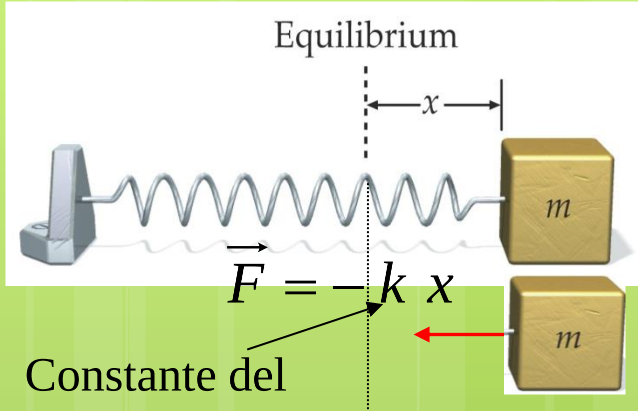
M.A.S.

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE



$$\vec{F} = -k\ x$$

Constante del muelle

Podemos visualizar el MAS analizando el movimiento del bloque bajo la acción de un resorte

La fuerza neta sobre el bloque es la que ejerce el resorte. Esta fuerza es proporcional al desplazamiento x, medido desde la posición de equilibrio.

Aplicando la Segunda Ley de newton, tenemos

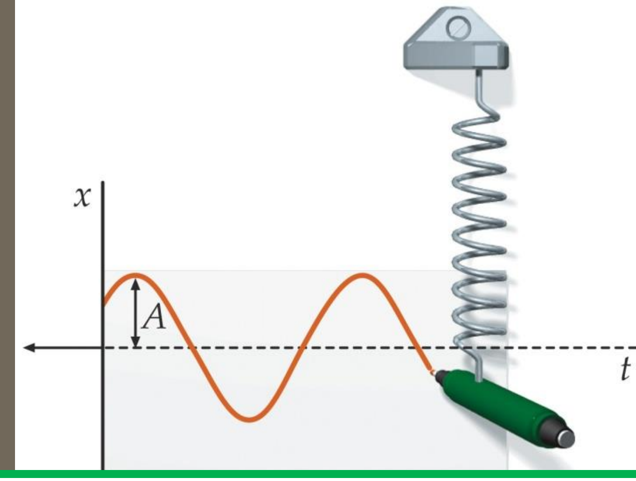
$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -k\ x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}\ x$$

Esta ecuación es una ecuación diferencial ordinaria con coeficientes constantes que describe el movimiento de un oscilador armónico

En el caso de que la aceleración de un objeto sea proporcional al desplazamiento, y de signo opuesto, el objeto realizará un movimiento armónico simple

