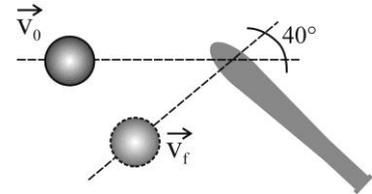


## INTEGRALES DE MOVIMIENTO

### Problema 1

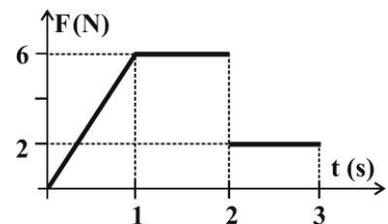
Se lanza hacia el bateador una bola de béisbol de 120 g, con una velocidad de 12 m/s en dirección horizontal. Después que el bate golpea la pelota, ésta tiene una velocidad de módulo 36 m/s, formando un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal. Si el contacto dura 0.025 s:



- Calcular el impulso ejercido por el bate sobre la bola.
- Calcular la fuerza impulsiva promedio ejercida por el bate durante el impacto.

### Problema 2

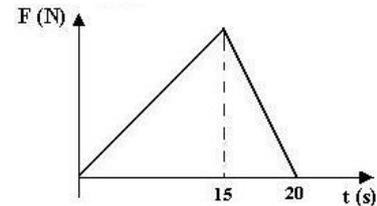
Un cuerpo de 7 kg se mueve sobre un plano horizontal liso con una velocidad de 2.5 m/s cuando se aplica una única fuerza horizontal  $\mathbf{F}$ , perpendicular a la dirección inicial del movimiento. Si  $\mathbf{F}$  varía según se muestra en el gráfico, permaneciendo constante en dirección:



- Calcular el impulso de la fuerza  $\mathbf{F}$  entre los tiempos  $t = 0$  y  $t = 1$  s.
- Calcular el impulso de la fuerza  $\mathbf{F}$  entre los tiempos  $t = 0$  y  $t = 3$  s.
- Hallar el vector velocidad del cuerpo en los instantes  $t = 1$  s y en  $t = 2.5$  s.

### Problema 3

Se aplica una fuerza  $\mathbf{F}$  que dura 20 s a un cuerpo de 500 kg de masa. El cuerpo está inicialmente en reposo y adquiere una velocidad de 0.5 m/s como resultado de la aplicación de esa fuerza. Si esta aumenta durante 15 s linealmente con el tiempo a partir de cero y luego disminuye a cero en los cinco segundos restantes y suponiendo que la fuerza  $\mathbf{F}$  es la única que actúa sobre el cuerpo:

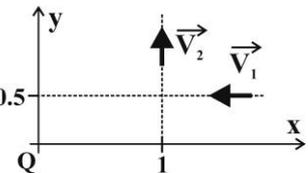


- Hallar el impulso en el cuerpo causado por la fuerza.
- Hallar la máxima fuerza ejercida por el cuerpo.
- Encontrar el área bajo la curva  $F(t)$ . ¿Coincide este valor con el resultado de (a)?.

### Problema 4

Una masa de 2 kg se mueve de derecha a izquierda a lo largo de la recta  $y = 0.5$  m, con un vector velocidad  $\mathbf{V}_1 = -10 \text{ m/s } \mathbf{i}$ .

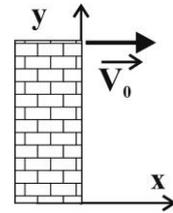
- Determinar el vector momento angular respecto de Q. ¿Permanece constante? Justificar brevemente.
- Si en el instante que pasa por la posición  $x = 1$  m recibe un impulso de manera que cambia su velocidad al vector  $\mathbf{V}_2 = 6 \text{ m/s } \mathbf{j}$ , determinar:
  - El cambio en el vector cantidad de movimiento.
  - El cambio en el vector momento angular respecto de Q.



