Viernes 14 de octubre de 2016
Nombre:___________________________
____

Mecánica del Continuo 2016

Primer parcial

1) Un fluido ideal se define a través de 2 propiedades:

$$\boldsymbol{T} = -\pi \boldsymbol{I}$$
$$div\, \boldsymbol{v} = 0$$

a-¿qué significan?, justifique su respuesta.
b- Exprese el balance local de energía.
c-Pruebe que la potencia debida a las tensiones en un fluido ideal es cero.

2) Probar que si $\mathcal{B}$ es acotado:

$$\int_{\mathcal{B}_t} (2\boldsymbol{W}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v} div \boldsymbol{v})\, dV = \int_{\partial\mathcal{B}_t} \left[\boldsymbol{v}(\boldsymbol{v}.\boldsymbol{n}) - \frac{1}{2}\boldsymbol{v}^2\boldsymbol{n}\right] dA$$

Donde $\boldsymbol{n}$ es el normal unitario en $\partial\mathcal{B}_t$. En consecuencia, para un movimiento isocórico con $\boldsymbol{v} = 0$ en $\partial\mathcal{B}_t$, se tiene que:

$$\int_{\mathcal{B}_t} \boldsymbol{W}\boldsymbol{v} dV = 0$$

3) Un medio continuo se mueve con un campo de velocidades cuya descripción espacial es :

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t) = \begin{bmatrix} z \\ x \\ y \end{bmatrix}$$

el tensor de tensiones es:

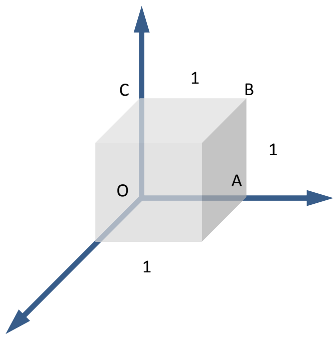
$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} y & g(x,z,t) & 0 \\ h(y) & z(1+t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

determinar las funciones g y h y la forma espacial de las fuerzas de volumen $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{x}, t)$ que generan el movimiento.

4) La deformación de un cuerpo obedece a la transformación:

$$x_1 = \lambda_1 X_1$$
$$x_2 = -\lambda_3 X_3$$
$$x_3 = \lambda_2 X_2$$

a- Calcule el volumen deformado del cubo mostrado en la figura, dibuje la configuración deformada.
b- Calcule el área deformada de OABC.
c- Calcular el tensor de rotación y el tensor derecho de alargamiento.



5) Sea un cilindro como el que se muestra en la figura, en donde el tensor de tensiones tiene la siguiente expresión:

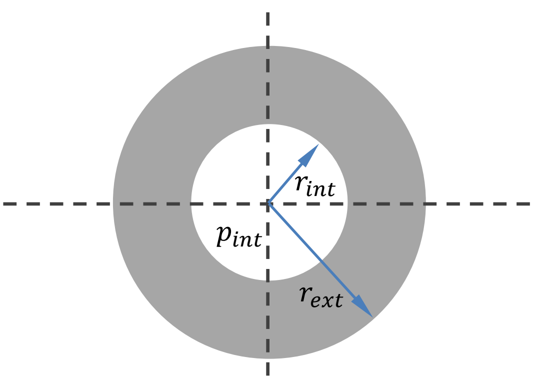
$$T_{rr} = A + \frac{B}{r^2}$$
$$T_{\theta\theta} = A - \frac{B}{r^2}$$
$$T_{\theta r} = T_{\theta z} = T_{rz} = T_{ZZ} = 0$$

con A y B constantes.

a- Verifique que en ausencia de fuerzas volumétricas el sistema se encuentra en equilibrio.

b- Calcule el tensor de tensiones en la superficie $r = a$

c- Si la tracción superficial sobre la cara interna del cilindro es una presión uniforme p_{int}, y la cara externa se encuentra libre de tensiones, calcule las constantes A y B.



6) Partiendo de la expresión de Clausius-D

$$\dot{\overline{\int_{\mathcal{B}_t} \rho\eta dv}} \geq -\int_{\partial\mathcal{B}_t} \frac{\boldsymbol{q}}{\vartheta}\boldsymbol{n}\, da + \int_{\mathcal{B}_t} \frac{q}{\vartheta}\, dv$$

demuestre que es equivalente a expresar:

$$\int_{\mathcal{B}_t} \dot{\rho}\eta dv \geq -\int_{\partial\mathcal{B}_t} \eta\rho\boldsymbol{v}\boldsymbol{n}\, da - \int_{\partial\mathcal{B}_t} \frac{\boldsymbol{q}}{\vartheta}\boldsymbol{n}\, da + \int_{\mathcal{B}_t} \frac{q}{\vartheta}\, dv$$

utilice la expresión anterior para mostrar que el flujo de calor por conducción es siempre en la dirección de alta temperatura a baja temperatura. (ayuda: suponga un sólido cilíndrico aislado cuyos laterales se encuentran a cierta temperatura).