Campo Eléctrico

Introducción.

Carga eléctrica.

Ley de Coulomb.

Campo eléctrico y principio de superposición.

Líneas de campo eléctrico.

Flujo eléctrico.

Teorema de Gauss. Aplicaciones.

Bibliografía

-Tipler. "Física". Cap. 18 y 19. Reverté.

-Gettys; Keller; Skove. "Física clásica y moderna". Cap. 20 y 21. McGraw-Hill.

-Serway. "Física". Cap. 23 y 24. McGraw-Hill.

Introducción: Electricidad y Carga eléctrica

- La Electricidad es la rama de la física que estudia los fenómenos originados por la existencia de cargas eléctricas y por la interacción de las mismas.

- La Energía Eléctrica es fundamental para el funcionamiento de industrias, comercio, transporte, salud, y comunicaciones.

- Hoy día casi todo aparato funciona gracias a la electricidad. Gracias a ella podemos disfrutar de muchas comodidades y es muy difícil imaginar nuestra vida sin ella.

- Esto ha creado una dependencia de la sociedad hacia todo lo eléctrico, analicemos si es ¿ventaja o desventaja?

Introducción: El Origen de la Electricidad

- La electricidad es una interacción natural que se origina en las partículas elementales que forman los átomos.
- El estudio del origen, fundamentos y características de la electricidad se remonta a los tiempos de los Filósofos Griegos.
- Tales de Mileto, (Siglo VI a.C.) hizo notar que cuando dos piezas de ámbar son frotadas entre sí, atraen o repelen a otro tipo de elementos ligeros. Tales de Mileto, este importante filósofo griego se dedicó a estudiar estos fenómenos de la electricidad, así fue como descubrió sin saberlo la electricidad estática.
- La palabra electricidad deriva de *elektrón* que en griego significa ámbar

Introducción - Historia

- ✓Gilbert (1540-1603) descubrió que la electrificación era un fenómeno de carácter general.
- ✓En 1729, Stephen Gray demuestra que la electricidad tiene existencia por sí misma y no es una propiedad impuesta al cuerpo por rozamiento.
- ✓Franklin (1706-1790) demuestra que existen dos tipos de electricidad a las que llamó **positiva** y **negativa**.
- ✓Coulomb (1736-1806) encontró la ley que expresa la fuerza que aparece entre cargas eléctricas.

Introducción - Historia

- ✓En 1820 Oersted observó una relación entre electricidad y magnetismo consistente en que cuando colocaba la aguja de una brújula cerca de un alambre por el que circulaba corriente, ésta experimentaba una desviación. Así nació el **Electromagnetismo**.

- ✓Faraday (1791-1867) introdujo el concepto de **Campo Eléctrico**.

- ✓Maxwell (1831-1879) estableció las **Leyes del Electromagnetismo**, las cuales juegan el mismo papel en éste área que las Leyes de Newton en Mecánica.

Carga Eléctrica

Es una magnitud fundamental de la física, responsable de la interacción electromagnética.

En el S.I. La unidad de carga es el **Coulombio (C)** que se define como la cantidad de carga que fluye por un punto de un conductor en un segundo cuando la corriente en el mismo es de 1 [A].

Submúltiplos del Coulombio

1 [nC] = 10^{-9} [C]

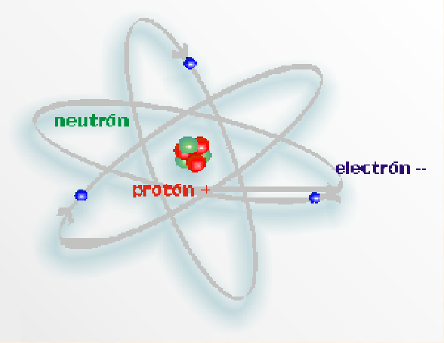
1 [mC] = 10^{-6} [C]

1 [mC] = 10^{-3} [C]

Carga Eléctrica: Materia

✓Todos los cuerpos están formados por partículas que tienen Carga Eléctrica. Esta característica es propia de las partículas elementales. Los electrones tiene carga negativa, los protones positiva y los neutrones no tienen carga por lo tanto se dice que son neutros.

✓A pesar de esto la mayoría de los cuerpos son neutros porque existe un equilibrio entre sus cargas eléctricas positivas y negativas. Es decir los átomos que forman dicho cuerpo tienen la misma cantidad de protones y electrones.



Conservación de la Carga Eléctrica

- La carga ni se crea ni se destruye → se transfiere
  - Entre átomos
  - Entre moléculas
  - Entre cuerpos

La suma de todas las cargas de un sistema cerrado es constante

Características de la Carga

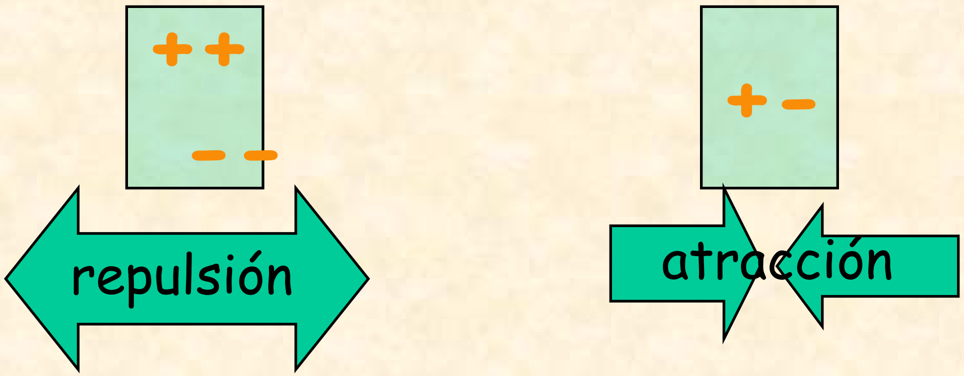
i) **Dualidad de la carga**: Todas las partículas cargadas pueden dividirse en positivas y negativas, de forma que las de un mismo signo se repelen mientras que las de signo contrario se atraen.

ii) **Conservación de la carga**: En cualquier proceso físico, la carga total de un sistema aislado se conserva. Es decir, la suma algebraica de cargas positivas y negativas presente en cierto instante no varía.

iii) **Cuantización de la carga**: La carga eléctrica siempre se presenta como un múltiplo entero de una carga fundamental, que es la del electrón.

Carga Eléctrica

- Electrostática = estudio de las Cargas Eléctricas en reposo.



- Unidad de carga = el electrón

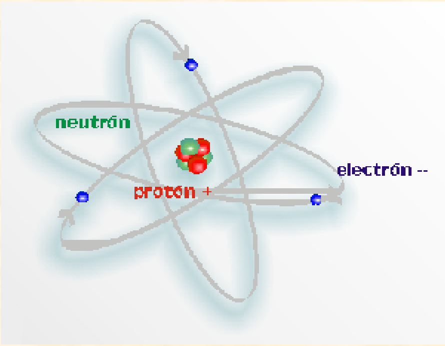
  $e = 1{,}602177 \times 10^{-19}$ [C]

Carga Eléctrica: Materia

Cuando los átomos que constituyen un cuerpo ganan o pierden electrones, este cuerpo queda electrizado. Ya que los electrones son los que se mueven o transportan de un cuerpo a otro se estableció al electrón como partícula fundamental que porta carga eléctrica.

Cuando se produce una interacción entre dos cuerpos cargados se origina la fuerza eléctrica. Se denomina electrización al efecto de ganar o perder cargas eléctricas, normalmente electrones.

Hay varias formas de electrizar un cuerpo pero las más conocidas son; la electrización por frotamiento y la electrización por contacto.



Tipos de Electrización

Electrización por Frotamiento

- Se produce al frotar dos cuerpos eléctricamente neutros (número de electrones = número de protones), ambos se cargan, uno con carga positiva y el otro con carga negativa. Si se frota una barra de vidrio con un paño de seda, hay un traspaso de electrones del vidrio a la seda. Si se frota un lápiz de pasta con un paño de lana, hay un traspaso de electrones del paño.
- El cuerpo que pierde electrones, queda cargado positivamente y el que gana electrones, queda cargado negativamente.

Electrización por Contacto

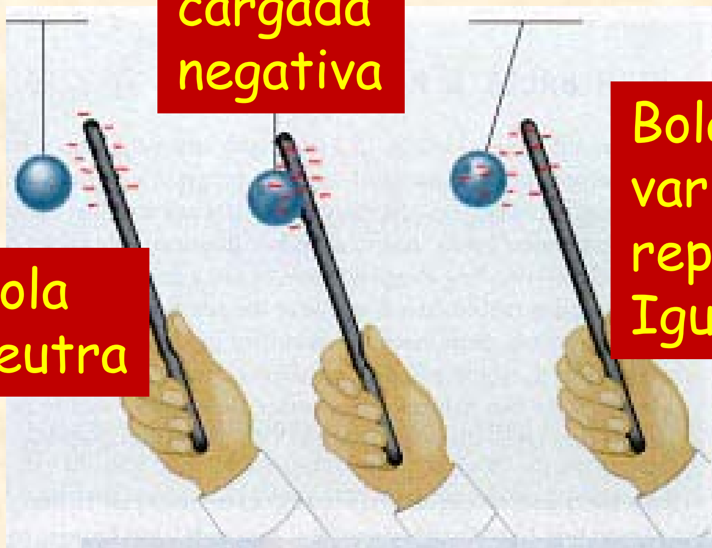
- Se puede cargar un cuerpo neutro con sólo tocarlo con otro previamente cargado. En este caso, ambos quedan con el mismo tipo de carga, es decir, si se toca un cuerpo neutro con otro con carga positiva, el primero también queda con carga positiva.
- Esto se debe a que habrá transferencia de electrones libres desde el cuerpo que los posea en mayor cantidad hacia el que los contenga en menor proporción y manteniéndose este flujo hasta que la magnitud de la carga sea la misma en ambos cuerpos

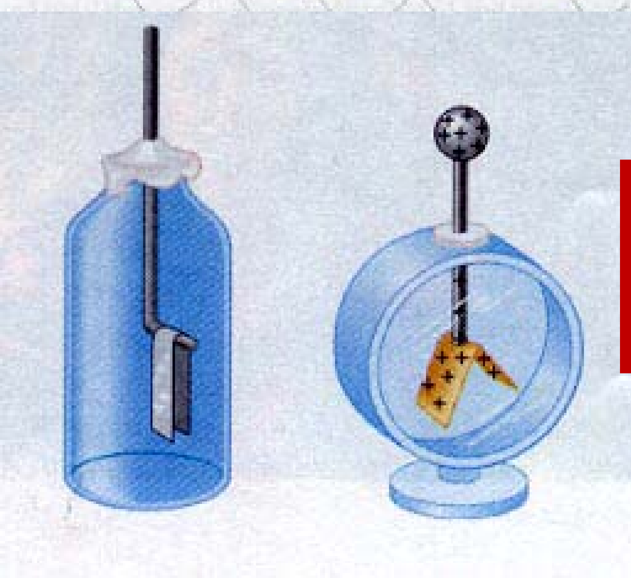
Carga por Frotamiento: Triboelectricidad

Escala Triboeléctrica

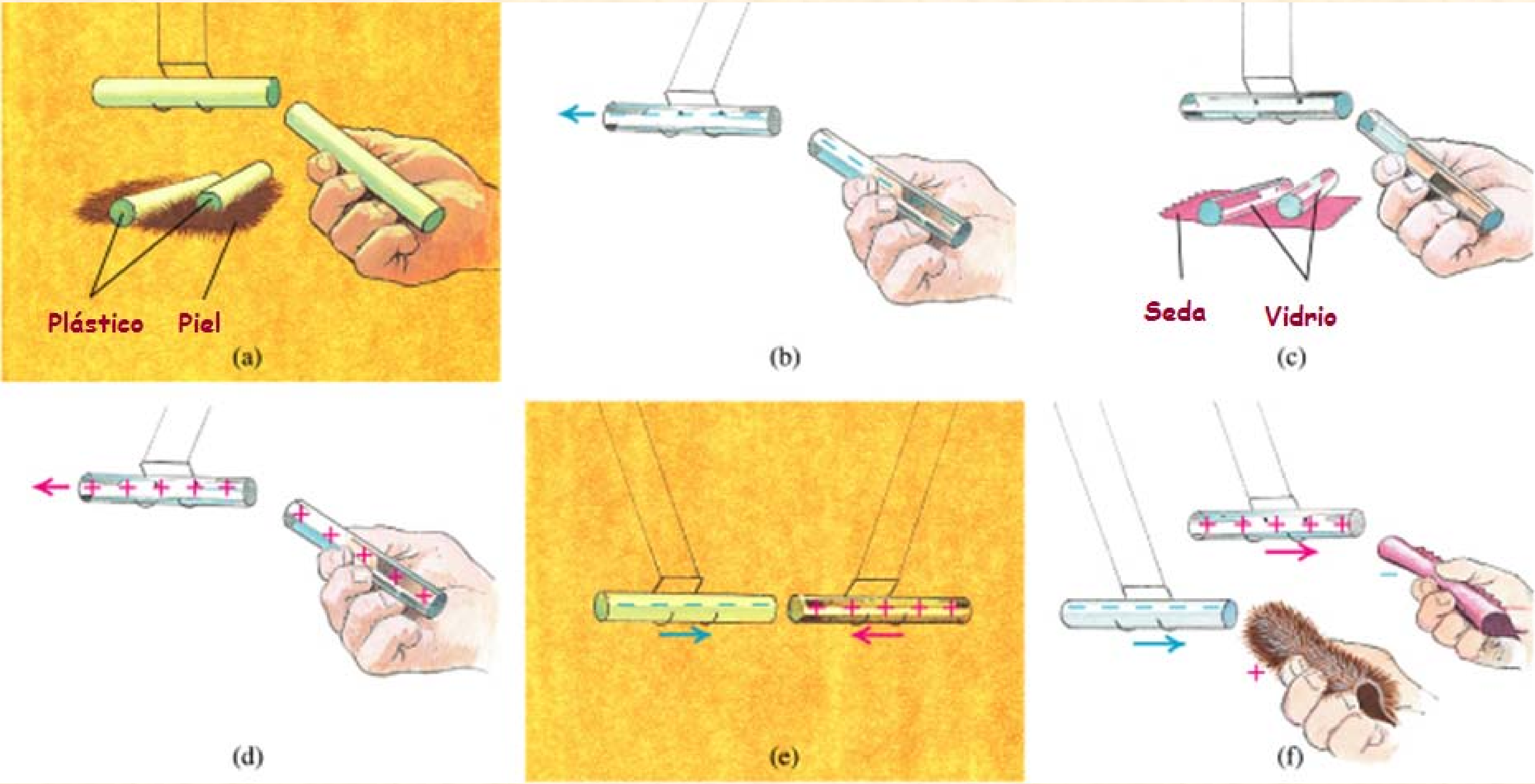
Materiales más positivos	**aire** **vidrio pulido** **fibra sintética** **piel de conejo** **mica** **lana** **piel de gato** **plomo** **aluminio** **papel**	Los materiales que están más próximos al extremo **más negativo**, tienen propensión a adquirir carga eléctrica negativa al rozar con materiales situados encima de ellos. Los materiales más próximos al extremo **más positivo** tienen tendencia adquirir carga eléctrica positiva al rozar con los situados debajo de ellos. Para adquirir una carga máxima los materiales puestos en contacto debe estar lo más apartados posible el uno del otro en esta lista
	algodón **papel** **ebonita** **acero** **madera** **caucho** **resina** **cobre** **níquel** **plata** **azufre** **vidrio sin pulir** **acetato (celuloide)** **poliéster** **poliuretano** **polipropileno** **vinilo (PVC)** **silicona**	
Materiales más negativos	**teflón**	

Carga por Inducción





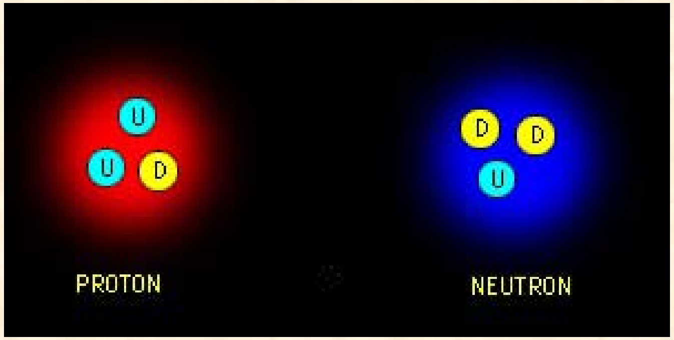
Carga por Inducción

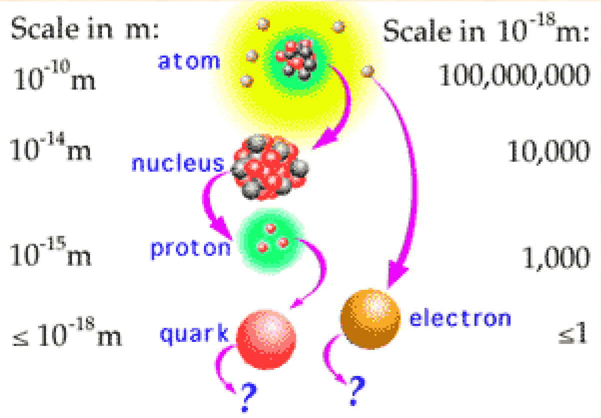


Hay dos tipos de carga
- La Vítrea o Positiva
- La Resinosa o Negativa

Constituyentes de la Materia

Partícula	Masa (kg)	Carga (C)
electrón	9.1×10^{-31}	-1.6×10^{-19}
protón	1.67×10^{-27}	$+1.6\times 10^{-19}$
neutrón	1.67×10^{-27}	0





Z = número electrones = número protones → Elemento

A = número protones + neutrones → Isótopo

- Un átomo tiene el mismo número de electrones que de protones → es **neutro ;**

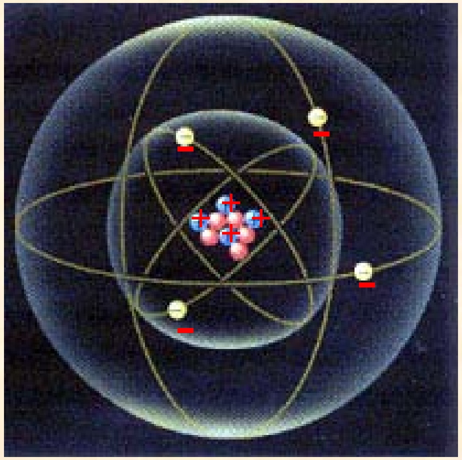
$$Q = Z \cdot q_p - Z \cdot q_e = 0$$

- Ión positivo : le faltan electrones

$$Q = +n_e \cdot q_e$$

- Ión negativo: tiene electrones añadidos

$$Q = -n_e \cdot q_e$$



Conductores y Aislantes

- **Aislantes:** materiales en los que la carga eléctrica no se puede mover libremente.
  - Madera, plástico, roca …
- **Conductores:** los electrones tienen libertad de movimiento.
  - Metales, ..
- **Semiconductores:** se pueden comportar como conductores o como aislantes.
  - Silicio, Germanio, Indio, etc.

Ley de Coulomb

Electrostática es el estudio de los procesos en los que la carga no varía con el tiempo.

En estas condiciones se dice que el sistema está en **Equilibrio Electrostático**.

Enunciado de la Ley de Coulomb

La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra está dirigida a lo largo de la línea que las une. Es repulsiva si las cargas tienen el mismo signo y atractiva si tienen signos opuestos. La fuerza varía inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa las cargas y es proporcional al valor de cada una de ellas.

