Guía de Problemas N° 1: Campo y Potencial Eléctrico

Campo eléctrico

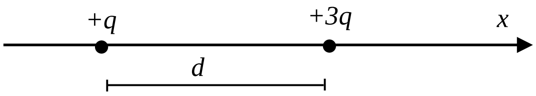
P1. Cargas puntuales de valor 3×10^{-9} C se sitúan en tres vértices de un cuadrado de lado a = 15 cm. Hallar la intensidad del campo eléctrico en el vértice restante.

P2. Dos cargas puntuales están situadas sobre un eje al cual llamaremos x, según se indica en la figura:

a. Calcular el campo eléctrico en los puntos del eje x y expresarlo en función de la posición. Considerar el origen en la carga $+q$.

b. Hacer una gráfica cualitativa del campo eléctrico en los puntos del eje x, en función de la posición.

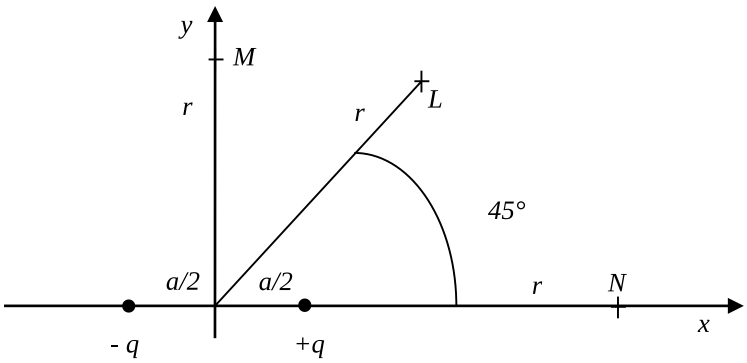
c. Agregar una tercer carga de valor $-q$ en $x = 2d$ y repetir los dos incisos anteriores.



P3. Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas de igual magnitud, y signos contrarios, ubicadas a una distancia a.

a. Calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ en los puntos M y N de la figura, para $r >> a$.

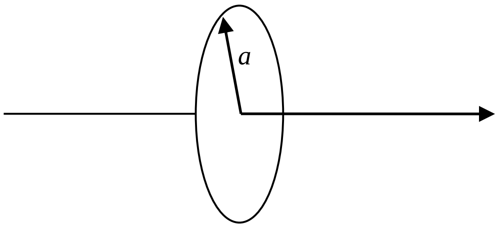
b. Encontrar una expresión para el campo eléctrico en el punto L. Expresar los resultados en función del momento dipolar definido como $\vec{p} = a\,q\,\vec{e}_x$



P4. Una carga Q se encuentra distribuida sobre un anillo de radio a.

a. Calcular el campo eléctrico $\vec{E}$, en puntos del eje del anillo, como función de su distancia al centro del anillo.

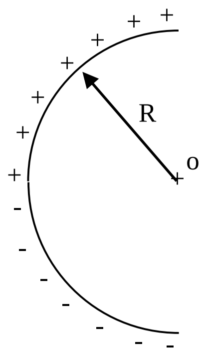
b. Hacer una gráfica cualitativa en función de x, de la componente E_x del campo eléctrico.



c. Teniendo en cuenta el resultado del primer inciso, calcular el campo eléctrico en puntos del eje de un disco de radio R, con una distribución de carga superficial σ constante.

d. Analizar el comportamiento del campo calculado en el tercer inciso, cuando el radio del disco $R \rightarrow \infty$.

P5. Una varilla de vidrio se dobla en forma de semicírculo de radio R. En la mitad superior se distribuye uniformemente una carga $+Q$ y en la mitad inferior una carga $-Q$. Calcular $\vec{E}$ en el centro del semicírculo.



P6. Un cilindro recto de radio *R* y altura *L* se orienta con su eje paralelo al eje *z*. Tiene una densidad de carga espacial no uniforme, dada por $\rho(z) = \rho_0 + b\,z$ con referencia a un origen en el centro del cilindro. Hallar el campo eléctrico en el centro del cilindro. Utilizar los resultados del problema anterior.