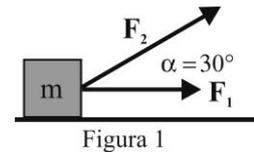
**Problema 5**

Una pelota de  $m = 1 \text{ kg}$  es lanzada con una velocidad horizontal de módulo  $10 \text{ m/s}$  desde una terraza de  $50 \text{ m}$  de altura.

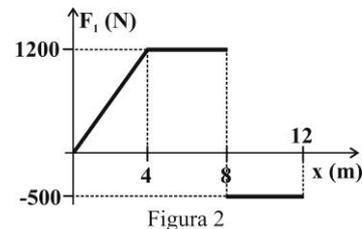
- Determinar el vector momento angular  $L$ , respecto de  $O(xyz)$ , fijo en la base de la torre, para:
  - el instante del lanzamiento;
  - cuando está a  $25 \text{ m}$  de altura.
- ¿Permanece el vector momento angular  $L$  constante? Justificar.

**Problema 6**

Un cuerpo de masa  $m = 400 \text{ kg}$  desliza a lo largo del eje  $x$ ; parte del reposo y es impulsado por dos fuerzas,  $F_1$  y  $F_2$ , como muestra la Figura 1. El módulo de la fuerza  $F_1$  varía con la posición  $x$ , como se indica en la Figura 2, mientras que  $F_2$  permanece constante, siendo su módulo de  $1000 \text{ N}$ .

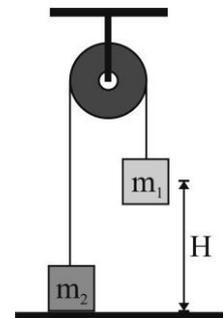


- Determinar el trabajo mecánico realizado por  $F_1$  cuando el cuerpo se desplaza desde la posición  $x = 0$  hasta  $x = 9 \text{ m}$ .
- Determinar el trabajo realizado por  $F_2$  en el mismo intervalo.
- Calcular el trabajo total realizado por ambas fuerzas en ese intervalo.
- Calcular la velocidad del cuerpo al llegar a la posición  $x = 9 \text{ m}$ .

**Problema 7**

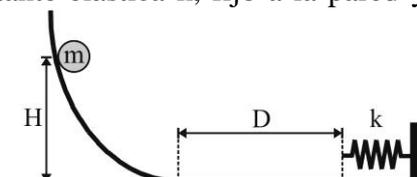
Los cuerpos  $m_1$  y  $m_2$  están unidos mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable; la polea es ideal. El sistema parte del reposo cuando el cuerpo  $m_1$  está a una altura  $H$  del piso.

- Calcular el trabajo del campo gravitatorio sobre cada cuerpo desde el instante inicial hasta que el cuerpo  $m_1$  ha recorrido una distancia  $h = H/2$ .
- Calcular el trabajo realizado por la cuerda sobre cada cuerpo para el mismo desplazamiento.
- Calcular el trabajo total sobre el sistema.
- Calcular la variación de la energía cinética de cada cuerpo.
- Determinar la velocidad de cada cuerpo en el instante solicitado en (a).
- Calcular lo solicitado anteriormente sabiendo que  $m_1 = 200 \text{ g}$ ,  $m_2 = 100 \text{ g}$  y  $H = 125 \text{ cm}$ .

**Problema 8**

La figura muestra un cuerpo de masa  $m$  que se deja caer a lo largo de una superficie curva libre de rozamiento para interactuar con un resorte de constante elástica  $k$ , fijo a la pared y apoyado sobre una superficie horizontal rugosa con coeficiente de rozamiento dinámico  $\mu_d$ .

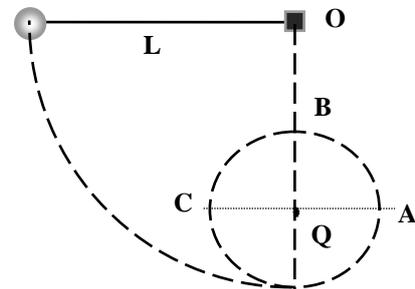
- Obtener una expresión para la mínima altura  $H$  desde donde deberíamos dejar caer el cuerpo de masa  $m$ , si se desea producir una deformación  $x_0$  en el resorte.