Interacciones Repaso

Interacciones:

- *De Contacto*
- *De Acción a Distancia*

Existen 4 interacciones (conocidas) en la naturaleza

- *Gravitatoria (peso, cuerpos celestes; dominante a escala cosmos)*
- *Electromagnética (átomos y móleculas, uniones químicas)*
- *Nuclear Fuerte (describe la cohesión nuclear)*
- *Nuclear Débil (describe la radiactividad)*

(todas las demás son interacciones de contacto)

Interacciones

Interacción Gravitatoria: *expresada por la existencia de* ***Fuerzas Atractivas*** *entre cuerpos*

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

F depende solo de **m_i** y **r**

F siempre atractiva

Interacciones Eléctricas: *se observa que*

- *algunos cuerpos interactúan entre sí con $F \neq F_G$*
- *esas interacciones son atractivas o repulsivas ($\neq F_G$)*
- *dependen de una propiedad llamada carga eléctrica (q)*
- *decaen con r de acuerdo a $1/r^2$*

Experimentalmente

$$F \propto q_1 q_2$$

$\vec{F}$ En dirección q_1-q_2

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

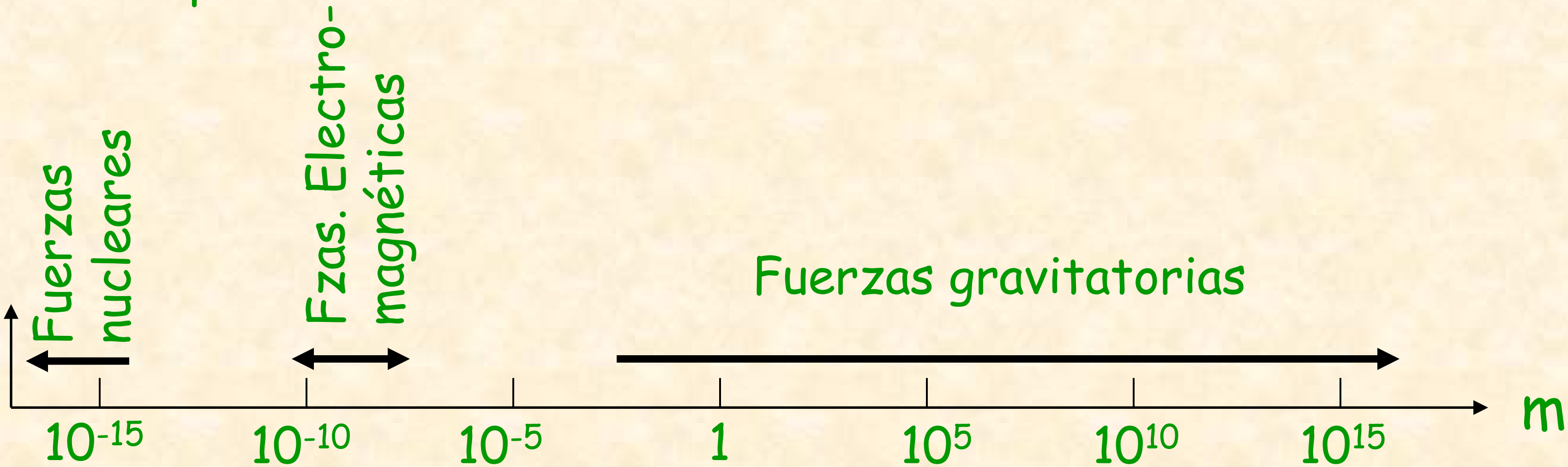
Interacciones: Valores Comparativos

Comparación entre F eléctrica y Fuerza gravitatoria

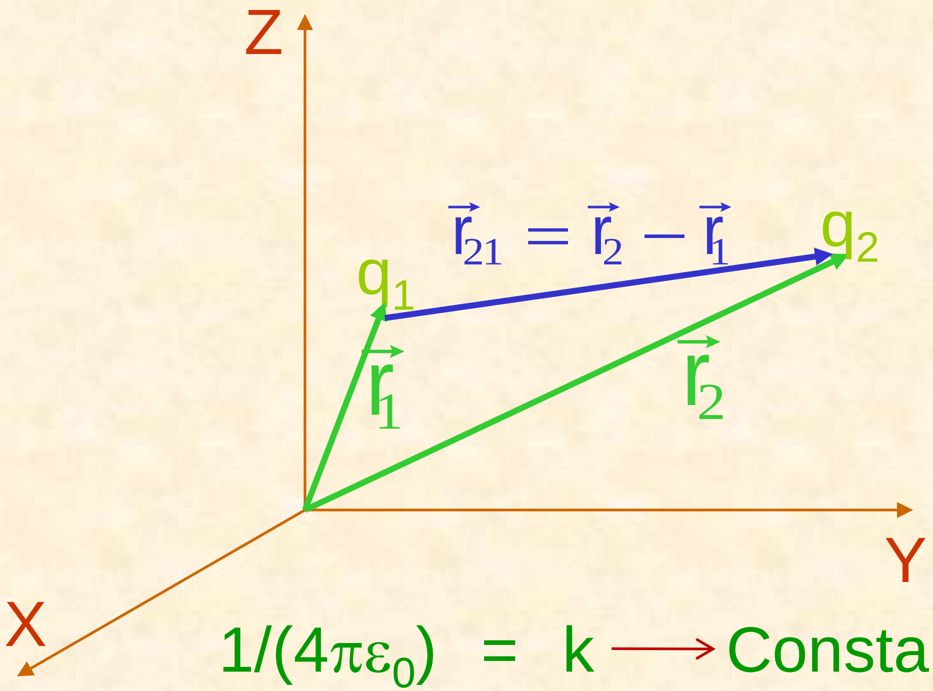
$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{9\,10^{9}\,\dfrac{(1{,}6\;\,10^{-19})^{2}}{10^{-10}}}{6{,}67\,10^{-11}\,\dfrac{(9{,}1\;\,10^{-31}.1{,}67\;\,10^{-27})}{10^{-10}}} = 1{,}38\;\,10^{39}$$

A escala cósmica domina la F_G y ¿Qué pasa a escala atómica con la F_E?

A medida que se acumula masa para formar planetas, estrellas y galaxias se acumula fuerza gravitatoria pero se compensa fuerza eléctrica pues átomos son neutros



Expresión Vectorial de la Ley de Coulomb



$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_r$$

$1/(4\pi\varepsilon_0) = k \longrightarrow$ Constante de Coulomb, cuyo valor depende del sistema de unidades y del medio en el que trabajemos.

En el vacío
- S.I. $\Rightarrow$ $K = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ [N m²/C²]
- C.G.S. $\Rightarrow$ $k = 1$ [dyna cm²/u.e.e²]

1 [C] $= 3 \cdot 10^9$ [u.e.e.]

Constantes Auxiliares

Permitividad del Vacío (ε_o): Se define de forma que

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

$$\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N\ m^2$$

Si el medio en el que se encuentran las cargas es distinto al vacío, se comprueba que la fuerza eléctrica es κ veces menor, de esta forma se define la **Permitividad del Medio** como $\varepsilon = \kappa\ \varepsilon_o$.. Siendo κ la **Constante Dieléctrica del Medio** Así,

$$k' = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

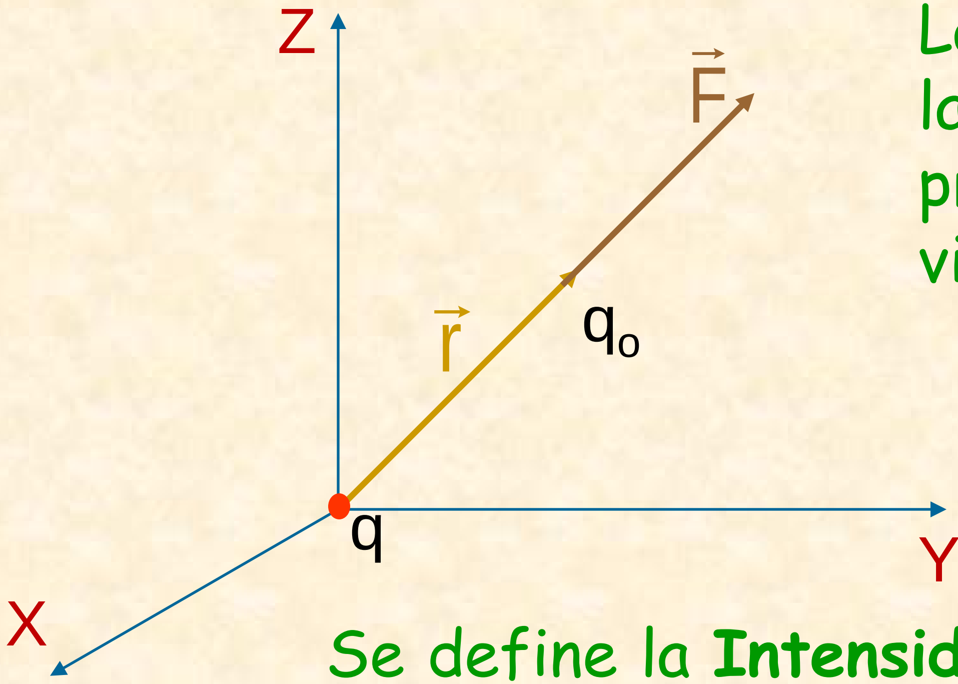
Campo Eléctrico

Principio de Superposición

La interacción entre cargas eléctricas no se produce de manera instantánea. El intermediario de la fuerza mutua que aparece entre dos cargas eléctricas es el **Campo Eléctrico**.

La forma de determinar si en una cierta región del espacio existe un campo eléctrico, consiste en colocar en dicha región una **carga de prueba, q_o** (carga positiva puntual) y comprobar la fuerza que experimenta.

Analizar: El campo **E** existía antes de colocar la carga o el campo **E** aparece como consecuencia de dicha carga.



La Fuerza Eléctrica entre la carga q y la carga de prueba q_o es repulsiva, y viene dada por

$$\vec{F}_{qq_o} = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{qq_o}{r_{12}^2}\vec{u}_r$$

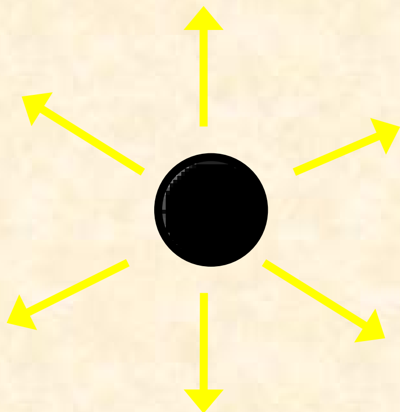
Se define la **Intensidad de Campo Eléctrico** en un punto como la fuerza por unidad de carga positiva en ese punto.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

La dirección y sentido del Campo Eléctrico coincide con el de la Fuerza Eléctrica.

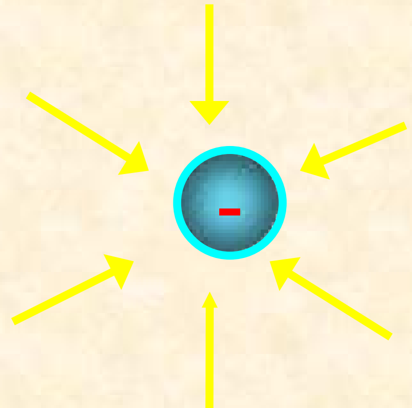
Campo Eléctrico – Cargas Puntuales

- Carga positiva = fuente



$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

- Carga negativa = sumidero



$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{-q}{r^3}\vec{r}$$

- Radiales
- Proporcionales a la carga
- Inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia

Campo Eléctrico – Importancia

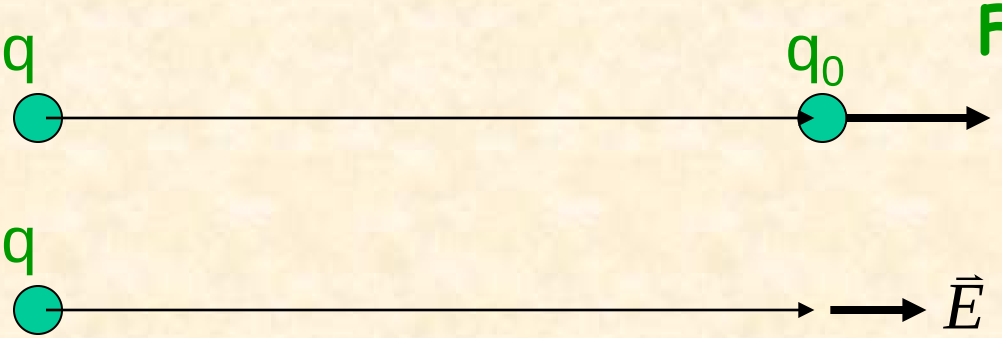
Uno de los resultados más importantes que explica el electromagnetismo: <u>las Ondas Electromagnéticas</u>

Estas se generan en cargas en movimiento y se propagan en el vacío => no se pueden describir en términos de fuerzas entre cargas

Las interacciones Electromagnéticas se propagan en el espacio a velocidad finita (c = 300.00 Km/seg)

Descripción con fuerzas

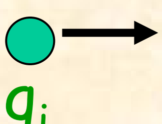
Descripción con campo



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

E: intermediario de la interacción eléctrica

$$\vec{F} = q_i\ \vec{E}$$

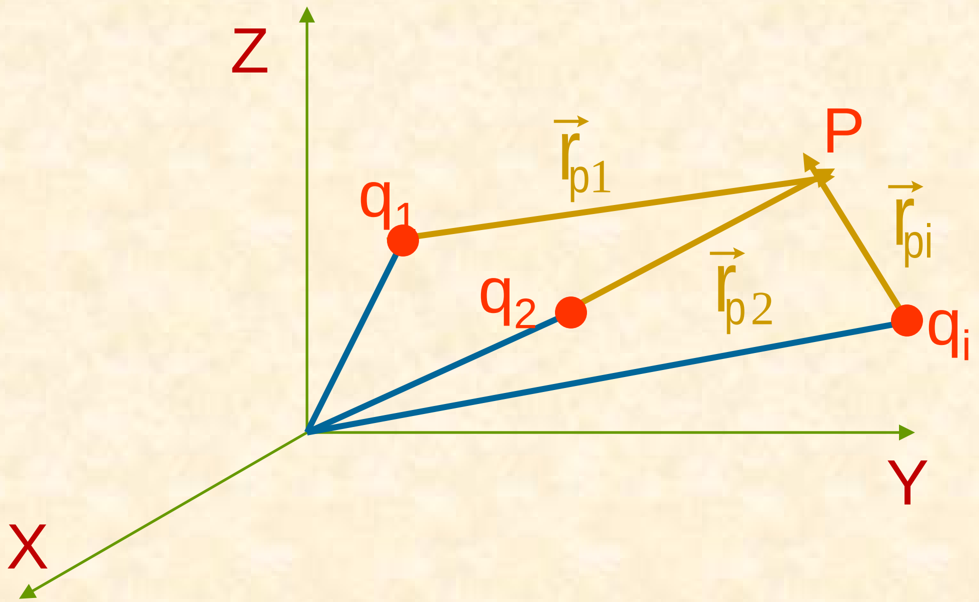


Principio de Superposición

A la hora de aplicar el principio de superposición debemos tener en cuenta dos casos:

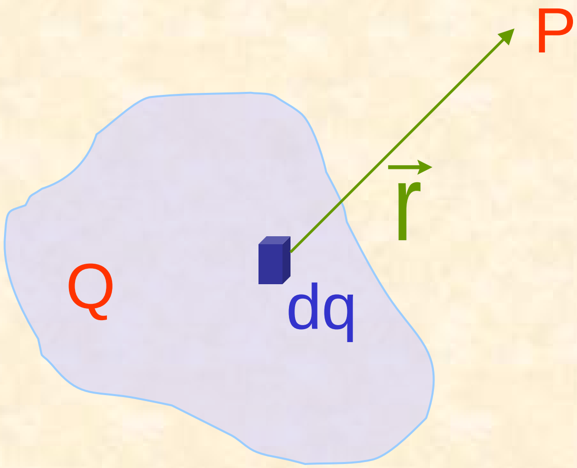
I) Campo Eléctrico creado por una distribución discreta de carga en un punto:

En este caso se calcula el Campo Eléctrico sumando vectorialmente los Campos Eléctricos creados por cada una de las cargas puntuales en el punto elegido.



$$\vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\pi\xi_0} \frac{q_i}{r_{pi}^2} \vec{u}_r$$

II) Campo Eléctrico creado por una distribución continua de carga en un punto:



En este caso dividimos la distribución en pequeños elementos diferenciales de carga, dq, de forma que el diferencial de campo eléctrico que crea cada una de ellas es

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

El Campo Eléctrico total para toda la distribución será:

$$\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\xi_0} k \frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

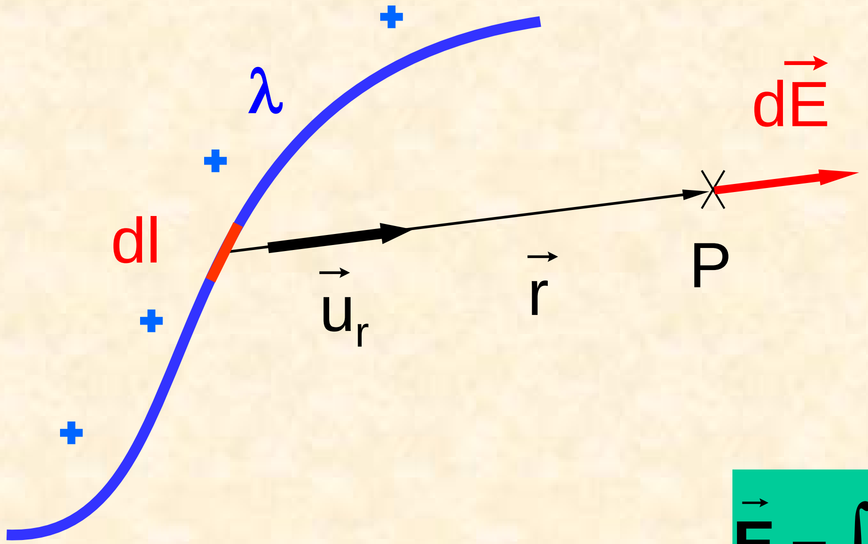
Dependiendo de la forma de la distribución, se definen las siguientes distribuciones de carga

Lineal	**Superficial**	**Volumétrica**
$\lambda = \dfrac{dq}{dl}$	$\sigma = \dfrac{dq}{ds}$	$\rho = \dfrac{dq}{dv}$

Cálculo del Campo Eléctrico en cada caso:

$$\vec{E} = \int_L \frac{1}{4\pi\xi_0} \lambda \frac{dl}{r^2} \vec{u}_r \qquad \vec{E} = \int_S \frac{1}{4\pi\xi_0} \sigma \frac{ds}{r^2} \vec{u}_r \qquad \vec{E} = \int_v \frac{1}{4\pi\xi_0} \rho \frac{dv}{r^2} \vec{u}_r$$

Distribución Lineal de Carga



λ: densidad lineal de carga

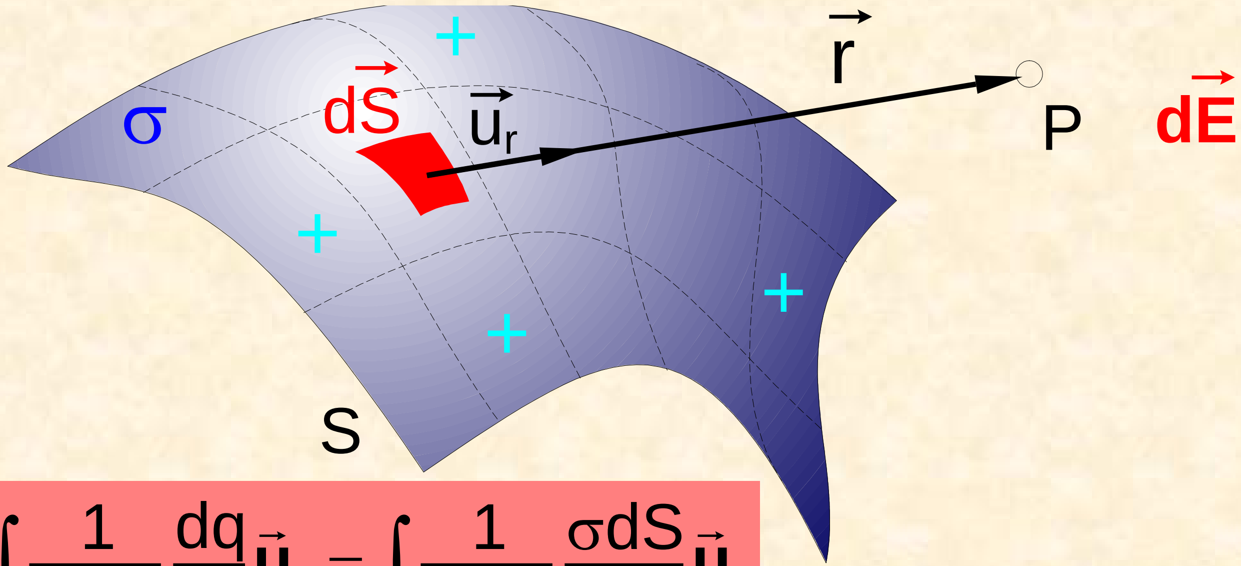
$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \int_L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{\mathbf{u}}_r = \int_L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda dL}{r^2} \vec{\mathbf{u}}_r$$