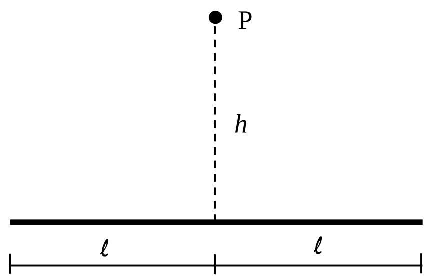
P7. Dos esferas similares de masa *m* se cuelgan de hilos de seda de longitud *L*, desde un punto en común, y tienen ambas la misma carga eléctrica *q*.

a. Obtener una expresión para la separación de las esferas, en función de *L*, *m* y *q*.
b. Calcular la carga de las esferas si *L* = 120 *cm*, *d* = 5 *cm* (distancia entre las esferas), y *m* = 10 *g*.

P8. Dos cargas puntuales *4q* y *–q* están separadas una distancia *d*.

a. Mostrar que las únicas posiciones de equilibrio para una tercera carga q están a lo largo de la línea que une las cargas iniciales.
b. Encontrar dichas posiciones e indicar si el equilibrio es estable o inestable.
c. Agregar una tercer carga de valor *–q* en *x* = *2d* y repetir los dos incisos anteriores.

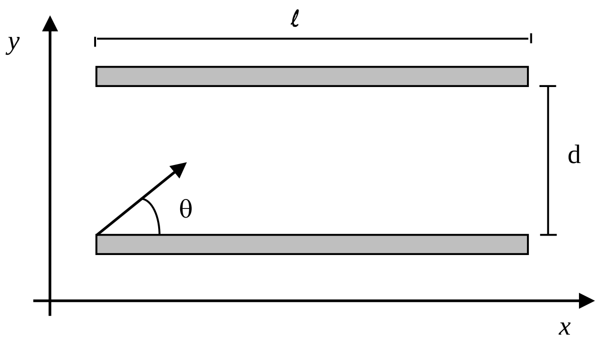
P 9. Una barra de longitud $L = 2\ell$ tiene una carga distribuida con una densidad lineal λ constante. En la bibisectriz de la barra y a una distancia *h* se encuentra el punto P.



a. Hallar la fuerza sobre una carga *Q* colocada en el punto P.
b. Verificar el resultado haciendo que *L* tienda a cero y comprobando como se comporta la barra.

P10. Dos cargas +*Q* iguales se encuentran a una distancia 2*a*. Imaginemos una carga de prueba *q* colocada a mitad de la distancia entre las cargas:
a. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza ejercida sobre la carga de prueba *q*?
b. Determinar la fuerza que actuará sobre la carga de prueba si se la desplaza una pequeña distancia hacia cualquiera de las cargas, o perpendicularmente a la línea que las une.

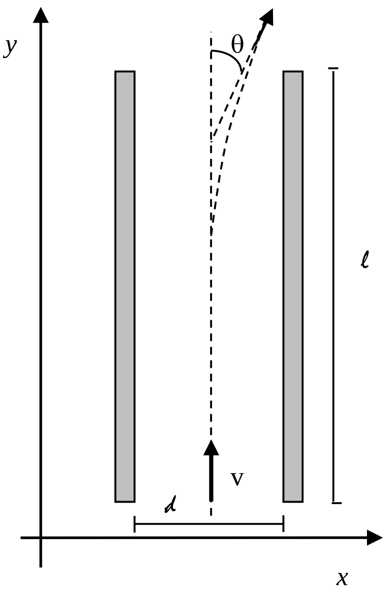
P11. Un electrón se dispara como se indica en la figura, con una velocidad v = 6 ×10^6 *m/s*, en una región donde hay un campo eléctrico uniforme de valor $\vec{E} = 2\times10^3\ \vec{e}_y\ [N/C]$. Si θ = 45°, *L* = 10 *cm* y *d* = 2 *cm*:



a. ¿Chocará el electrón con alguna de las placas?

b. Si lo hace, ¿Cuál es el punto de impacto?

Datos auxiliares $m_e = 9.11\times 10^{-31}$ Kg; $q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.



