol{u} + (div\ \boldsymbol{v})\boldsymbol{u} - (div\ \boldsymbol{u})\boldsymbol{v}$

4) Una barra sufre un estiramiento uniforme de todos sus puntos dado por:

$$\lambda = \exp(at)$$

con *a* una constante.



a- Obtener las ecuaciones de movimiento.
b- Calcular el campo de velocidades.
c- El tensor velocidad de deformación (**D**).

5) Sea una deformación definida como:

$$x_1 = 4X_1$$
$$x_2 = -\frac{1}{2}X_2$$
$$x_3 = -\frac{1}{2}X_3$$

con:

$$T = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a- Obtener la expresión del primer T_R y segundo tensor T_{RR} de Piola-Kirchoff.
b- Detalle las características de ambos tensores.
c- Muestre que:

$$\boldsymbol{T} = J^{-1}\boldsymbol{F}\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{RR}}\boldsymbol{F}^{t}$$

d- Demuestre que:

$$\boldsymbol{T}:\boldsymbol{D} = J^{-1}\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{RR}}:\dot{\boldsymbol{E}}$$

¿qué significa la expresión anterior?