Distribución Superficial de Carga

σ: densidad superficial de carga

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

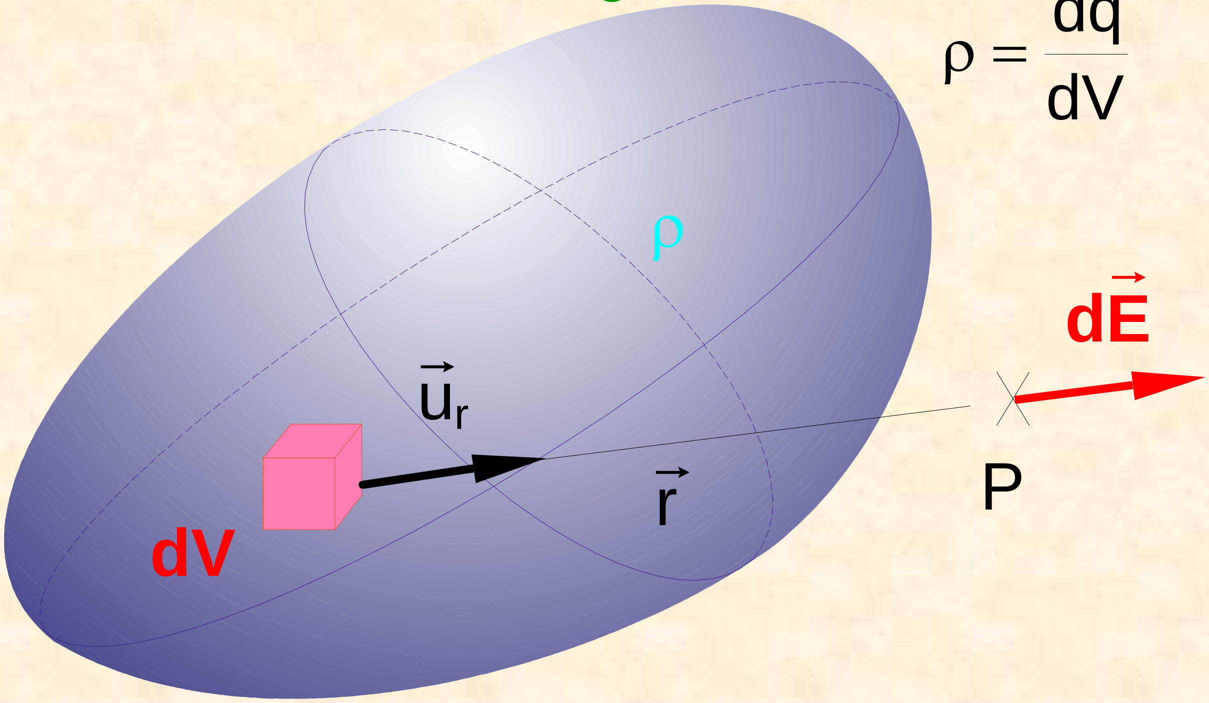


$$\vec{\mathbf{E}} = \int_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{\mathbf{u}}_r = \int_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\vec{\mathbf{u}}_r$$

Distribución Volumétrica de Carga

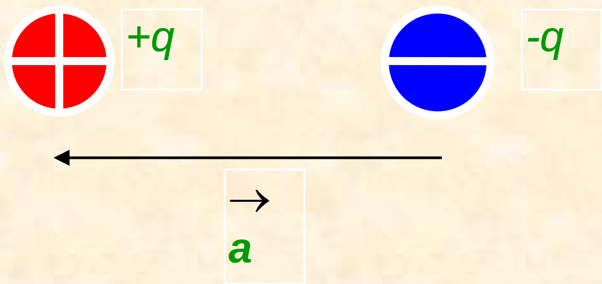
ρ: densidad volumétrica de carga

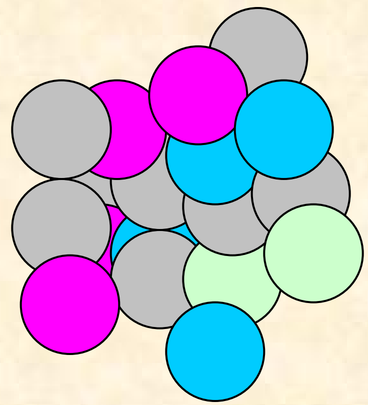
$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

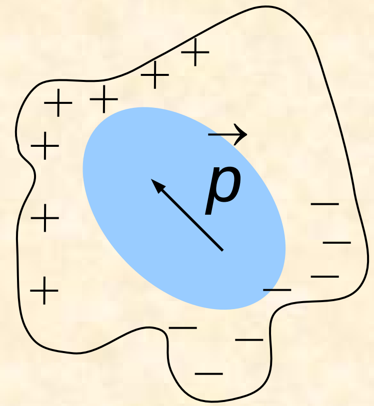


$$\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r$$

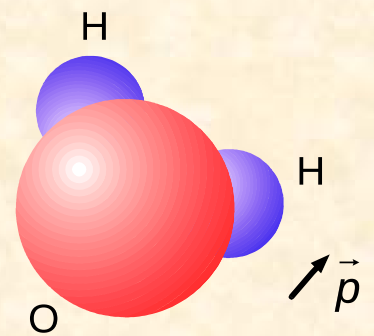
Dipolo Eléctrico







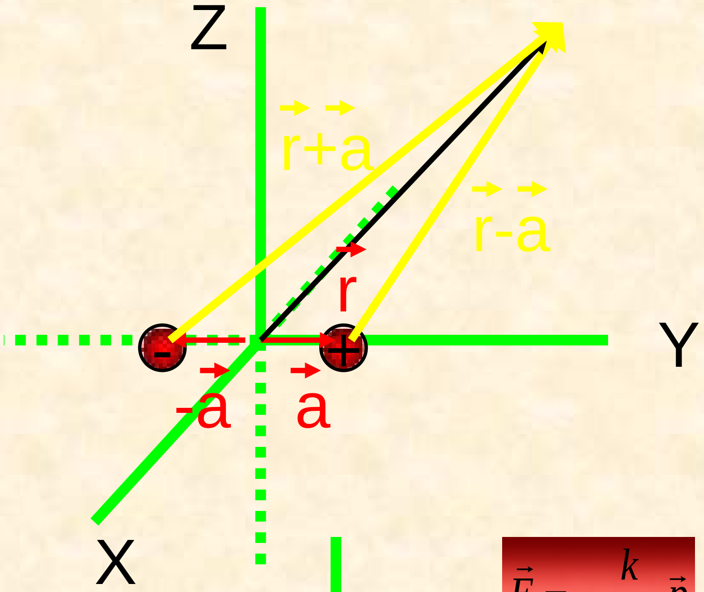
$$\vec{p} = q\vec{a}$$



Campo creado por un Dipolo Eléctrico

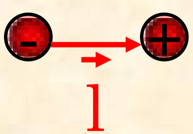
- Dipolo = carga positiva y carga negativa de igual valor (q) situadas a una distancia muy pequeña (l = 2a).
- Campo total = suma de campos

$$\vec{E} = k\frac{q}{\left|\vec{r}-\vec{a}\right|^3}(\vec{r}-\vec{a}) + k\frac{-q}{\left|\vec{r}+\vec{a}\right|^3}(\vec{r}+\vec{a})$$



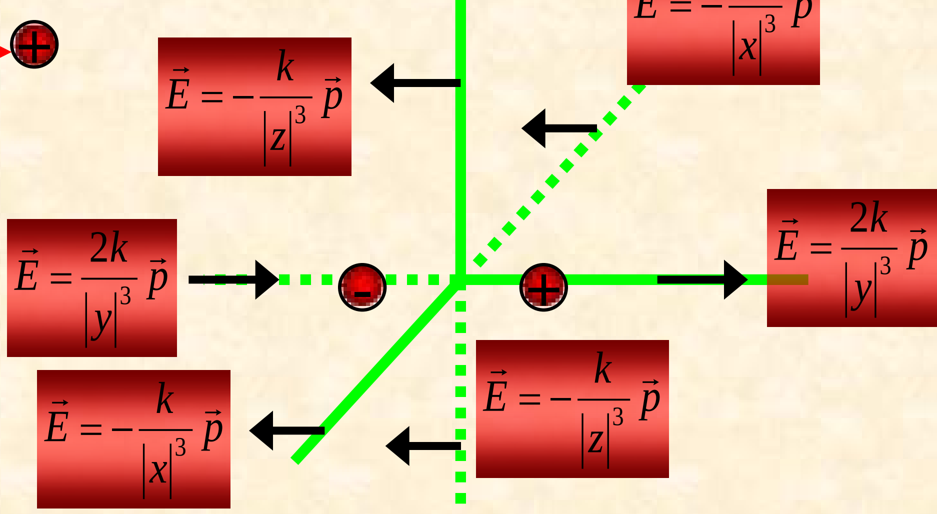
$$\vec{p} = q\vec{l}$$

Momento dipolar



- Aproximación r>> l

$$\vec{E} = \frac{k}{r^3}\left[3\frac{(\vec{p}\cdot\vec{r})}{r}\frac{\vec{r}}{r} - \vec{p}\right]$$

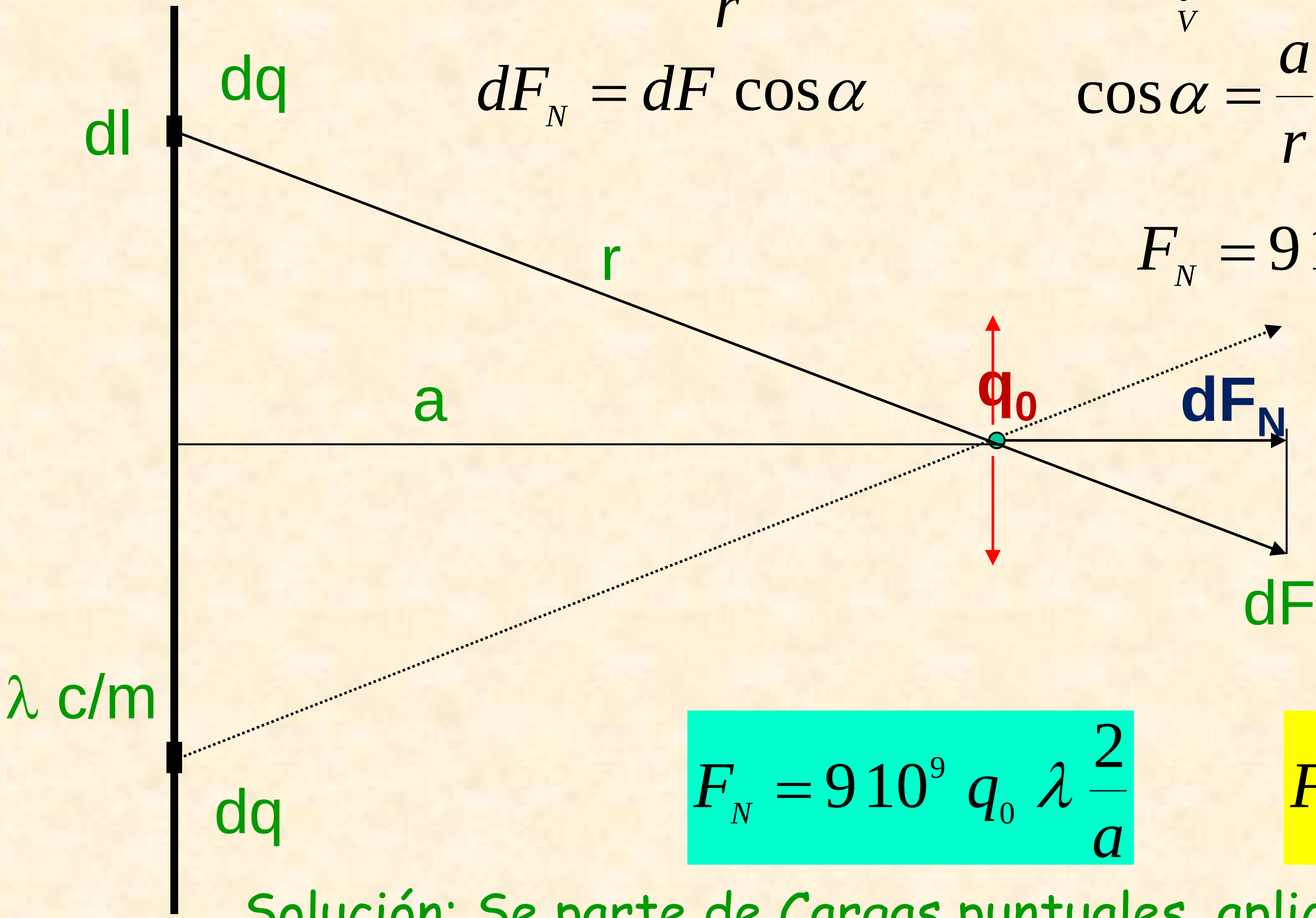


Ejemplo: Campo Eléctrico de una Carga Lineal Infinita

Hilo infinito

$$d\vec{F} = K \frac{q_0\, \rho}{r^2} dV\, \breve{r} \qquad \vec{F} = \int_V 9\, 10^9 \frac{q_0\, \lambda}{r^2} dl\, \breve{r}$$

$$dF_N = dF \cos\alpha \qquad \cos\alpha = \frac{a}{r}$$



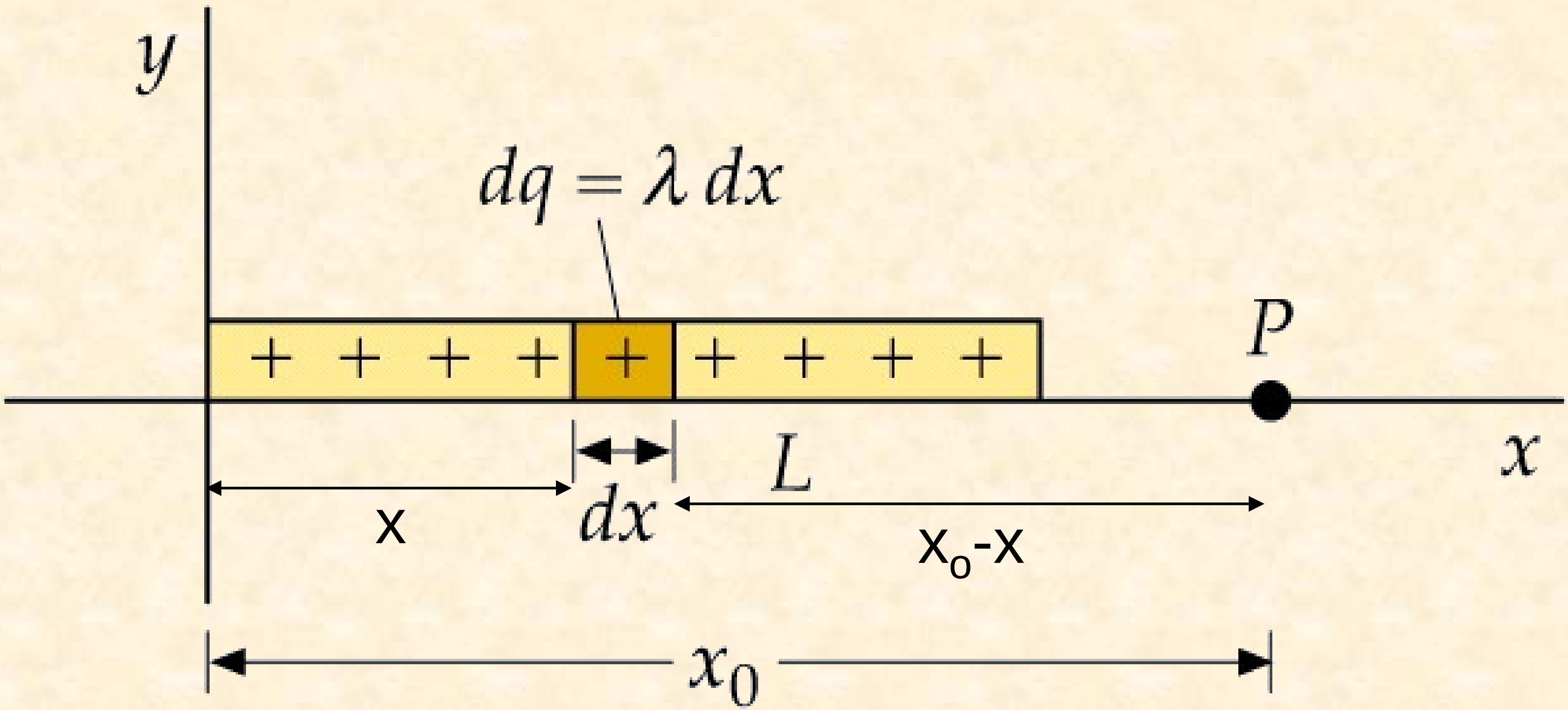
$$F_N = 9\, 10^9 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q_0\, \lambda\, a\, dl}{\left(a^2 + l^2\right)^{3/2}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dl}{\left(a^2 + l^2\right)^{3/2}} = \frac{2}{a^2}$$

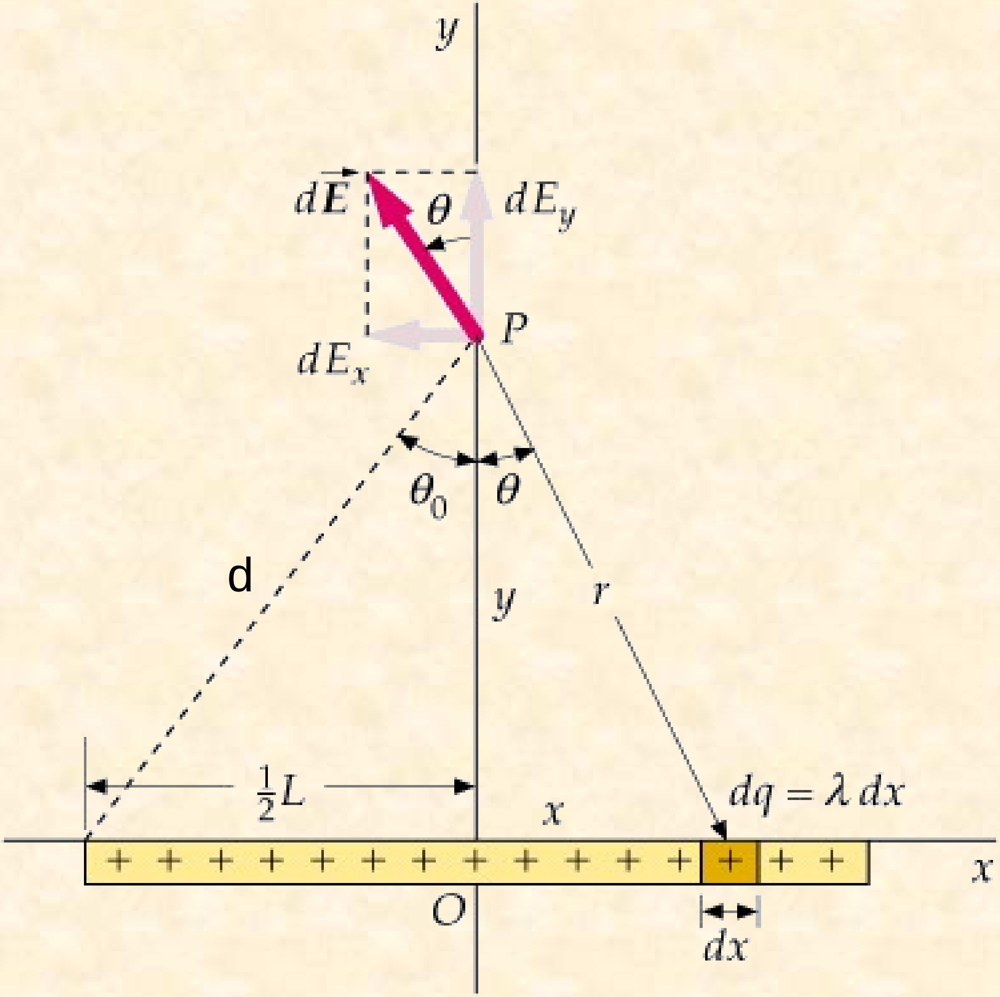
$$F_N = 9\, 10^9\, q_0\, \lambda\, \frac{2}{a} \qquad F_N \propto \frac{1}{a}$$