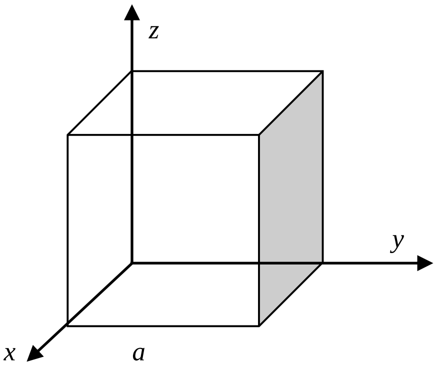
P12. Un haz de electrones, cada uno con velocidad $\vec{v} = v\,\vec{e}_y$, carga e y masa m, se proyecta perpendicularmente al campo eléctrico uniforme existente entre las placas de la figura $\vec{E} = -E\,\vec{e}_x$.

Encontrar, en función de los datos, el ángulo θ con que el haz de electrones deja la región del campo eléctrico. En este caso q es el ángulo formado entre la dirección del haz incidente y la dirección del haz emergente.

P13. El campo eléctrico en la atmósfera, sobre la superficie terrestre tiene una intensidad de aproximadamente 200 V/m, dirigido verticalmente hacia abajo. A una altura de 1400 m sobre la superficie terrestre, la intensidad del campo eléctrico es de 20 V/m también dirigido hacia abajo.

a. ¿Cuál es la densidad media de carga de la atmósfera por debajo de los 1400 m?
b. La densidad de carga calculada en el inciso a), ¿es predominantemente de iones positivos o negativos?

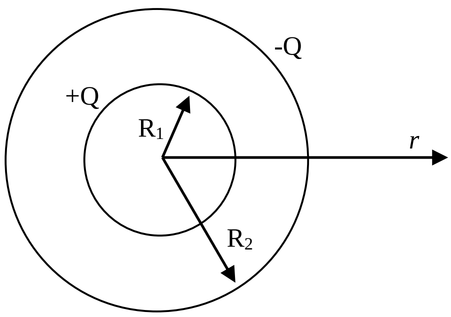
P14. La superficie cúbica, de lado a que muestra la figura se encuentra en una región donde existe un campo eléctrico. Para cada caso propuesto $\vec{E}_1 = c\,\vec{e}_x$, $\vec{E}_2 = c\,x^2\,\vec{e}_x$ y $\vec{E}_3 = c\,(1-z)\vec{e}_z$ determinar la magnitud y el signo de la carga total en el interior del cubo.



P15. Se tienen dos planos infinitos cargados con densidades superficiales de carga constantes e iguales pero de distinto signo. Encontrar el campo eléctrico correspondiente a esta distribución de carga. Graficar.

P16. Calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ debido a una línea carga de longitud infinita, con densidad de carga lineal constante. Aplicar la ley de Gauss, y tener en cuenta las propiedades de simetría de la distribución de carga propuesta.

P17. Dos esferas concéntricas de radio R_1 y R_2, tienen cargas $+Q$ y $-Q$ distribuidas en forma uniforme sobre su superficie.



a. Calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ debido a esta distribución de cargas en los puntos:
   i. $0 < r < R_1$
   ii. $R_1 < r < R_2$
   iii. $R_2 < r$
b. Realizar una gráfica cualitativa del campo eléctrico en función de r, donde r es la distancia medida desde el centro de las esferas.

P18. Se tiene una distribución de carga, con una densidad volumétrica constante ρ, en un volumen esférico de radio R.

a. Calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ para puntos interiores y exteriores a la distribución de carga como función de la distancia al centro de dicha distribución.

b. Hacer una gráfica cualitativa de $\vec{E}$ en función de la distancia al centro de la distribución de cargas.

Potencial eléctrico

P19. Tres cargas eléctricas $q_1 = 4/3\times 10^{-8}$ C, $q_2 = 1/3\times 10^{-8}$ C y $q_3 = -1/3 \times 10^{-8}$ C, respectivamente se encuentran colocadas en las posiciones $x = -10$ *cm*, 10 *cm* y el origen de coordenadas, respectivamente:

a. Construir la curva de variación del potencial a lo largo del eje *x*, así como a lo largo de una línea perpendicular al eje *x* que pase por el punto $x = 10$ *cm*.

b. ¿En qué puntos del eje x el potencial tiene el valor de 300 V?¿En esos puntos, la intensidad del campo eléctrico es la misma?

c. ¿En qué punto podría estar una cuarta carga en equilibrio?¿Sería un equilibrio estable?