Movimiento Armónico Simple



$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

x, posición; A, amplitud, (ωt+δ) fase del movimiento

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \delta)$$

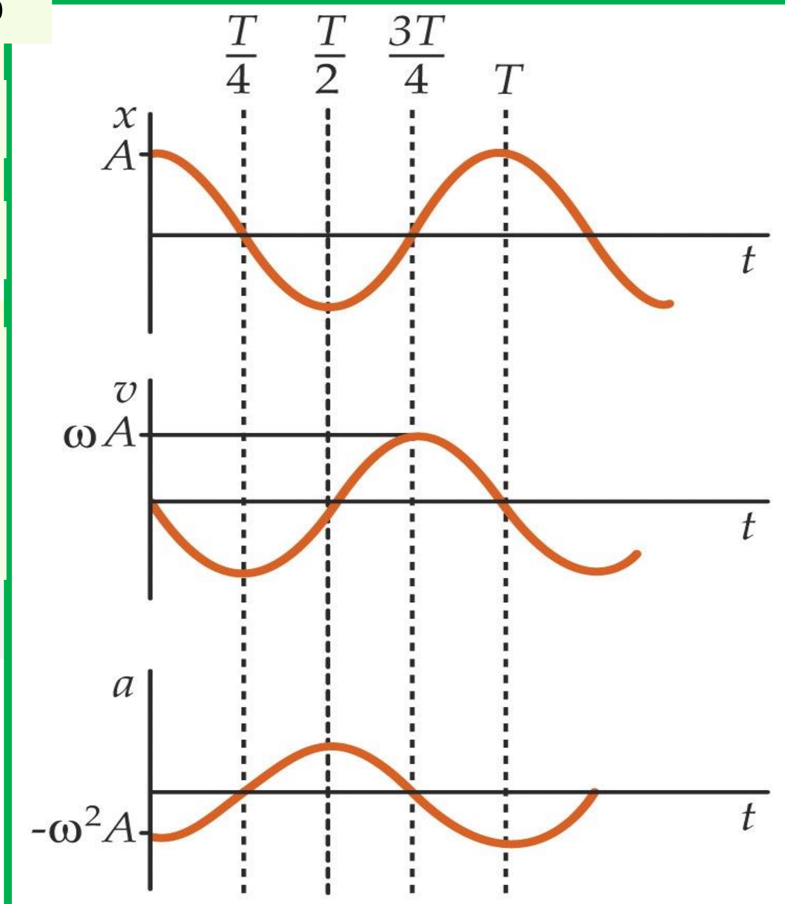
v, velocidad

$$a = -\omega^2 x$$

aceleración

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

f , frecuencia, T período,
ω, frecuencia angular (frecuencia circular natural),
δ, ángulo de fase o constante de fase



MAS en el caso de un resorte

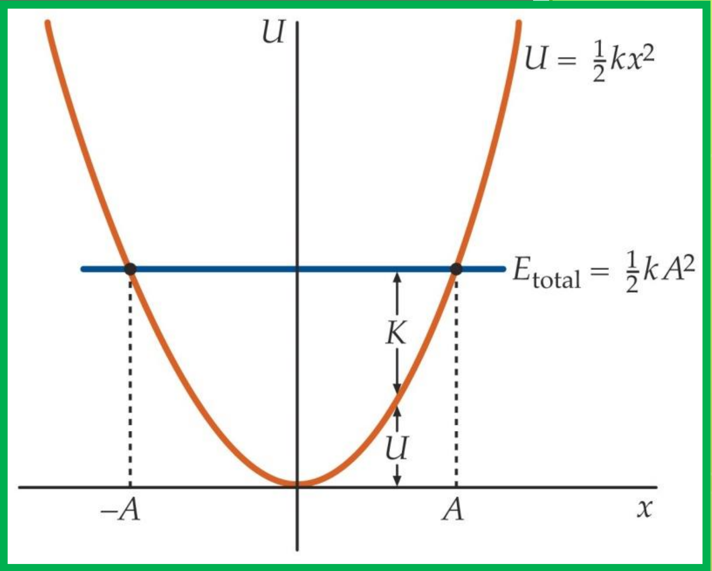
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{k/m}}$$

Movimiento Armónico Simple. Energía

Energía potencial

$$U = -\int_{x=0}^{x} (-k\,x)\,dx = \frac{1}{2}k\;x^2$$



Energía cinética

$$K = \frac{1}{2}m\,v^2 = \frac{1}{2}m\,\left(A\omega\sin(\omega t+\delta)\right)^2$$

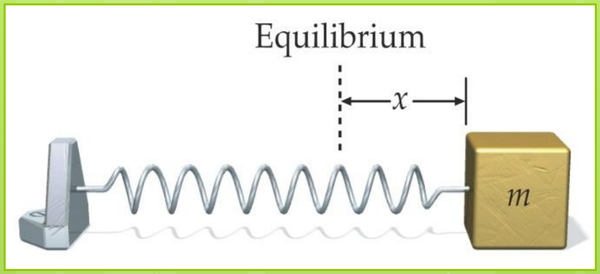
Energía mecánica total

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}k\;A^2 = \frac{1}{2}m\;A^2\omega^2$$