Solución: Se parte de Cargas puntuales, aplicación de la expresión y luego una suma vectorial

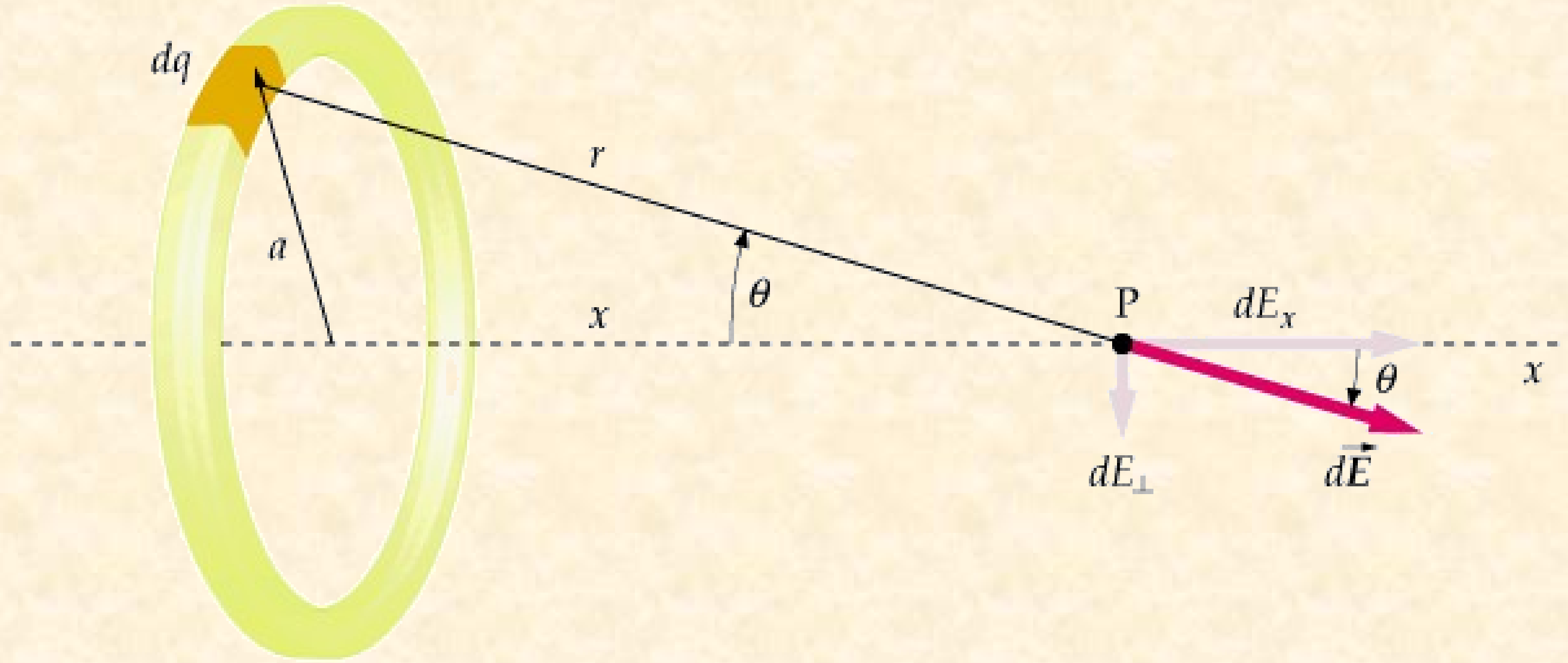
Ejemplo: Campo Eléctrico sobre el eje de una Carga Lineal Finita.



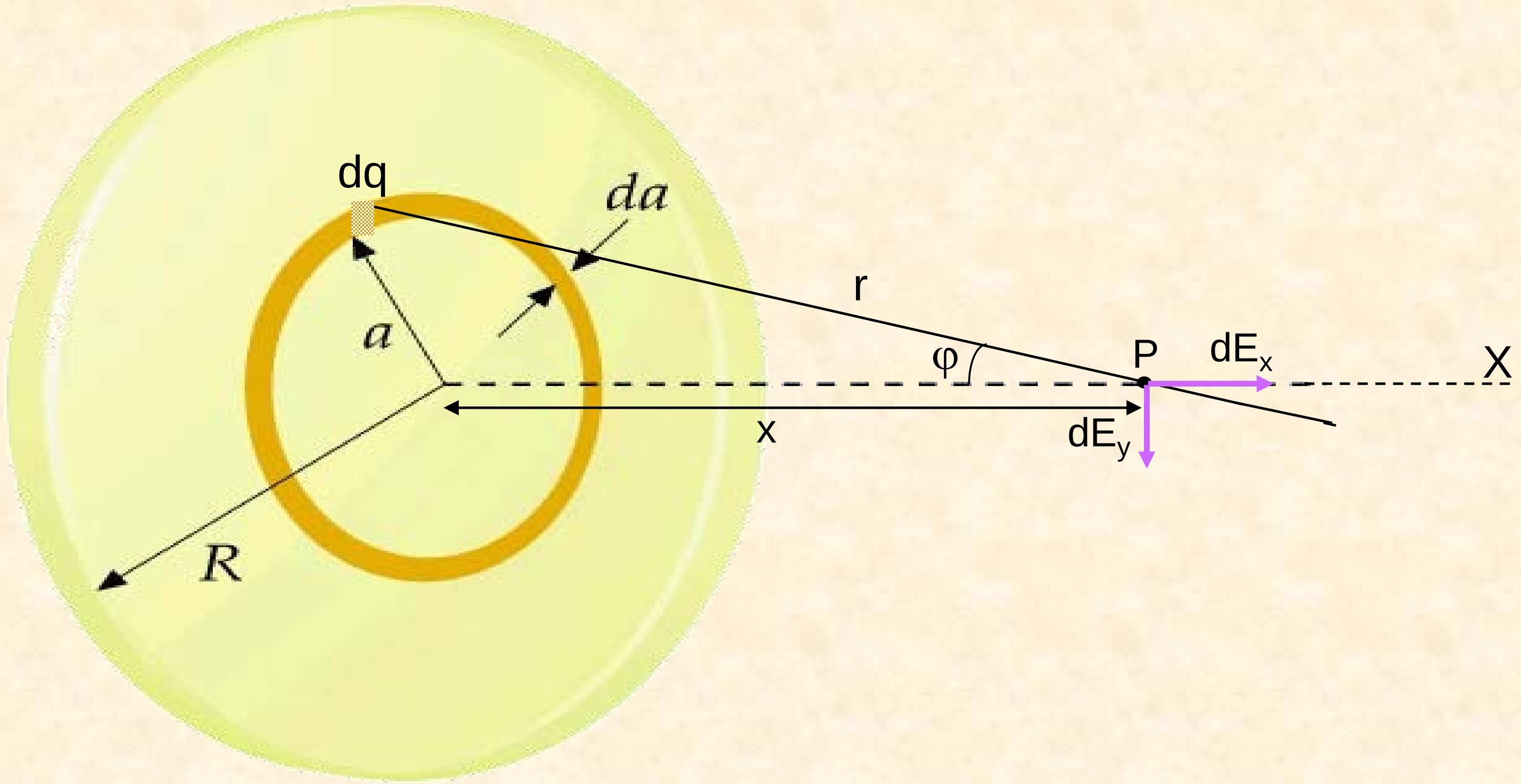
Ejemplo: Campo Eléctrico fuera del eje de una Carga Lineal Finita.



Ejemplo: Campo Eléctrico creado por una Distribución Uniforme de Carga en forma de Anillo de radio “a”, en un punto de su eje.



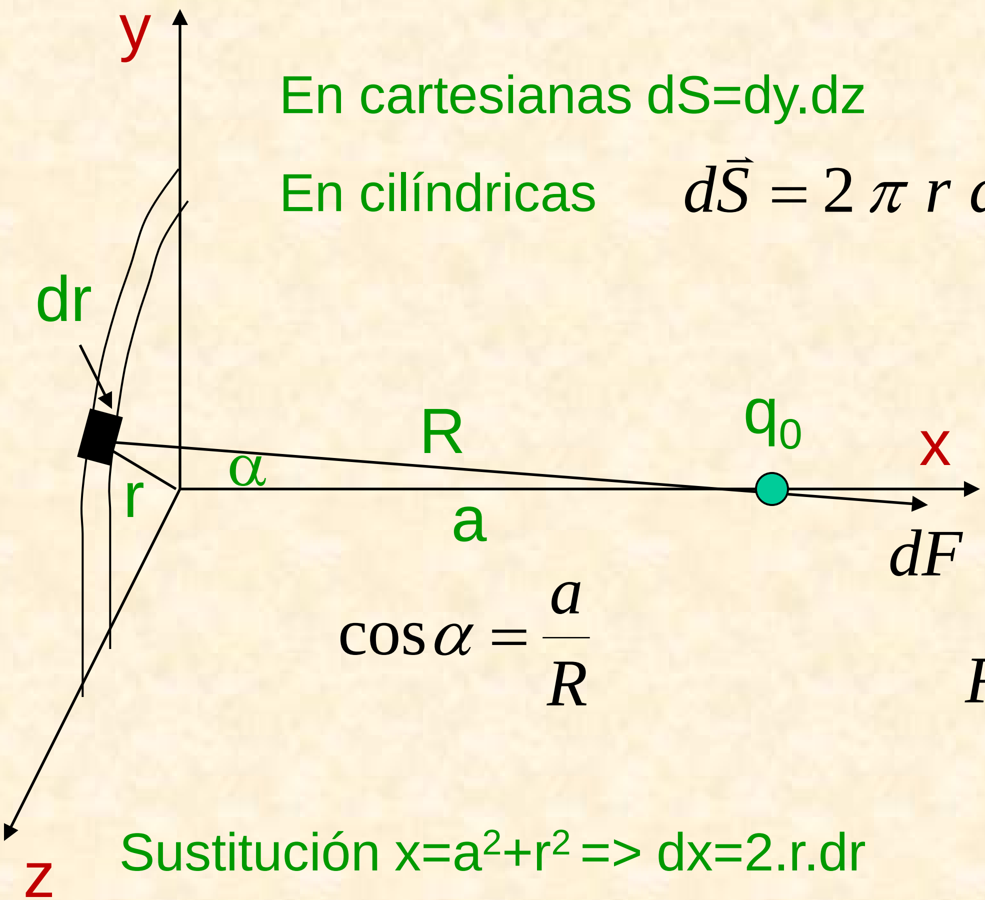
Ejemplo: Campo Eléctrico creado por una Distribución Uniforme de Carga en forma de Disco de radio "R", en un punto de su eje.



Ejemplo: Plano infinito uniformemente cargado

plano yz con

σ [C/m^2]



En cartesianas dS=dy.dz

$$\vec{F} = 9\,10^9 \iint_{yz} q_0\, \sigma \frac{dy\,dz}{r'^2}\, \breve{r}'$$

En cilíndricas $\quad d\vec{S} = 2\,\pi\, r\, dr$

Componentes // plano se anulan

$$\cos\alpha = \frac{a}{R}$$

$$F_N = 9\,10^9 \int_0^\infty q_0\, \sigma \frac{2\,\pi\, r\, dr}{R^2} \frac{a}{R}$$

$$F_N = 9\,10^9\, q_0\, \sigma\, 2\,\pi\, a \int_0^\infty \frac{r\,dr}{\left(a^2 + r^2\right)^{3/2}}$$

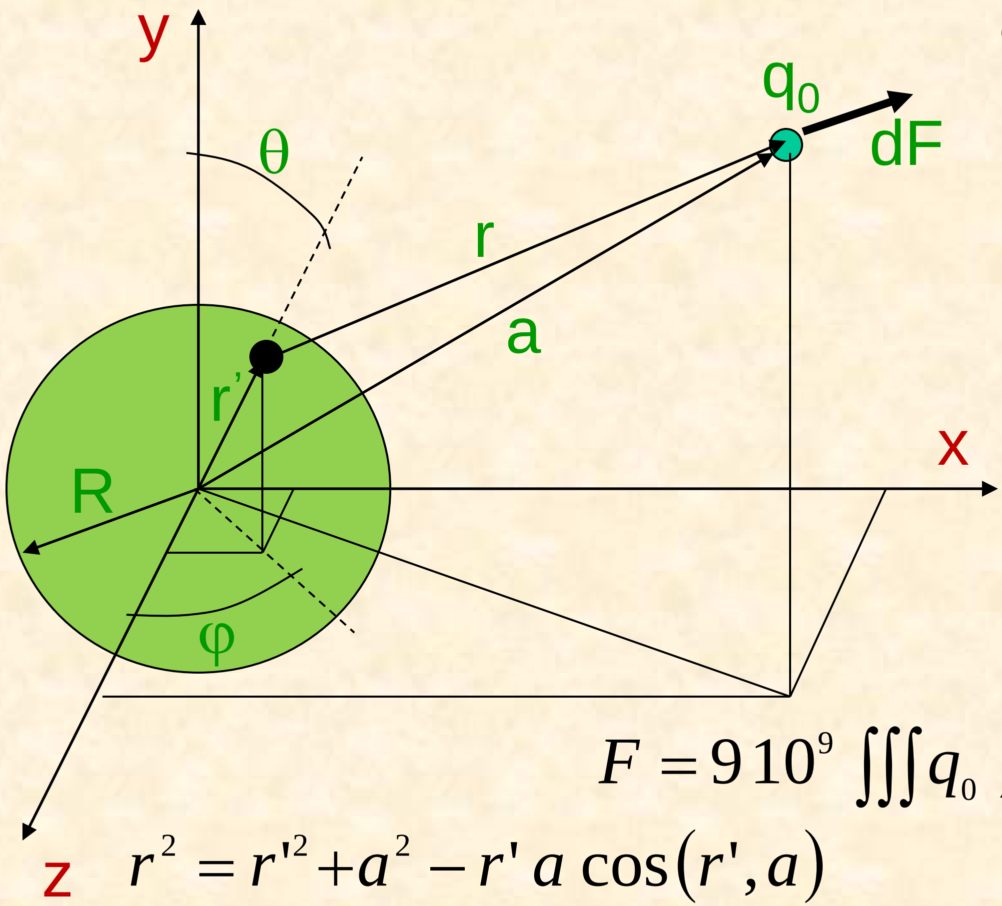
Sustitución x=a^2+r^2 => dx=2.r.dr

$$\int_0^\infty \frac{r\,dr}{\left(a^2 + r^2\right)^{3/2}} = \frac{1}{a}$$

$$F_N = 9\,10^9\; 2\,\pi\,\sigma\, q_0$$

F_N independiente de a

Ejemplo: Esfera uniformemente cargada (ρ [C/m^3])



$$dV = r'^2 \operatorname{sen}\theta \, dr' \, d\theta \, d\varphi$$

$$dF = 9\,10^9 \, \frac{q_0 \, \rho \, dV}{r^2}$$

$$F = 9\,10^9 \iiint q_0 \, \frac{\rho}{r^2} \, dV$$

$$F = 9\,10^9 \iiint q_0 \, \rho \frac{1}{\left|\vec{a} - \vec{r}\,'\right|^2} r'^2 \operatorname{sen}\theta \, dr'^2 \, d\theta \, d\varphi$$

$$r^2 = r'^2 + a^2 - r' \, a \cos(r', a)$$

$$\iiint q_0 \, \rho \frac{1}{\left|\vec{a} - \vec{r}\,'\right|^2} r'^2 \operatorname{sen}\theta \, dr'^2 \, d\theta \, d\varphi = \frac{4}{3} \pi \, \frac{R^3}{a^2}$$

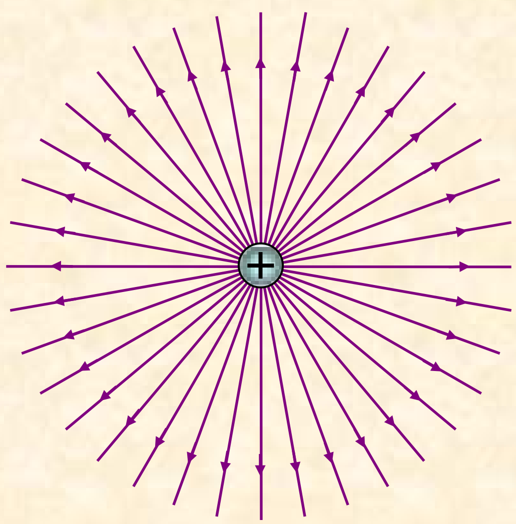
$$F = 9\,10^9 \, \rho \, q_0 \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{r^2}$$

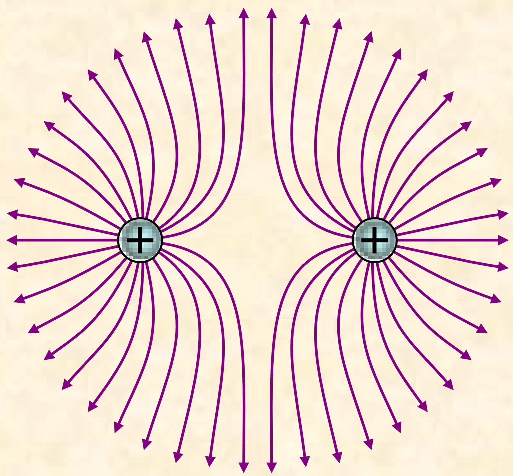
$$\frac{4}{3} \pi \, R^3 \, \rho = Q$$

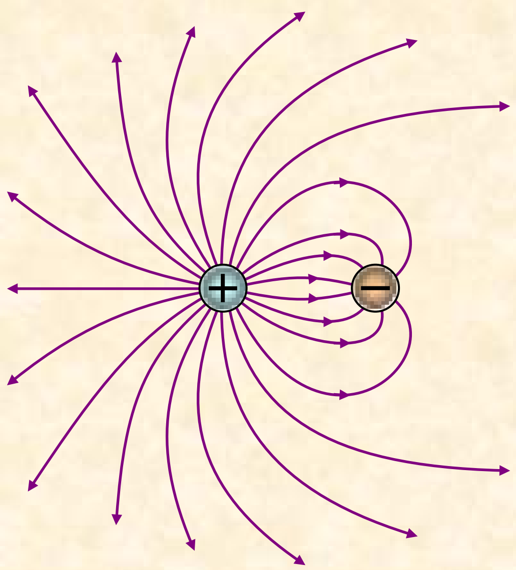
Es la misma fuerza que ejercería toda la carga de la esfera (Q) concentrada en el origen

Líneas de Campo Eléctrico

- Campo = deformación del espacio causada por un cuerpo cargado.
- Se puede representar mediante líneas.
- El vector campo en un punto es tangente a la línea de campo → Dos líneas de campo nunca pueden cruzarse.
- La densidad de líneas es proporcional a la intensidad del campo eléctrico.
- A grandes distancias las líneas son las de una carga puntual si la configuración es discreta (no infinita).







Líneas de Campo Eléctrico

Las líneas de campo se dibujan de forma que el vector $\vec{E}$ sea tangente a ellas en cada punto. Además su sentido debe coincidir con el de dicho vector.

➢Reglas para dibujar las líneas de campo

•Las líneas salen de las cargas positivas y entran en las negativas.