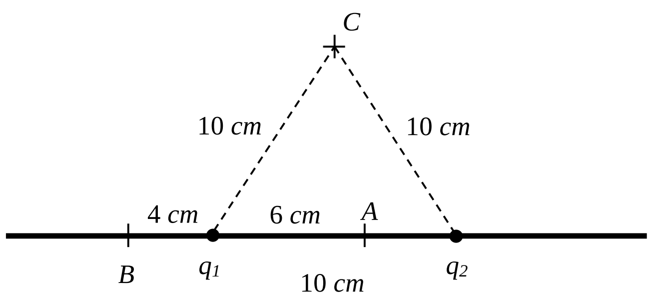
P20. Dada la varilla del problema 5, calcular el potencial eléctrico en el centro del semicírculo.

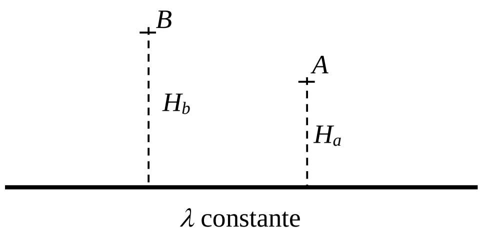
P 21. Dos cargas puntuales, $q_1 = 12\times 10^{-9}$ C y $q_2 = -12\times 10^{-9}$ C están separadas 10 *cm*:

a. Encontrar el potencial eléctrico en los puntos A, B y C.

b. Calcular la diferencia de potencial entre A y B.

c. Calcular que trabajo mecánico es necesario realizar para llevar una carga de 4×10^{-9} C desde el punto A hasta el punto B.





P22. Hallar una expresión para la diferencia de potencial entre los puntos A y B, en el campo eléctrico generado por una línea de longitud infinita que porta una densidad de carga lineal λ uniforme.

P23. Dos cargas puntuales $-q$ y $q/2$ se colocan en el origen y en el punto de coordenadas $(a,0,0)$:

a. Encontrar una expresión para el potencial electrostático generado por esta distribución de cargas en función de (x, y, z).

b. Encontrar expresiones para las componentes cartesianas del vector campo eléctrico $\vec{E}$.

c. Encontrar en que punto del eje *x* se anula la componente E_x del vector campo eléctrico.

d. Demostrar que la superficie equipotencial V = 0 es una superficie esférica de radio $R = \frac{2}{3}a$. Determinar la posición del centro de esta superficie.

P24. Para un dipolo eléctrico de momento $\vec{p} = a\,q\,\vec{e}_x$:

a. Encontrar el potencial eléctrico para un punto a una distancia r del centro del dipolo.
b. Encontrar la expresión de V cuando r >> *a*.
c. Hallar las componentes polares del vector campo eléctrico en el punto P.
d. Considerar los valores que toman las componentes calculadas en el inciso c) cuando se toman puntos sobre el eje del dipolo o sobre su plano bisector.

P25. Para un anillo de radio *a* con carga total *Q* uniformemente distribuida:

a. Encontrar una expresión para el potencial electrostático en puntos del eje del anillo. Realizar una gráfica de V en función de la distancia x, del punto al centro del anillo a lo largo del eje.

b. Obtener una expresión para el campo eléctrico en puntos del eje del anillo. Comparar con el resultado obtenido en el problema N°4.

P26. Se tienen dos planos conductores infinitos separados una distancia *a*. A dichos planos se les suministra carga eléctrica de signos opuestos con una densidad ±σ constante:

a. Encontrar las distribuciones de campo eléctrico y potencial.
b. Realizar una gráfica del campo eléctrico y el potencial en función de la posición.

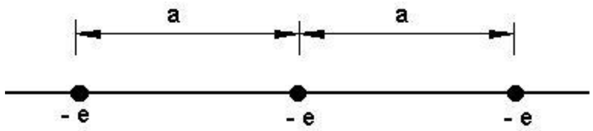
P27. Se tiene una carga eléctrica distribuida en un volumen esférico de radio R de forma que su densidad volumétrica es $\rho = \dfrac{K}{r}$, donde *r* es la distancia de un dado punto al centro de la esfera:

a. Calcular el campo eléctrico en los puntos interiores y exteriores de la esfera.
b. Calcular el potencial electrostático en los puntos interiores y exteriores a la esfera.
c. Graficar el campo eléctrico $\vec{E}$ y el potencial eléctrico en función de *r*.