- b) En ese caso, ¿cuál será la velocidad del cuerpo al comenzar la interacción con el resorte?
- c) Calcular el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.

**Problema 9**

Un péndulo, de masa  $m = 1 \text{ kg}$  y longitud  $L$ , se deja en libertad desde la posición horizontal. Cuando llega a la posición vertical encuentra un clavo  $Q$ , ubicado debajo del punto de suspensión  $O$ , a una distancia  $d = 2/3 L$ , que lo obliga a cambiar la trayectoria.

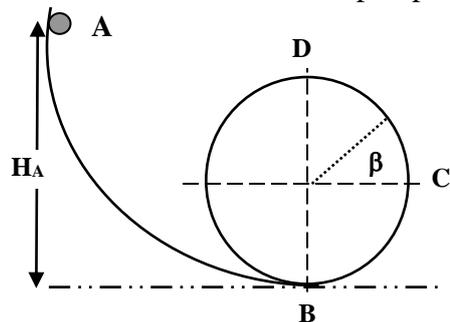


- a) Determinar si el cuerpo  $m$  puede realizar una vuelta completa alrededor de  $Q$ .
- b) Si puede hacerlo, determinar con que velocidad pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- c) En este caso, ¿Cuál es la tensión en la cuerda al pasar por cada punto?

**Problema 10**

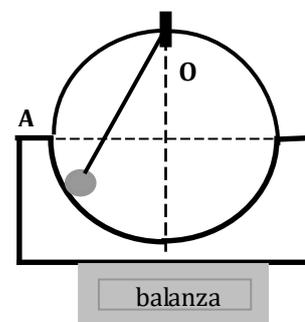
La figura muestra una pista, libre de rozamiento, contenida en un plano vertical, formada por un tramo parabólico seguido de una pista circular de radio  $R$ . Desde cierta altura  $H$ , se dejan caer cuerpos de masa  $m$ , de manera que podrán recorrer la pista curvada y entrar a la pista circular.

- a) Obtener una expresión para la mínima altura  $H$  desde donde deben caerlos cuerpos para que completen el tramo circular sin despegarse del mismo.
- b) Si el cuerpo se despega cuando pasa por una posición angular  $\beta$ , ¿desde que altura inició su movimiento?
- c) Si se deja en libertad desde una altura igual al doble de la determinada en el inciso (a), determinar la velocidad con que pasa por el punto más alto de la pista circular y cual es la fuerza contra la pista.
- d) En este último caso, ¿con qué velocidad llega a la base de la pista curva?.



**Problema 11**

El cuerpo de masa  $m$  está unido a una cuerda elástica de constante  $k$  cuyo extremo está sujeto al punto  $O$ ; dicho punto pertenece a la prolongación imaginaria de un círculo de radio  $R$ , similar a la parte real del casquete esférico de igual radio  $R$  y de masa  $M$ , dentro del cual puede moverse el cuerpo  $m$ . El bloque  $M$  está apoyado en el plato de una balanza y la superficie es lisa. Suponiendo que el cuerpo  $m$ , se deja en libertad en el punto  $A$  y que en ese instante la cuerda esta sin deformar:



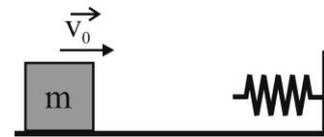
- a) Obtener el valor mínimo de la masa  $m$ , para que se mantenga en contacto con el casquete,
- b) Si se da la condición de masa mínima, determinar las componentes normal y tangencial del vector aceleración del cuerpo cuando pasa por la parte inferior del casquete.