•El número de líneas que entran o salen es proporcional al valor de la carga.

•Las líneas se dibujan simétricamente.

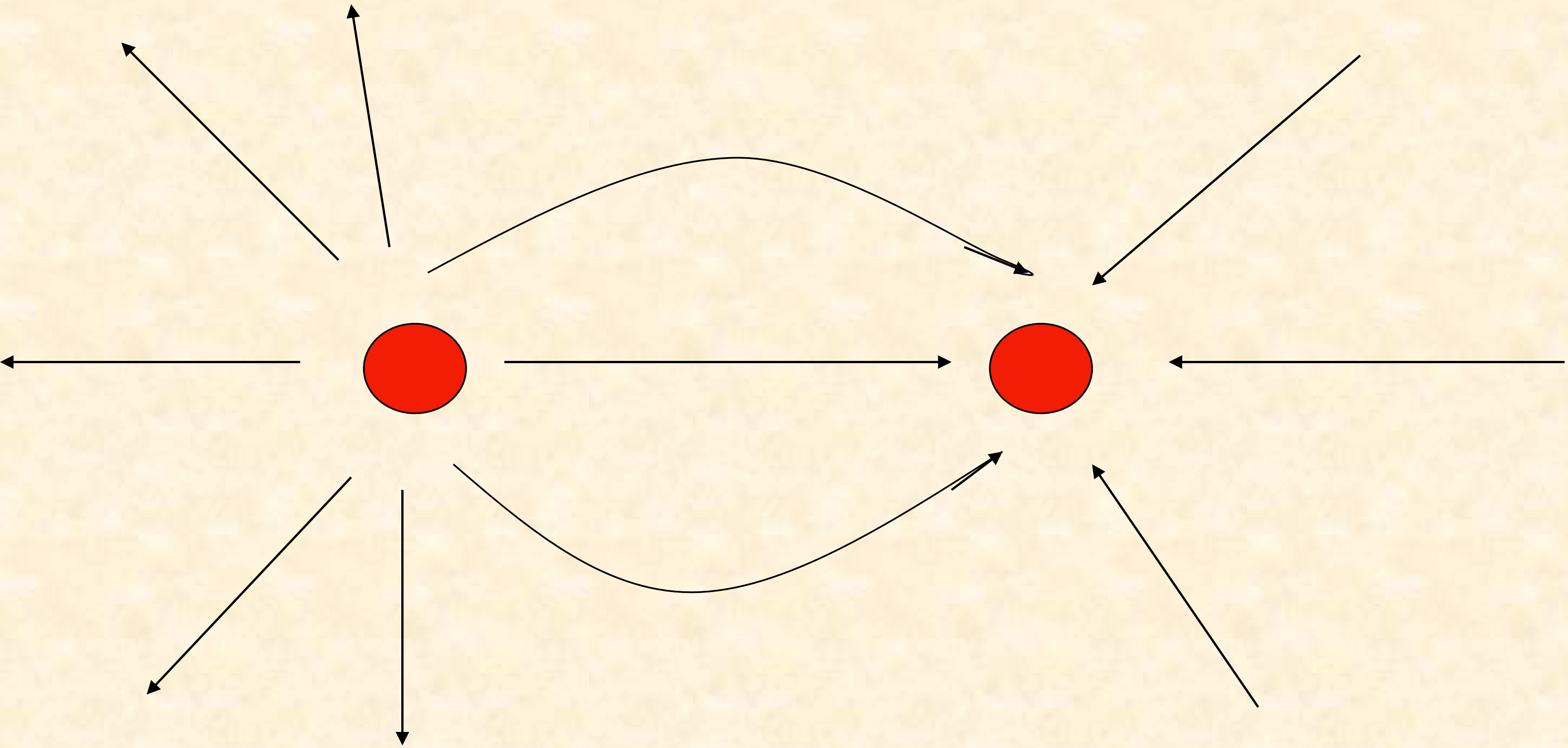
•Las líneas empiezan o terminan sólo en las cargas puntuales.

•La separación en las líneas de campo debe ser tal que estén más cercanas cuando el campo es fuerte y más alejadas cuando el campo es débil.

•Nunca pueden cortarse dos líneas de campo

•La dirección de la línea de campo eléctrico en cualquier punto es la misma que la dirección en la cual una carga positiva se movería si estuviera colocada en ese punto.

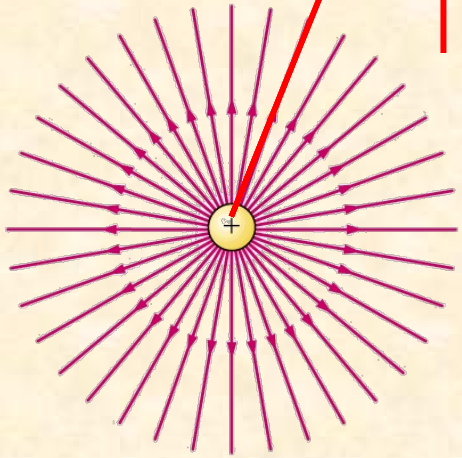
Líneas de Campo Eléctrico

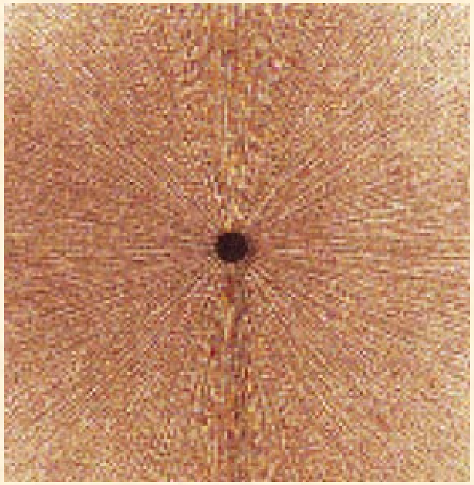


¿Cuales son los signos de las cargas?
¿Cuánto vale la carga de la izquierda respecto de la derecha?

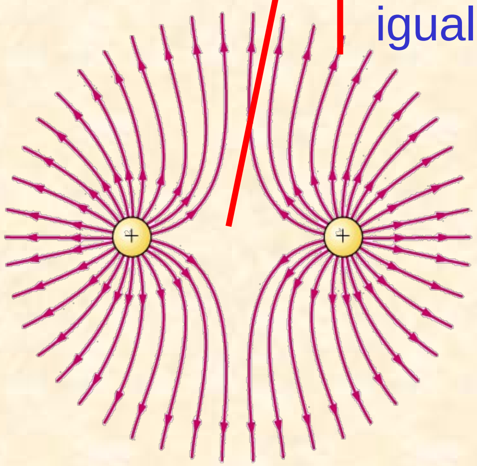
Ejemplos de Líneas de Campo Eléctrico

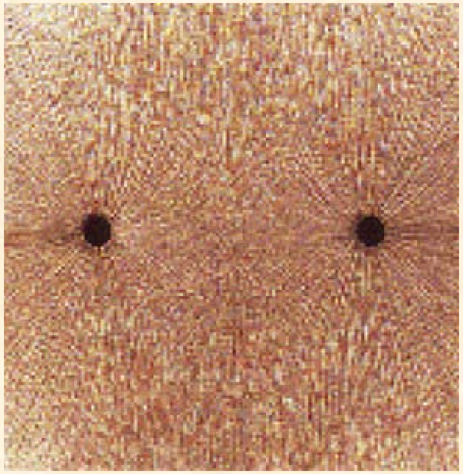
Carga puntual



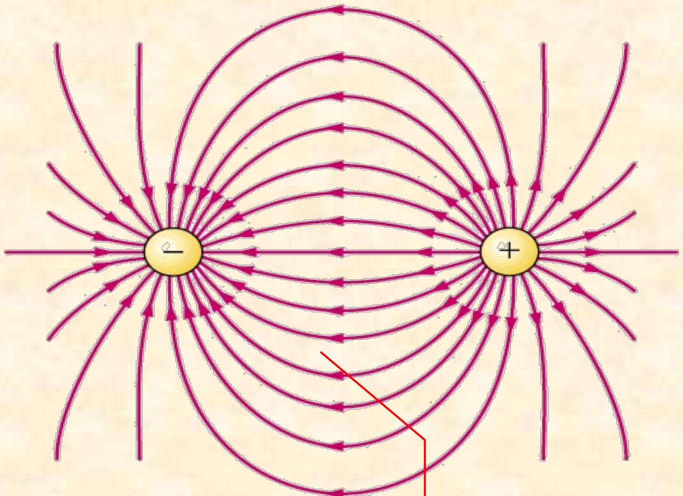


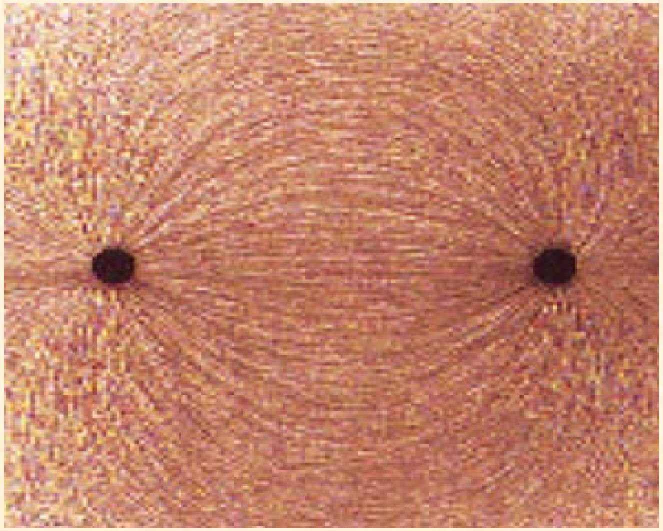
Dos cargas iguales



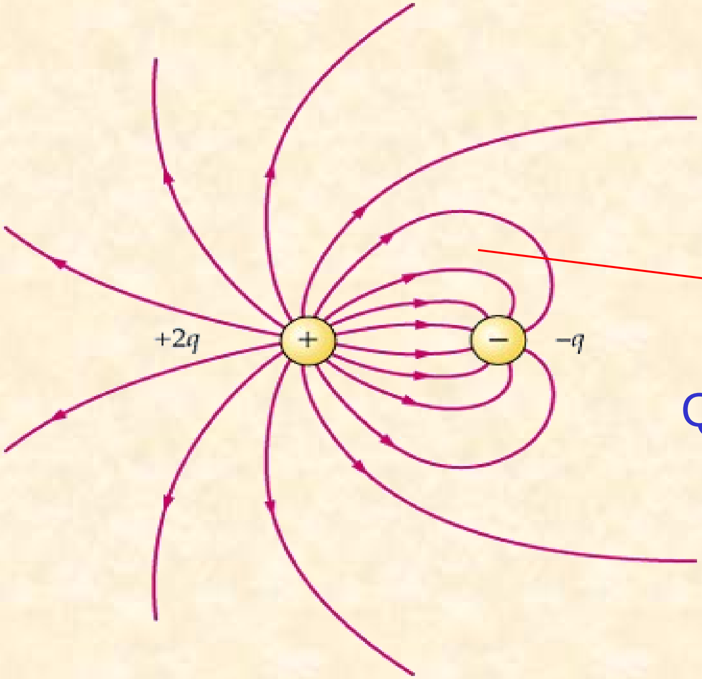


Ejemplos de Líneas de Campo Eléctrico





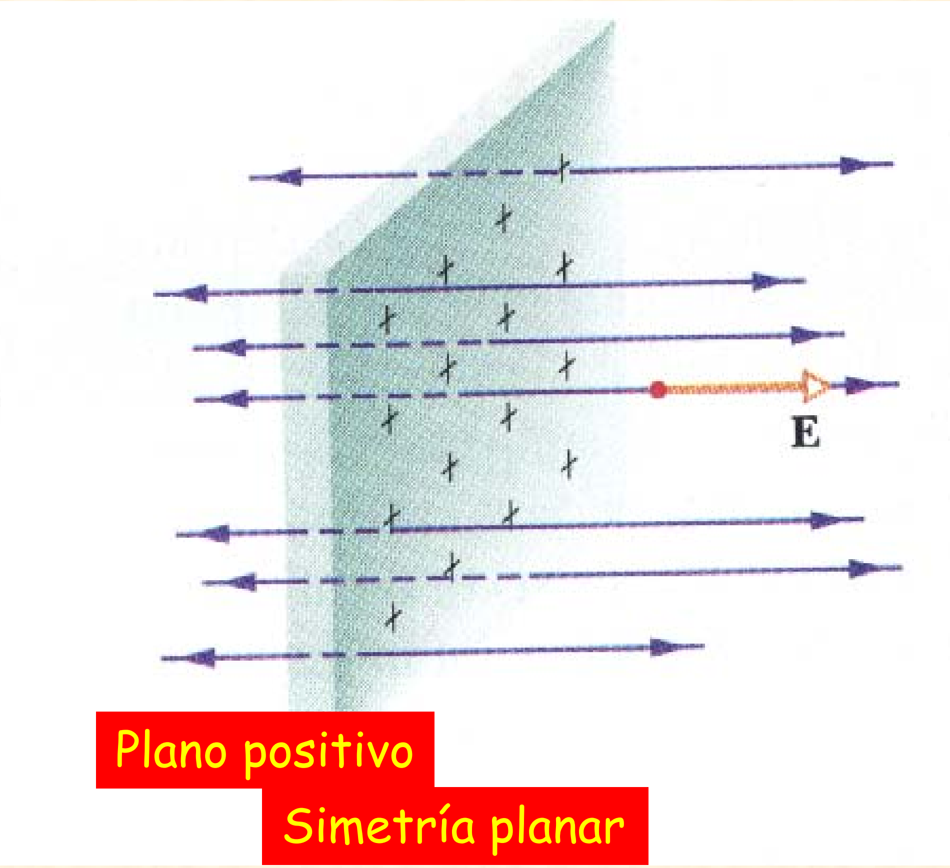
Dipolo
eléctrico



Q(-)+2Q(+)
= Q(+)

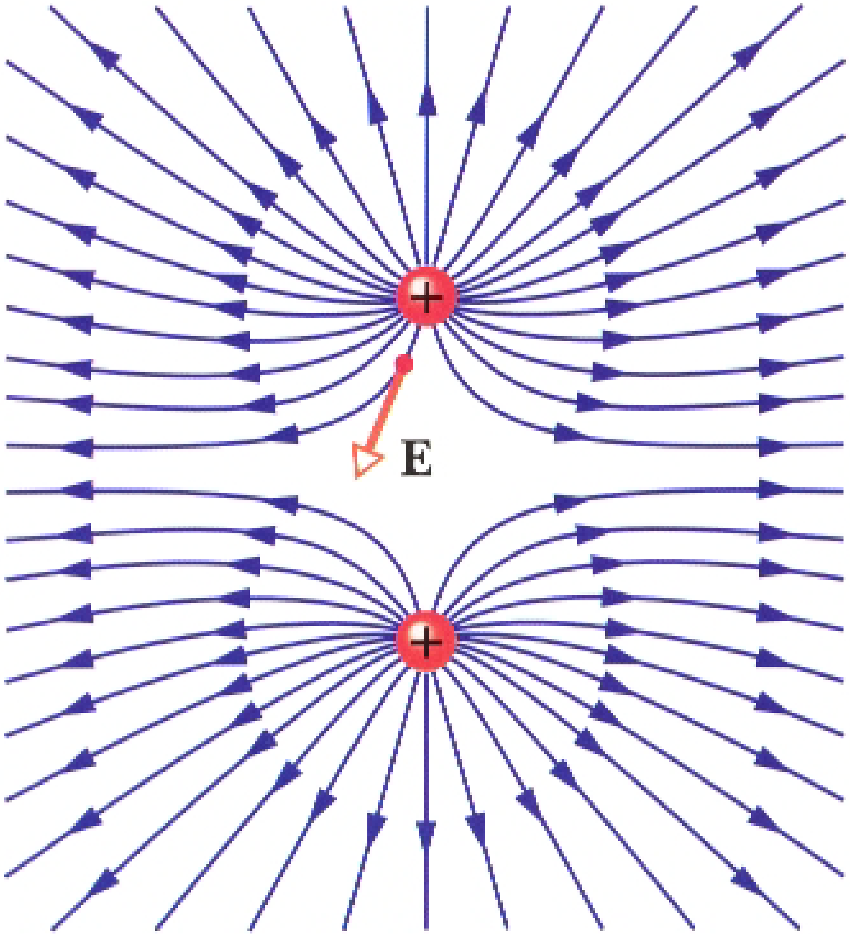
Ejemplos de Líneas de Campo Eléctrico

Líneas de Campo en Esferas y Planos

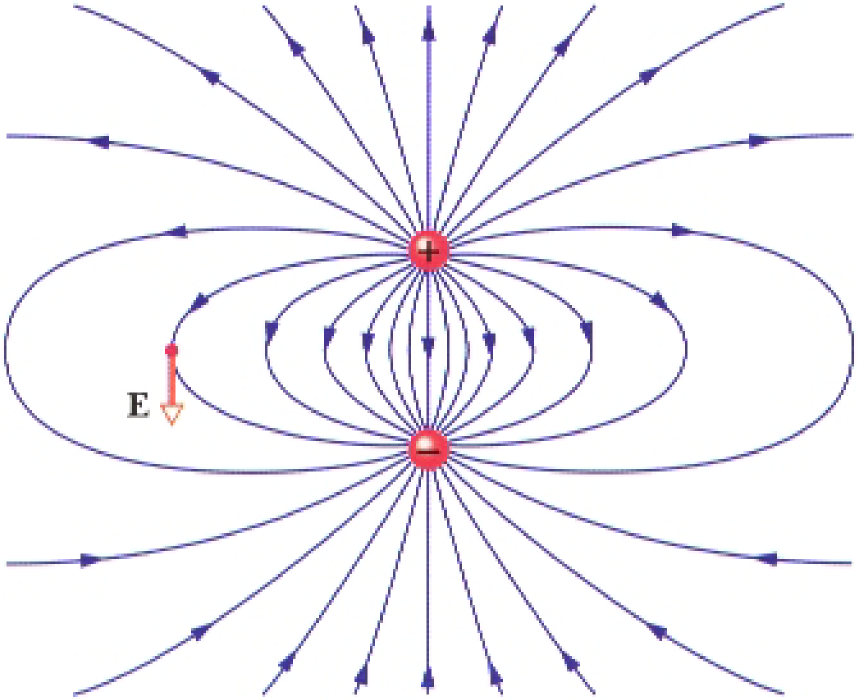


Ejemplos de Líneas de Campo Eléctrico

Líneas de Campo para Dipolos



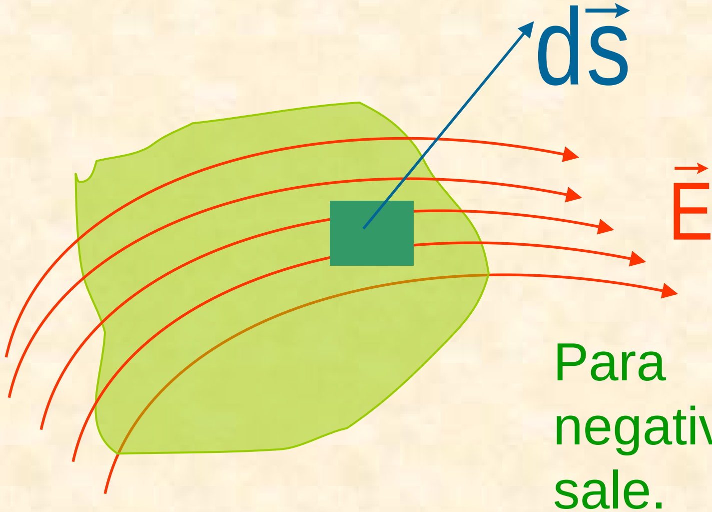
Dos cargas positivas



Carga positiva y carga negativa
Dipolo eléctrico

Flujo Eléctrico

El Flujo Eléctrico da idea del número de Líneas de Campo que atraviesa cierta superficie. Si la superficie considerada encierra una carga, el número de líneas que atraviesa dicha superficie será proporcional a la carga neta.