La energía mecánica total en un MAS es proporcional al cuadrado de la amplitud

Algunos sistemas oscilantes

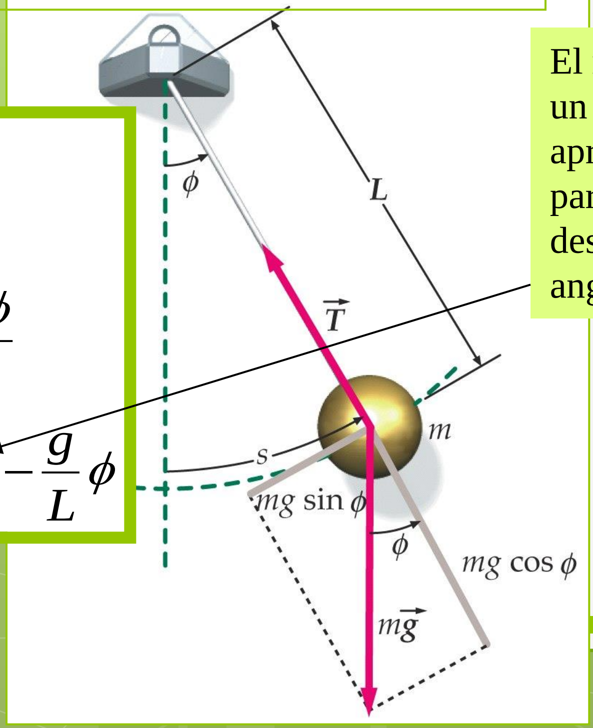
Resorte



$$\omega = \sqrt{k/m}; \qquad T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

Péndulo simple

Diagrama de cuerpo libre



$$\sum F_T = m\,a_T$$

$$mg\sin\phi = m\alpha L$$

$$mg\sin\phi = mL\frac{d^2\phi}{dt^2}$$

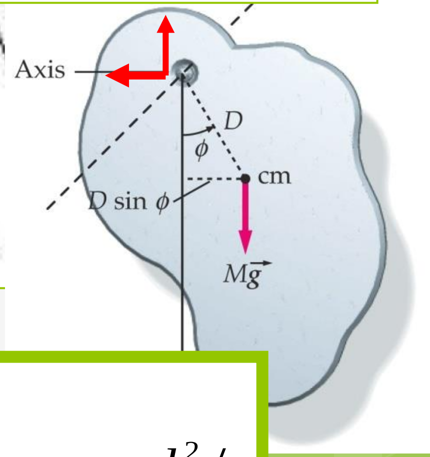
$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\phi \approx -\frac{g}{L}\phi$$

$$\omega = \sqrt{g/L}; \qquad T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

El movimiento de un péndulo se aproxima a un MAS para pequeños desplazamientos angulares

Péndulo físico

Diagrama de sólido libre



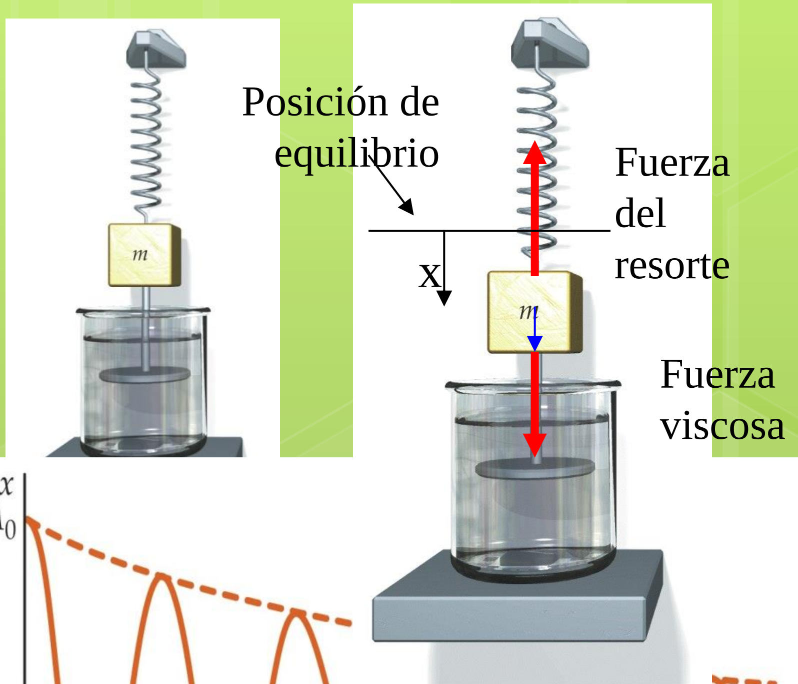
$$\tau = I\alpha$$

$$MgD\sin\phi = I\frac{d^2\phi}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{MgD}{I}\sin\phi \approx -\frac{MgD}{I}\phi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{MgD}{I}}; \qquad T = 2\pi\sqrt{I/MgD}$$