- c) Determinar la lectura en la balanza.
- d) Si la masa suspendida fuera el doble de la masa mínima, ¿cual sería entonces la lectura en la balanza al pasar el cuerpo por la parte inferior del casquete?

**Problema 12**

Un cuerpo de masa  $m$  se desplaza con velocidad  $v_0$  sobre una superficie horizontal libre de rozamiento cuando choca contra un resorte de constante elástica  $k$ .

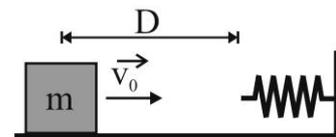
- a) Obtener expresiones para la energía cinética y potencial del sistema en función de la posición del cuerpo. Considerar  $x = 0$  cuando se inicia la interacción con el resorte.
- b) Determinar la posición del cuerpo cuando inicia el retroceso.
- c) Realizar gráficas cualitativas para las funciones obtenidas en (a).
- d) Suponiendo que existiese rozamiento entre el cuerpo y la superficie, repetir los incisos (a), (b) y (c) para un coeficiente de rozamiento dinámico de 0.20.



**Problema 13**

Un cuerpo de masa  $m$  se mueve con velocidad  $v_0$ , cuando se encuentra a una distancia  $D$  de un resorte de constante elástica  $k$ . La pista horizontal tiene un rozamiento de coeficientes estático y dinámico no nulos, y a determinar.

- a) Al llegar al resorte, el cuerpo ha perdido por rozamiento el 30% de la energía cinética inicial. ¿cuál es la velocidad con que choca contra el resorte?
- b) ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento dinámico entre cuerpo y pista?
- c) ¿Cuál es la máxima deformación que se produce en el resorte, si el coeficiente de rozamiento sigue siendo el mismo?
- d) Si inicia el retroceso, ¿Con qué velocidad abandona al resorte?
- e) ¿Qué distancia recorre hasta detenerse?
- f) Realizar gráficas cualitativas que muestren la variación de las distintas formas de energía involucradas, en función de la distancia  $x$ .



**Problema 14**

Un cuerpo de masa  $m = 10$  kg tiene una velocidad  $v = 15$  m/s cuando comienza a subir por una rampa inclinada a  $30^\circ$ . Sabiendo que la rampa tiene coeficientes de rozamiento estático y dinámico de 0.35 y 0.25, respectivamente,

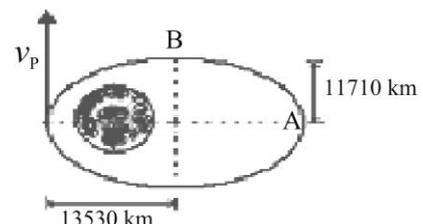
- a) determinar la distancia recorrida sobre la rampa antes de detenerse.
- b) ¿Bajo que condiciones el cuerpo puede iniciar el descenso?. Justificar la respuesta.
- c) Si el cuerpo inicia el descenso, calcular su velocidad al regresar al punto de partida.



**Problema 15**

La figura muestra la órbita elíptica que sigue un satélite sometido a la interacción con el campo gravitatorio terrestre. Su velocidad en el perigeo, situado a 385 km de altura, es  $v_p = 33870$  km/h. Determinar:

- a) La velocidad del satélite en su apogeo A.
- b) Las componentes radial y transversal de la velocidad



del satélite en el punto B.

- c) La velocidad del satélite en B.

NOTA: Radio de la Tierra = 6380 km; Constante de Gravitación Universal  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ .

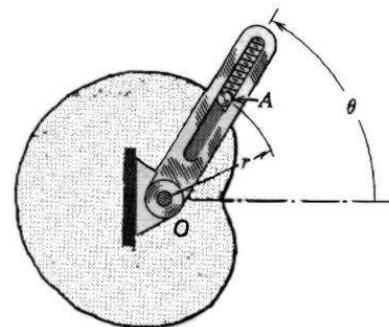
**Problema 16**

Una partícula se mueve bajo la acción de una fuerza atractiva que varía con el inverso del cuadrado:  $F = -k/r^2$ . La trayectoria es una circunferencia de radio  $r$ . Demostrar que:

- a) la energía total es  $E = -k/2r$ ,
- b) que la velocidad es  $v = (k/mr)^{1/2}$ ,
- c) que el momento angular es  $L = (mkr)^{1/2}$ .