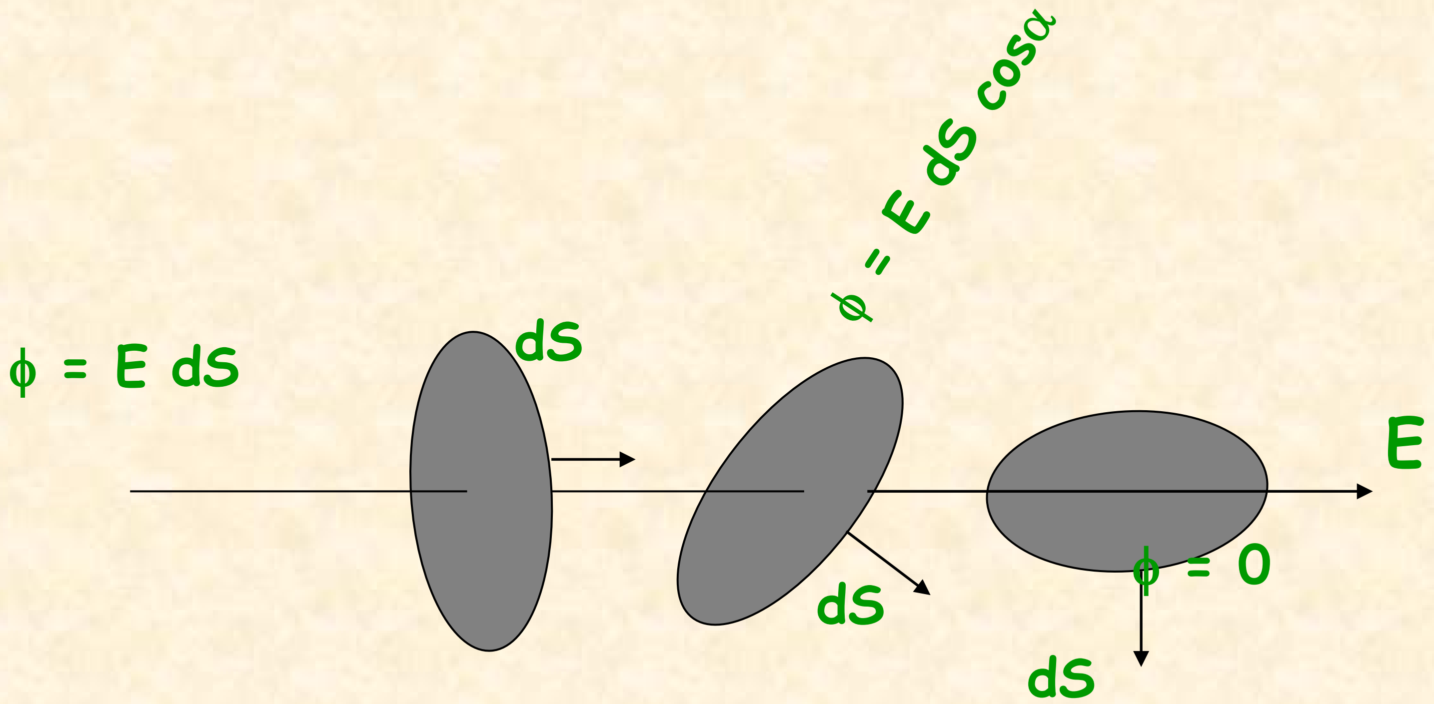
$$\Phi = \int_{s} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Para una superficie cerrada el flujo será negativo si la línea de campo entra y positivo si sale. En general, el flujo neto para una superficie cerrada será

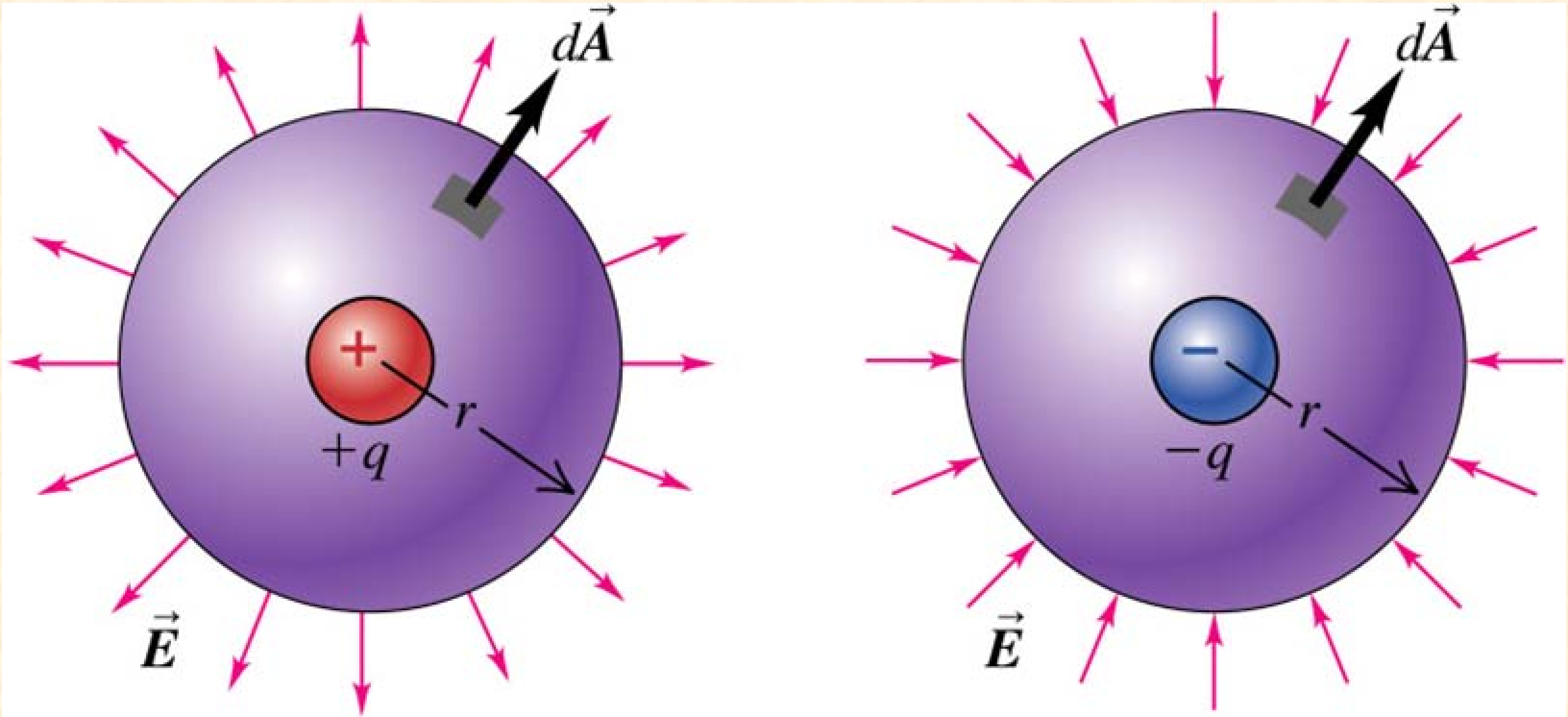
$$\Phi = \oint_{s} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Flujo de un Vector

$$\Phi = \iint \vec{E} . d\vec{S}$$



Superficies Esféricas Gaussianas



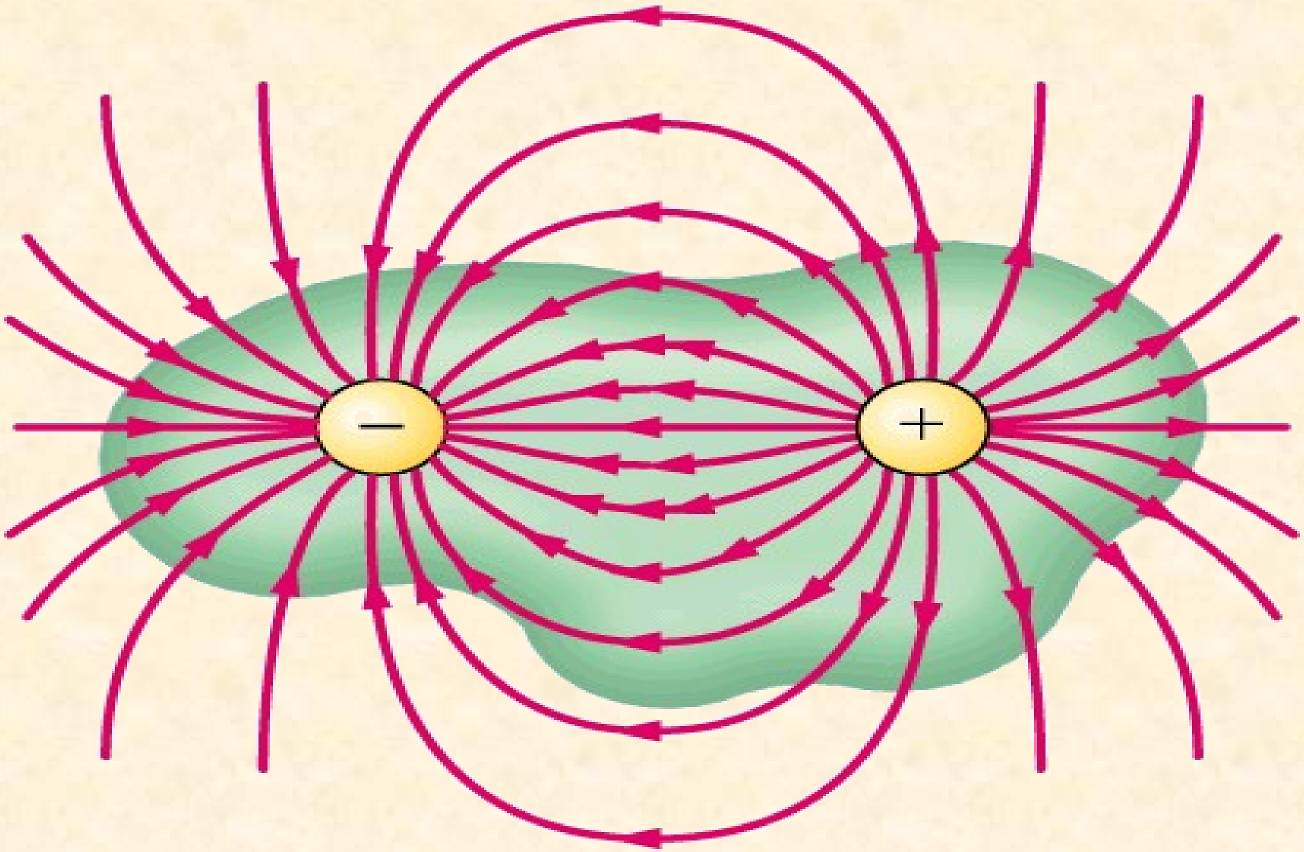
a) Carga Puntual Positiva

Flujo Positivo

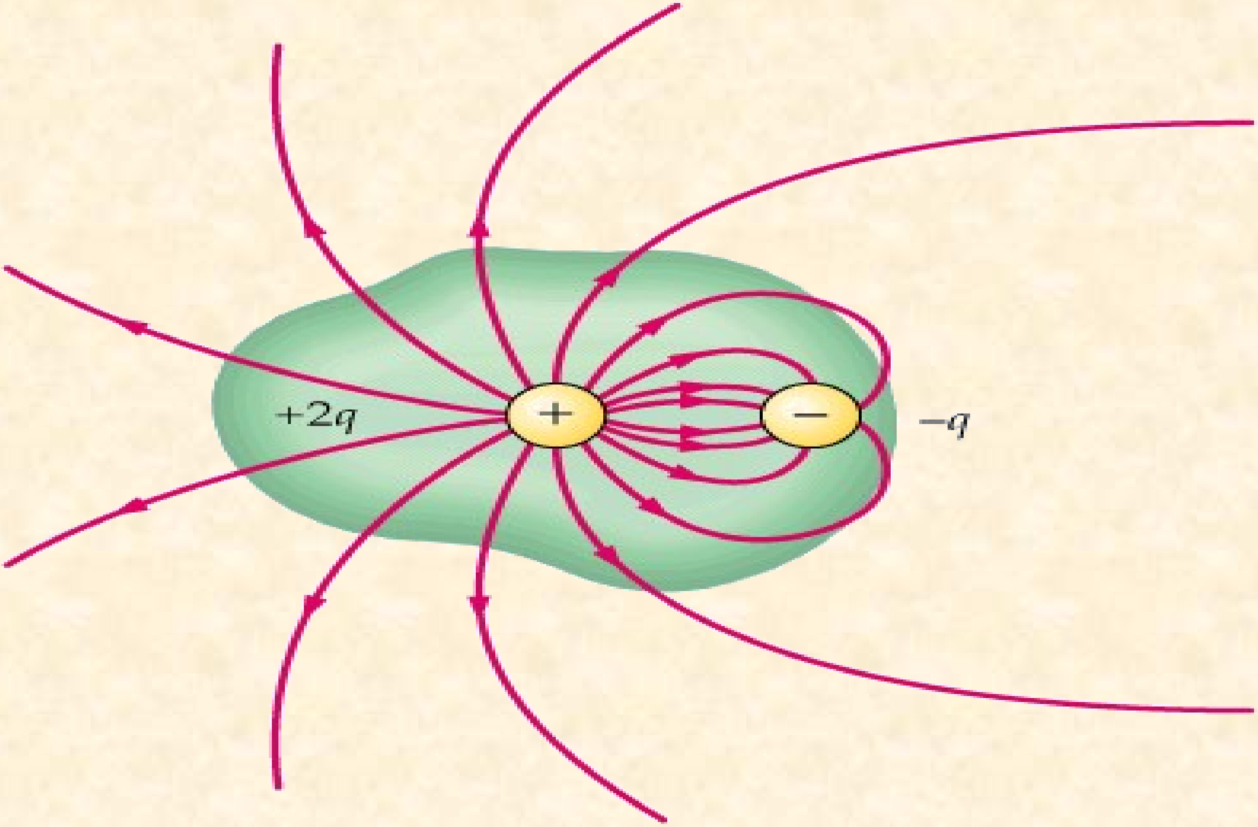
b) Carga Puntual Negativa

Flujo Negativo

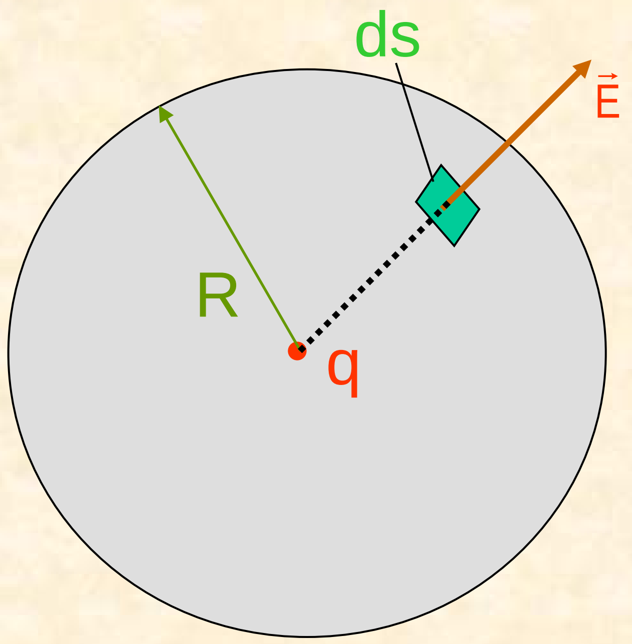
Dipolo Eléctrico encerrado en una superficie de forma arbitraria



Superficie de forma arbitraria que incluye las cargas +2q y −q.



Ejemplo: *Una carga puntual q está situada en el centro de una superficie esférica de radio R. Calcula el Flujo neto de Campo Eléctrico a través de dicha superficie.*



El Campo Eléctrico creado por una carga puntual viene dado por

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

En la superficie de la esfera se cumple que r = R, luego

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\xi_0}\frac{q}{R^2}\vec{u}_r$$

Para calcular el Flujo a través de la superficie esférica, tenemos en cuenta que el Campo Eléctrico es paralelo al vector superficie en cada punto, por lo tanto

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint k \frac{q}{R^2} ds = k \frac{q}{R^2} \oint ds$$

El área de una superficie esférica viene dada por $S = 4\pi R^2$, luego

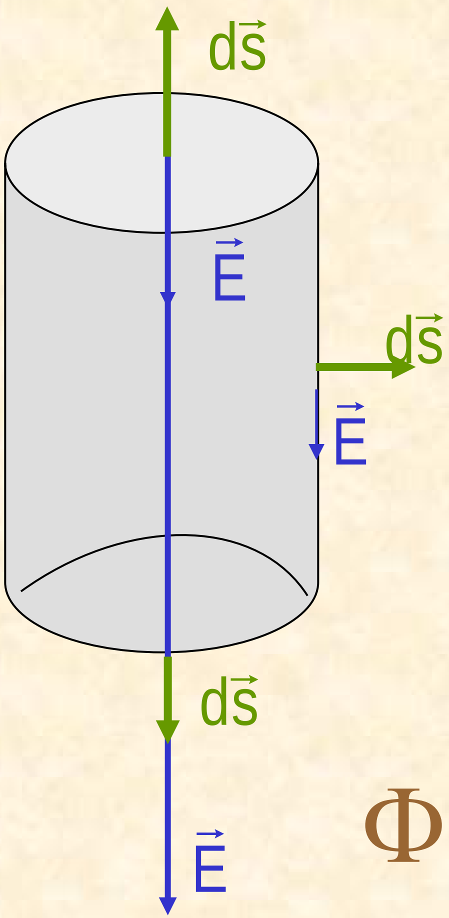
$$\Phi = \frac{k\,q}{R^2} 4\pi R^2$$

<u>Independiente de R</u>

Flujo total

$$\Phi = 4\pi k\, q$$

Ejemplo: *Supongamos un cilindro de radio R colocado en el seno de un campo eléctrico uniforme con su eje paralelo al campo. Calcula el Flujo de Campo Eléctrico a través de la superficie cerrada.*



El flujo total es la suma de tres términos, dos que corresponden a las bases (b1 y b2) mas el que corresponde a la superficie cilíndrica. En ésta última el flujo es cero ya que los vectores superficie y campo son perpendiculares. Así

$$\Phi = \int_{b1} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{b2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Phi = \int E\, ds \cos\pi + \int E\, ds \cos 0$$

$$\Phi = 0$$

El flujo sólo es proporcional a la carga que encierra una superficie, no a la forma de dicha superficie.

Ley (o Teorema) de Gauss

- La ley de Gauss constituye una de las leyes fundamentales de la Teoría Electromagnética.

- Se trata de una relación entre la carga encerrada en una superficie y el flujo de su Campo Eléctrico, a través de la misma.

- Constituye un medio para obtener expresiones de Campos Eléctricos, con suficientes condiciones de simetría.

Ley de Gauss ¿Cuándo se usa?

- Sólo es útil para situaciones donde hay mucha simetría.

- Hay que usar la simetría para saber dónde E es constante y cuál es su dirección.

- Hay que seleccionar una superficie cerrada en la cual:
  - E sea constante y perpendicular a la superficie.

  ó
  - donde el Flujo (producto escalar) sea cero (**E** paralelo a la Superficie = **E** perpendicular al diferencial de superficie).