P28. Dado un cilindro de radio R y longitud infinita, con una distribución de carga eléctrica uniforme ρ:

a. Hallar expresiones para el campo eléctrico en el interior y exterior del cilindro.
b. Idem para el potencial eléctrico.

P29. Tres cargas están localizadas como muestra la figura. Calcular la energía de configuración de este sistema.



P30. Hallar la energía de configuración de cuatro electrones en los vértices de un tetraedro de 1 Å de lado, en cuyo centro se encuentra un protón.

P31. Un dipolo de momento dipolar $\vec{p}$ se coloca en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$:

a. Calcular la fuerza y el momento resultantes si el dipolo se coloca paralelo al campo eléctrico.
b. Determinar la posición de equilibrio estable del dipolo dentro del campo eléctrico mencionado.
c. Si el dipolo se coloca formando un ángulo con la dirección del campo eléctrico, obtener una expresión para el momento resultante en función del momento dipolar.
d. Determinar la energía de configuración del dipolo.
e. ¿Cuál es el trabajo mecánico necesario para hacer rotar el dipolo desde una posición paralela al campo a una posición donde forma un ángulo θ?

P32. Un volumen esférico de radio R tiene una carga eléctrica uniformemente distribuida en todo su volumen. Calcular la energía de configuración de esta distribución de carga. Sugerencia: suponer que la esfera se ha construido lámina por lámina hasta alcanzar el radio *R*.

P33. A una esfera conductora de radio R_1 se le da una carga inicial Q. A una distancia d de dicha esfera se lleva otra esfera conductora de radio R_2, inicialmente descargada. En un instante dado se conectan mediante un hilo conductor fino. Suponiendo que la separación entre las esferas sea lo suficientemente grande como para suponer que la distribución de carga de una no induce distribución en la otra:

a. Explicar cómo se distribuye la carga inicial Q entre las dos esferas.
b. Demostrar que la relación entre las densidades de carga y los radios de la esferas es: $\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$ (Analizar este resultado y relacionarlo con el llamado efecto punta).
c. ¿Qué distribución de cargas se obtiene, si una de las esferas se conecta a tierra?

P34. Una esfera hueca conductora, de radio interno a y externo b, se encuentra inicialmente descargada. En el centro de la esfera se coloca una carga Q:

a. Explicar cómo se distribuirán las cargas sobre el cascarón.
b. Realizar gráficas cualitativas de los campos eléctricos inducidos, aplicados y total en función de la distancia al centro del cascarón.
c. Qué ocurre si se unen con hilo conductor la superficie interna del cascarón y la carga Q.
d. Realizar una gráfica que represente la variación del potencial en función de la distancia al centro del cascarón.

P 35. Una esfera conductora de radio r_A se coloca en el interior de un cascarón esférico de radio interior r_B y radio exterior r_C.

a. Determinar cómo se distribuye una carga Q dada a la esfera exterior si la interior se conecta a tierra.
b. Calcular el potencial electrostático en todo el espacio.

P36. Se tienen dos planos conductores separados una distancia a, mantenidos a potenciales constantes V_1 y V_2. Encontrar la distribución del campo eléctrico y potencial, si la región comprendida entre ambos planos contiene una carga eléctrica distribuida uniformemente con una densidad volumétrica ρ.

P 37. Los radios interior y exterior de dos capas delgadas esféricas, concéntricas y conductoras son R_I y R_E, respectivamente. El espacio entre las capas está lleno con un material aislante. La capa interior se mantiene a un potencial V1 y la exterior a un potencial V2. Determinar la distribución del potencial en el material aislante resolviendo la ecuación de Laplace.

P38. Considerar un sistema de cilindros conductores formados por dos cilindros coaxiles, de radios R_1 y R_2, existiendo vacío entre ambos. El cilindro interior se mantiene a un potencial V_0 y el cilindro exterior a un potencial nulo:

a. Hallar la distribución de campo eléctrico y potencial entre ambos cilindros.
b. Hallar la carga por unidad de longitud de los cilindros.