**Problema 17**

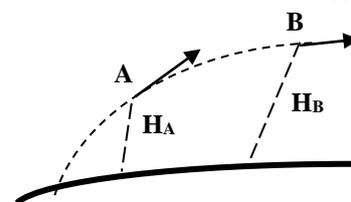
Consideremos el movimiento del pasador A de masa  $m$ , sobre la superficie lisa de la curva expresada como:  $r = b - c \cos(\theta)$  con  $b$  y  $c$  constantes. Suponiendo que el movimiento tiene lugar en un plano vertical, que el brazo ranurado gira con velocidad angular constante, que el resorte tiene una constante elástica  $k$  y que está sin deformar en  $\theta = 0$ . Determinar para el movimiento del pasador desde  $\theta = 0$  hasta  $\theta = 90^\circ$ :



- a) La variación de la energía cinética.
- b) La variación de la energía potencial elástica en el mismo intervalo.
- c) La variación de la energía potencial gravitatoria.
- d) El trabajo realizado por el brazo ranurado.

**Problema 18**

Un cohete lanza una cápsula espacial de  $m = 220 \text{ kg}$ , en un punto A con una velocidad  $V_A = 13000 \text{ km/h}$  a una altura de 40 km. Cuando la cápsula ha recorrido una distancia de 320 km a lo largo de su trayectoria espacial, su velocidad es  $V_B = 12200 \text{ km/h}$  a una altura de 64 km. Considerando el centro de la Tierra como fijo en el espacio y un radio terrestre de 6370 km, calcular el valor medio del módulo de la fuerza resistente que la atmósfera enrarecida ejerce sobre la cápsula.



**Problema 19**

Mediante el lanzamiento desde un casquete polar, un cohete impulsa una sonda espacial, verticalmente hacia arriba, de manera que al finalizar la combustión el sistema se encuentra a  $H = 250 \text{ km}$  de la superficie terrestre, desplazándose con un vector velocidad  $V = 25000 \text{ km/h}$ , instante a partir del cual queda sometido únicamente a la interacción con el campo gravitatorio terrestre. Mediante criterios de energía.



- a) Obtener una expresión para la velocidad de la sonda en función de su distancia al centro de la Tierra.
- b) Determinar la máxima altura alcanzada por la sonda.

- c) Determinar la velocidad de impacto con la superficie terrestre (en el viaje de retorno).  
 d) Determinar qué velocidad debería haber alcanzado a los 250 km de altura si deseáramos que la sonda escape del campo gravitatorio terrestre.

**Problema 20**

Una partícula de  $m = 4 \text{ g}$  está sometida a un Campo de Fuerzas de manera que se mueve a lo largo del eje  $x$ . La Energía Potencial  $\Phi(x)$  asociada a dicho campo varía con la posición ocupada por el cuerpo, como lo sugiere la figura. Cuando la partícula pasa por la posición  $x = 10 \text{ cm}$ , moviéndose hacia el origen, lo hace con una energía cinética  $T = 5 \text{ ergios}$ .

- a) Determinar la velocidad de la partícula cuando pasa por  $x = 4 \text{ cm}$  y  $x = 8 \text{ cm}$ .  
 b) Determinar en que posición se invierte el movimiento  
 c) Si al pasar por  $x = 4 \text{ cm}$ , pierde 3 erg de su Energía total ¿qué movimiento tendrá posteriormente?  
 d) Si tiene una Energía mecánica  $E = 9 \text{ erg}$ . ¿En que zona podría moverse y con qué tipo de movimiento? Justificar adecuadamente.