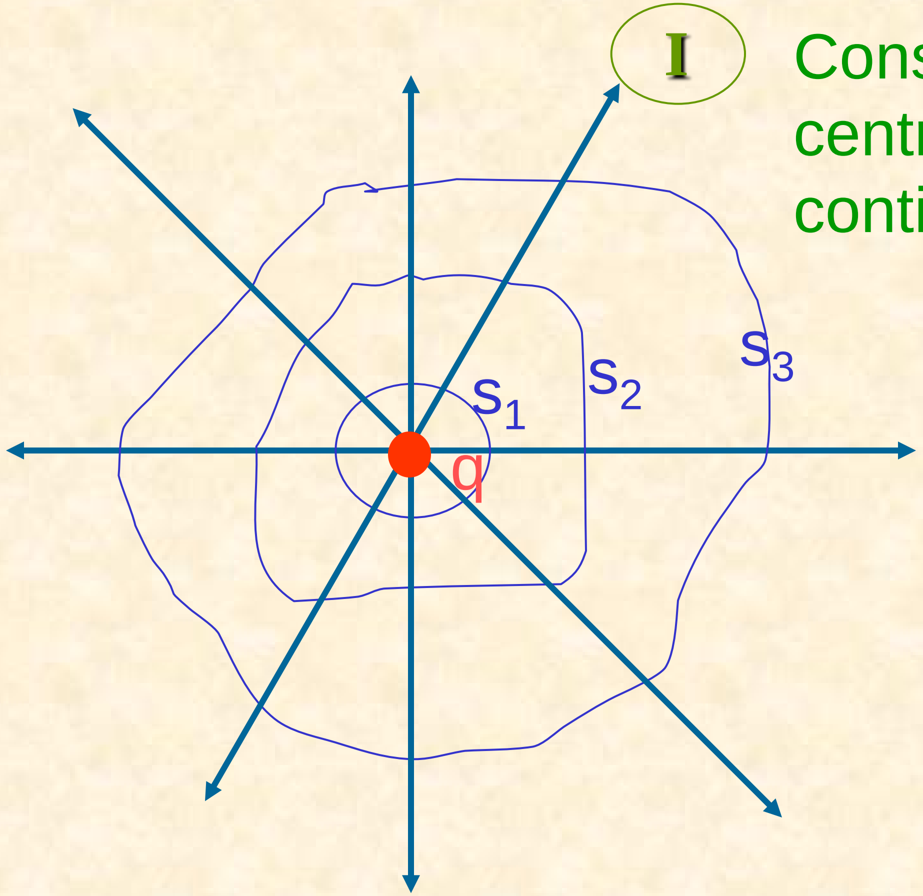
Ley de Gauss

Esta Ley da una relación general entre el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada y la carga encerrada por ella.

El Flujo Neto a través de una superficie esférica viene dado por

$$\Phi = 4\pi k q$$

Vamos a comprobar que este Flujo es independiente de la forma de la distribución. Sólo depende de la carga que haya en el interior.



Consideremos varias superficies centradas en una esférica que contiene una carga q.

El Flujo a través de la superficie esférica es

$$\Phi = 4\pi k q = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

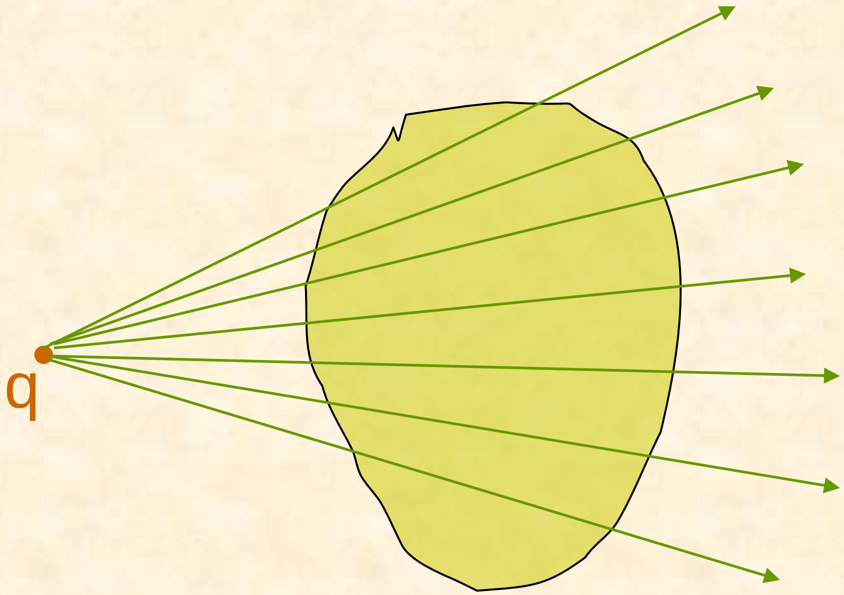
Como el número de líneas que atraviesan las tres superficies es el mismo, se cumple que

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3$$

Por lo tanto el Flujo es independiente de la forma de la superficie.

II

Supongamos ahora una carga q próxima a una superficie cerrada de forma arbitraria. En este caso el número neto de líneas de campo que atraviesa la superficie es cero (entran el mismo número de líneas que salen), por lo tanto



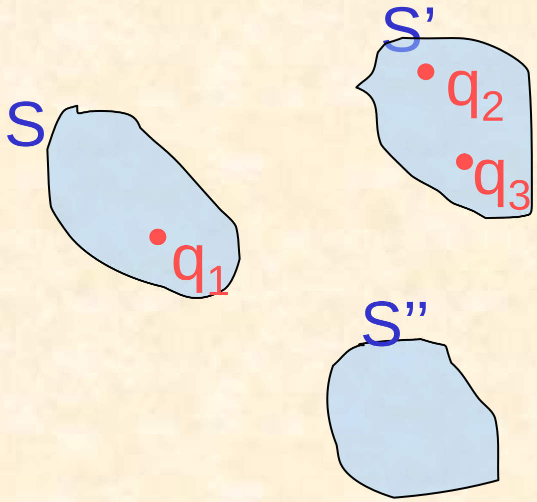
$$\Phi = 0$$

El flujo a través de una superficie que no encierra carga es nulo.

Generalización de los Resultados

Para distribuciones de carga, ya sean discretas o continuas, podemos aplicar el principio de superposición.

Ejemplo:



$$\Phi(S) = \frac{q_1}{\varepsilon_o}$$

$$\Phi(S') = \frac{(q_2 + q_3)}{\varepsilon_o}$$

$$\Phi(S'') = 0$$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_o}$$

Enunciado de la Ley de Gauss

El Flujo Eléctrico neto a través de cualquier superficie Gaussiana cerrada es igual a la carga neta que se encuentre dentro de ella, dividida por la permitividad del vacío.

Esta ley sólo puede aplicarse a problemas con gran simetría.

- Procedimiento para aplicar el Teorema de Gauss

Dada una distribución de carga, buscar una superficie gaussiana que cumpla estas condiciones

$\vec{E}$ paralelo a $d\vec{s}$

$\vec{E}$ constante

en todos los puntos de la superficie

El Flujo Eléctrico a través de una superficie cerrada viene dado por

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_o}$$

Si la superficie cerrada gaussiana cumple las dos condiciones anteriores

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint E\, ds = E \oint ds = E\, s$$

Por lo tanto

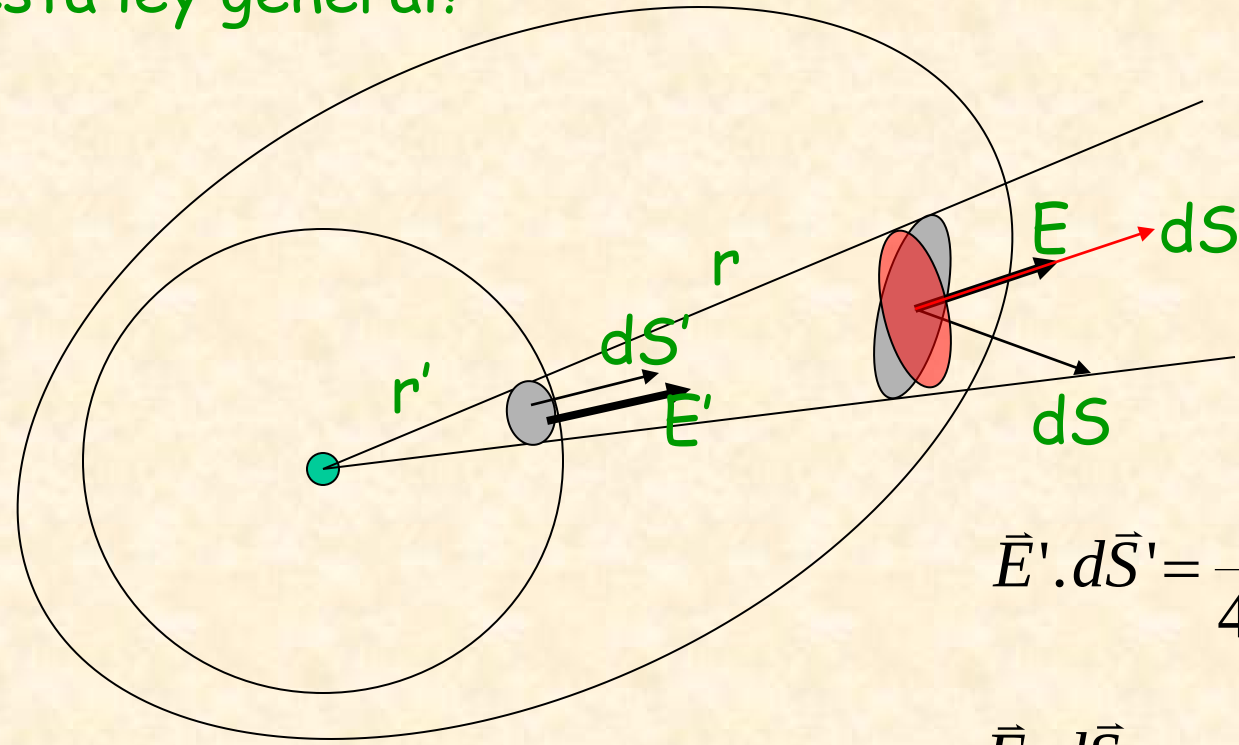
$$E\, S = \frac{q_{int}}{\varepsilon_o}$$

S es el área de la superficie gaussiana

q_{int} es la carga neta encerrada en dicha superficie

Es esta ley general?

$$\oint\!\!\oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



Ley de Gauss

$$\vec{E}'.d\vec{S}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r'^2}\breve{r}.d\vec{S}'$$

$$\vec{E}.d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\breve{r}.d\vec{S}$$

$$\frac{\breve{r}.d\vec{S}'}{r'^2} = \frac{r.d\vec{S}}{r^2} \Rightarrow \oint\!\!\oint \vec{E}'.d\vec{S}' = \oint\!\!\oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Vale para cualquier superficie cerrada

El flujo del vector Campo Eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga encerrada por esa superficie dividido por la permitividad del vacío.

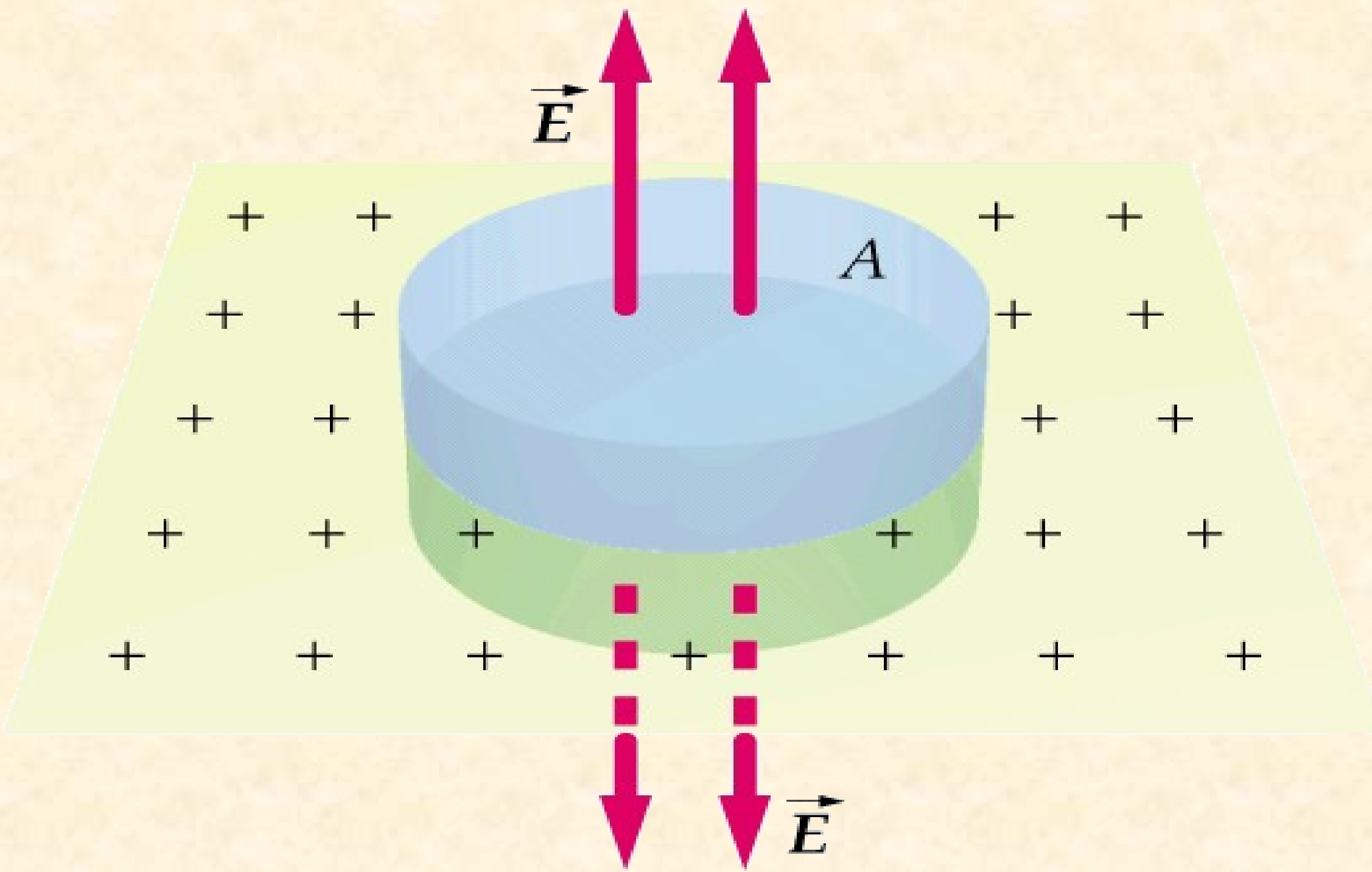
Guía para aplicar la Ley de Gauss

- Identificar al Campo Eléctrico y representarlo con líneas de campo.
  - ✓ En los casos de cargas estáticas en sólidos, el Campo Eléctrico tiene dirección perpendicular a la superficie.
- Seleccionar la superficie gaussiana acorde a la simetría.
  - ✓ Que pase por los puntos donde se desea conocer la magnitud de E
  - ✓ Que sea cerrada.
  - ✓ Que E sea constante en los puntos de la superficie.
  - ✓ Que E sea paralelo a la superficie en las partes donde no es constante.
- La integral lleva directo a una expresión algebráica que contiene E.
- Calcular la Carga Neta encerrada por la superficie.
  - ✓ En ocasiones será necesario calcularla a partir de alguna densidad de carga.
- Aplicar la ley de Gauss.

Ley de Gauss: una de las cuatro ecuaciones de Maxwell

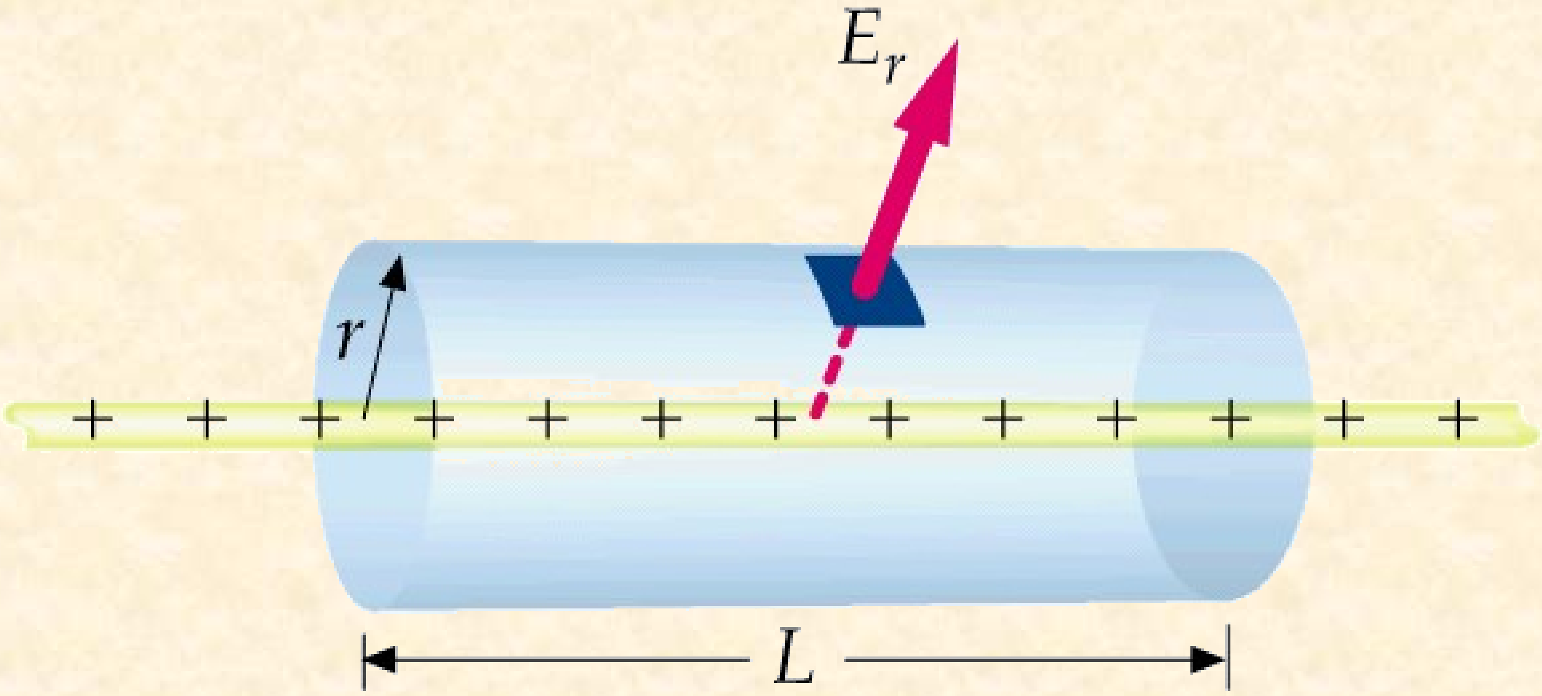
Ejemplo

Campo Eléctrico próximo a un Plano Infinito de Carga



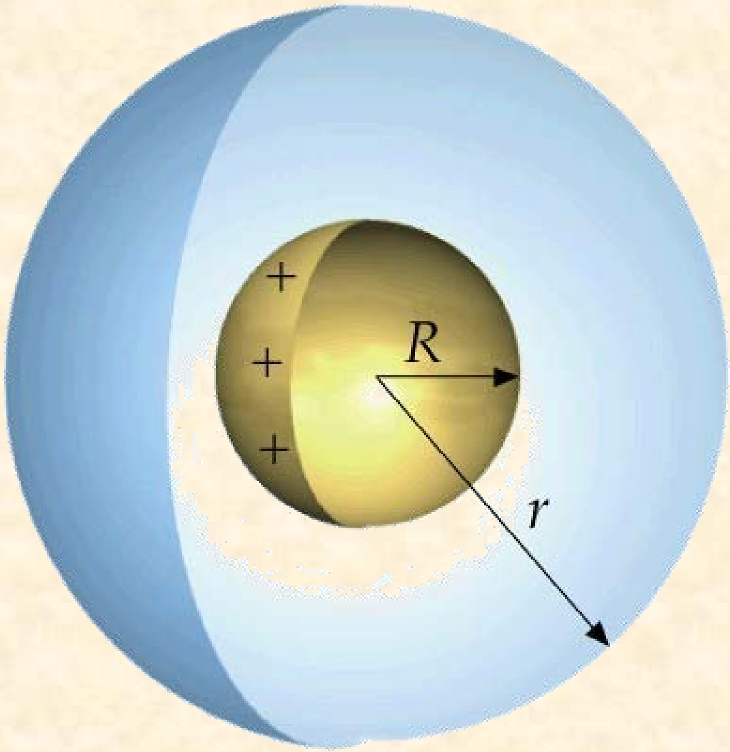
Ejemplo

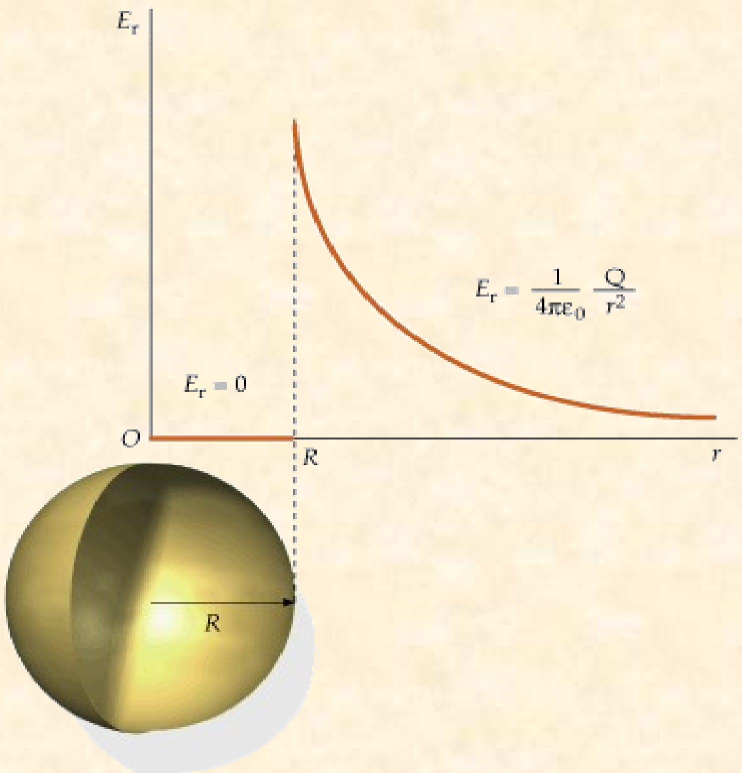
Campo Eléctrico a una distancia r de una Carga Lineal infinitamente larga de densidad de carga uniforme.