Oscilaciones amortiguadas



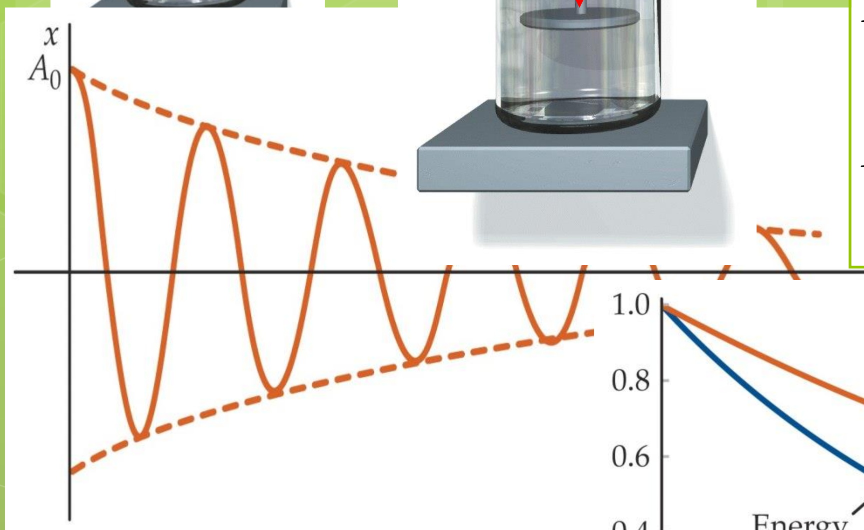
$$\sum F = -k\,x + b\,v = m\,a$$

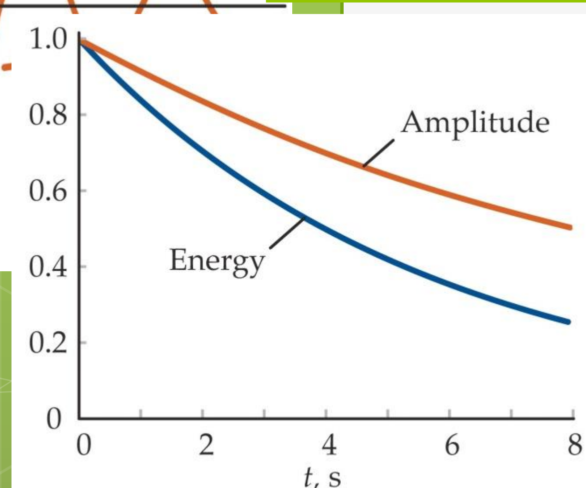
$$m\frac{d^2x}{dt^2} - b\frac{dx}{dt} + k\,x = 0$$

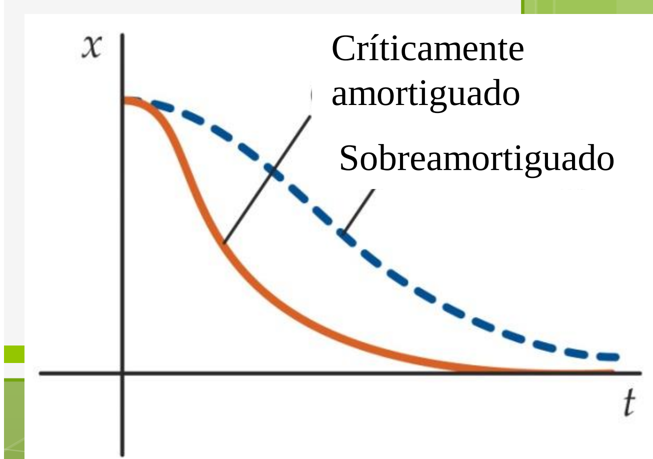
$$x = A_o\, e^{-\left(b/2m\right)t}\cos(\omega' t + \delta)$$

$$A = A_o\, e^{-\left(b/2m\right)t} \quad and \quad \omega' = \omega_o\sqrt{1-\left(\frac{b}{2m\omega_o}\right)^2}$$

$$E = \tfrac{1}{2}mA^2\omega^2 = \tfrac{1}{2}mA_o^2\, e^{-\left(b/m\right)t}\omega^2 = E_o e^{-\left(b/m\right)t}$$







Oscilaciones forzadas y resonancia

Cuando actuan fuerzas externas periódicas, adicionales a fuerzas restauradoras y amortiguación

Fuerza externa periódica

$$F_{ext} = F_o \cos \omega t$$