Ejemplo

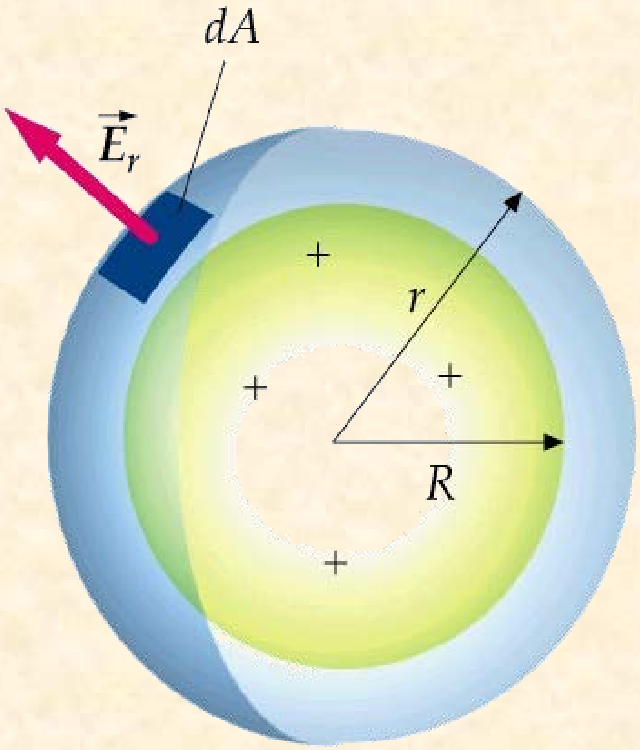
Campo Eléctrico debido a una corteza esférica uniformemente cargada.

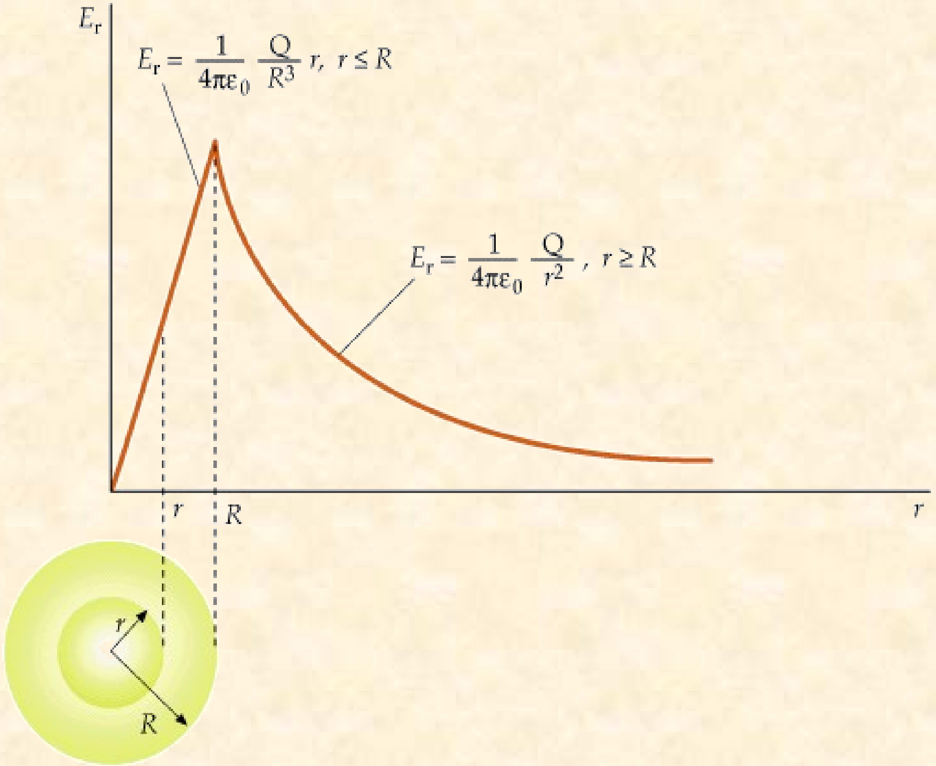




Ejemplo

Campo Eléctrico debido a una Esfera Uniformemente Cargada

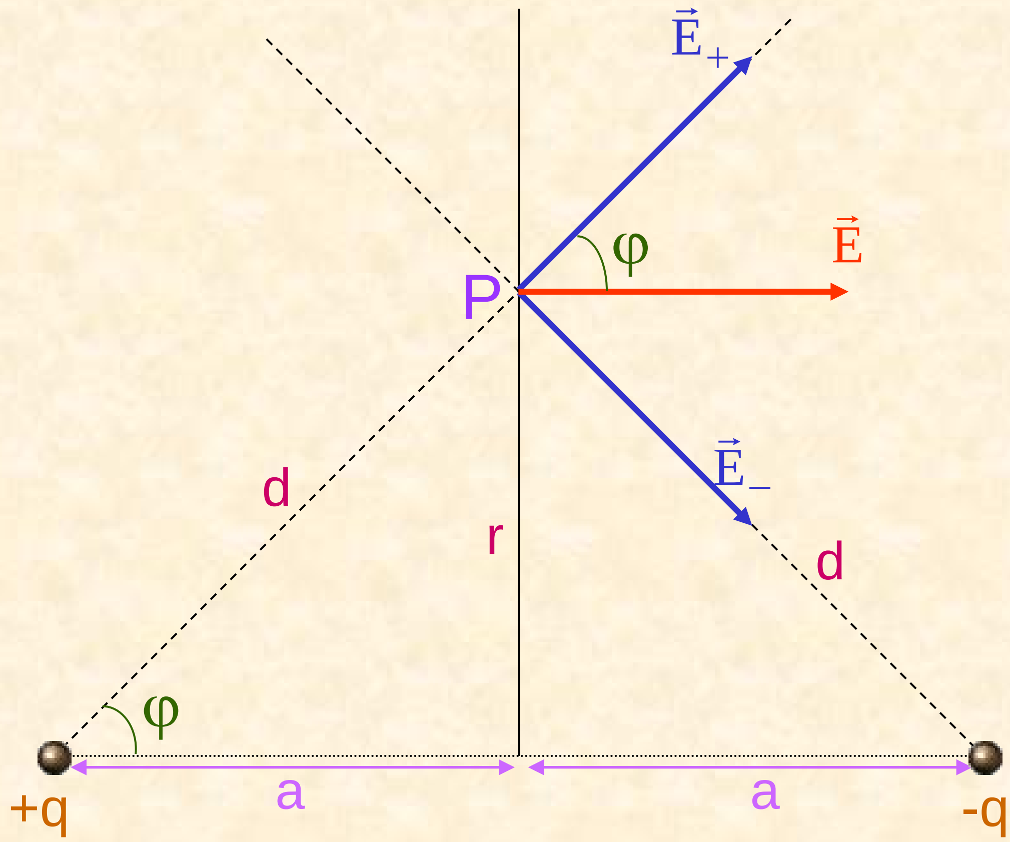




Ejemplo

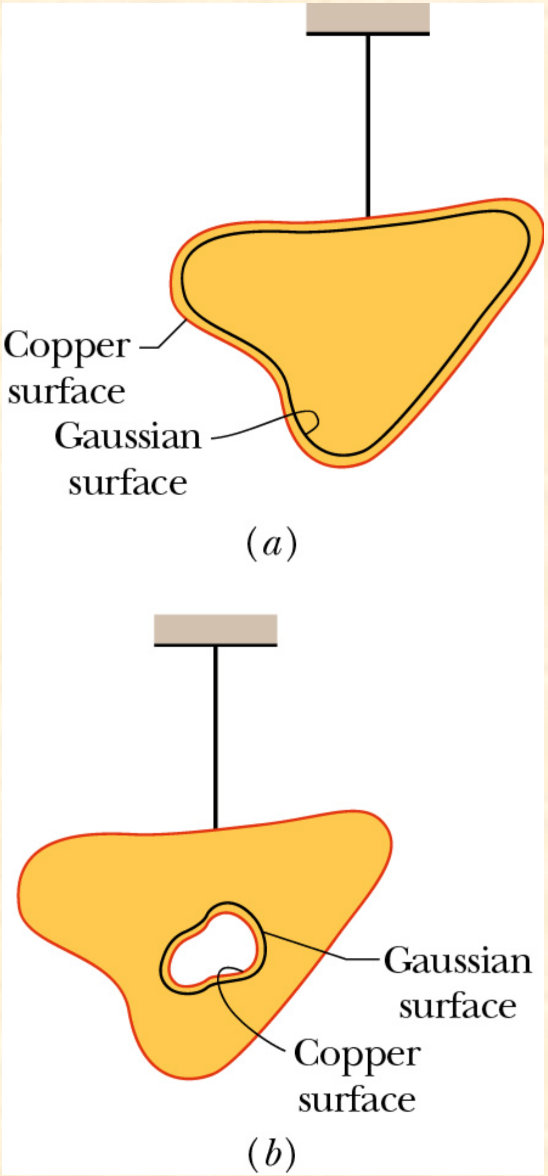
Dipolo Eléctrico

Cálculo del Campo Eléctrico en un punto de la mediatriz de la línea que une ambas cargas.

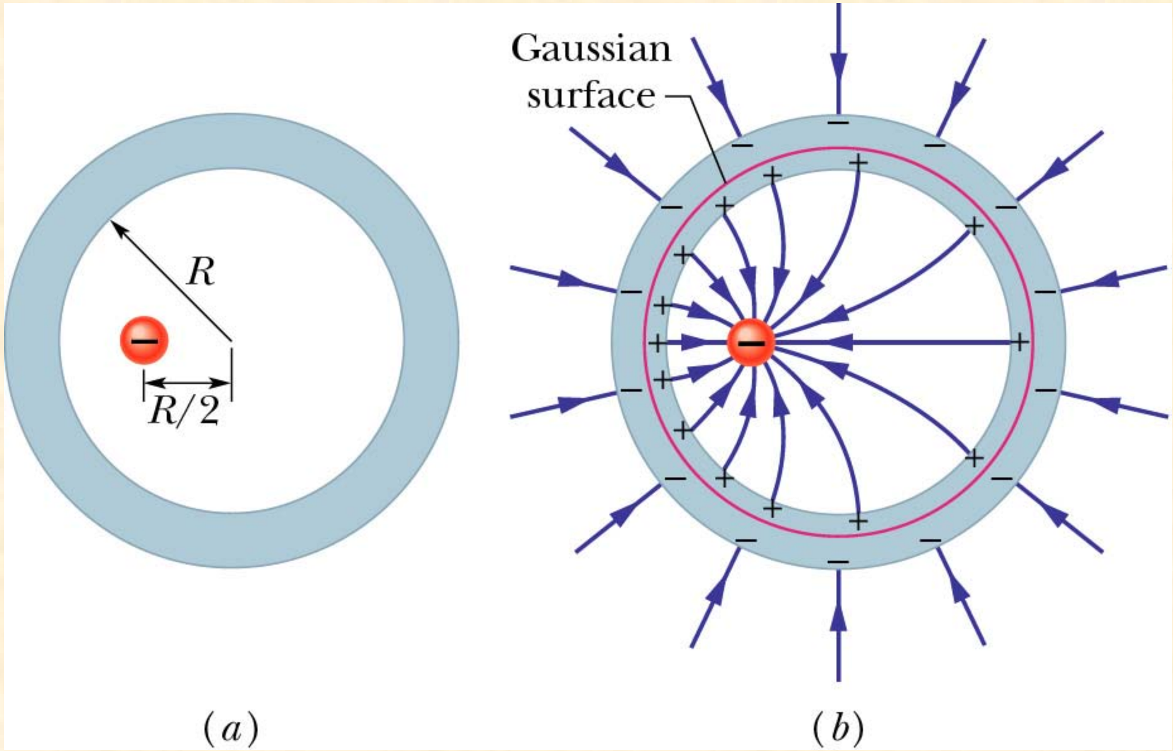


Un Conductor Aislado Cargado

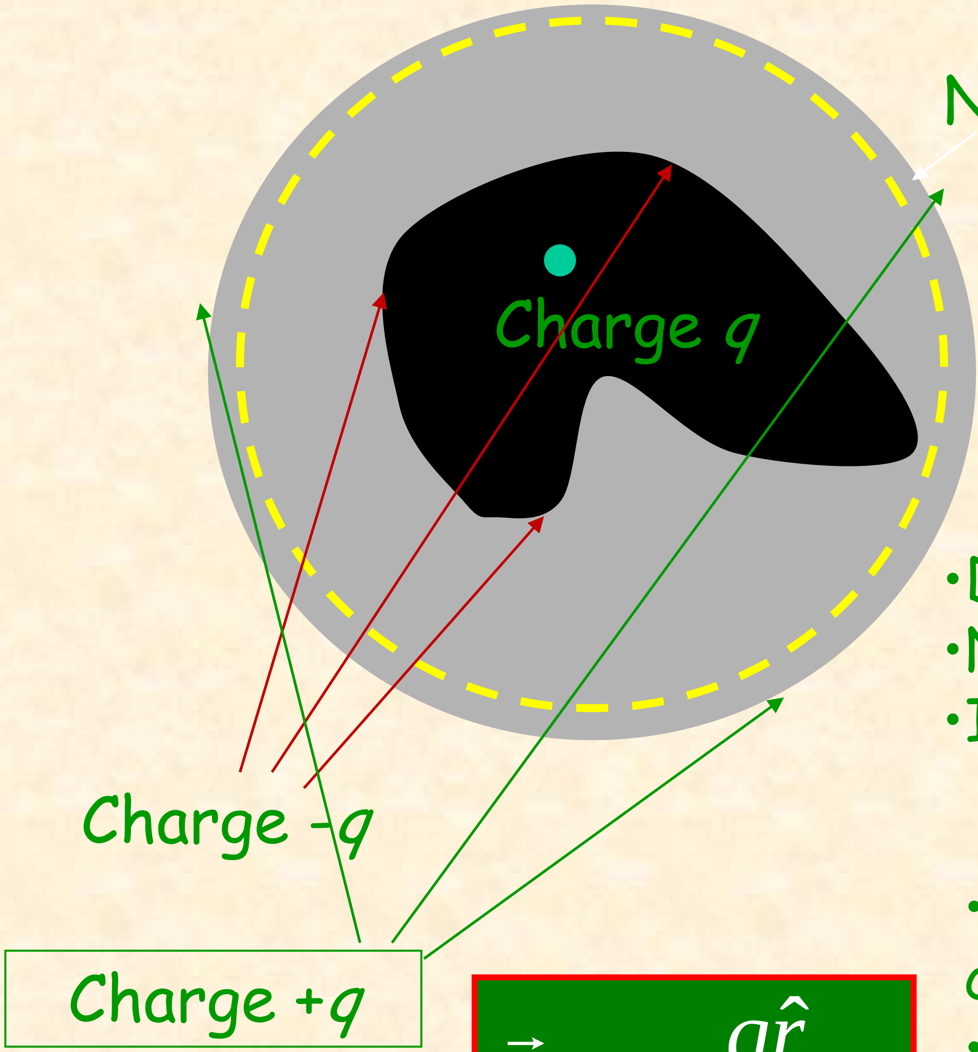
Si un exceso de cargas es colocado en un conductor aislado, esa cantidad de carga se moverá completamente a la superficie del conductor. Nada del exceso de carga se encontrara dentro del cuerpo del conductor.



Cargas en cavidades (Cargas inducidas)



Conductors shield charges



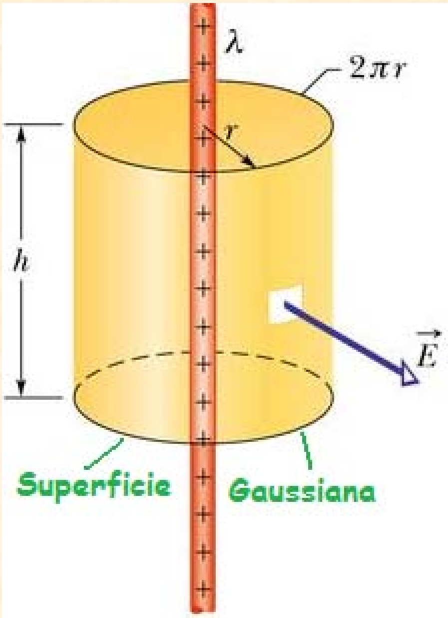
- What is electric field outside the spherical conductor?

- Dibuje una Superficie Gaussiana
- No electric field – no charge
- Inner charge is hidden – except

- Charge $+q$ on outside to compensate
- Charge distributed uniformly

$$\vec{E} = \frac{q\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Ejemplo de aplicación de la ley de Gauss
Linea recta e infinita de Carga

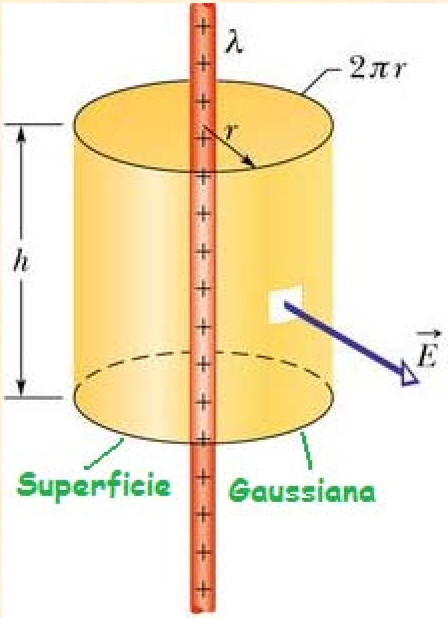


- Lo de infinita es importante porque es lo que nos permite decir que todos los puntos en los lados de nuestra superficie Gaussiana cilíndrica (en amarillo) tienen la misma magnitud de E. En la práctica, por supuesto, no existen lineas infinitas pero el resultado que obtengamos será una buena aproximación al caso de puntos que quedan cerca de una linea de carga finita.
- En una situación como esta con un punto y una linea, la única dirección definida por la realidad física es la dirección radial (coordenadas cilíndricas). E tiene que ser en esa dirección.
- Nuestra superficie Gaussiana tiene lados y dos tapas. En las tapas E no es constante pero es perpendicular a E así que la integral sobre las tapas es cero y la integral sobre los lados es

$$\epsilon_0 E(2\pi rh)$$

- Ese resultado es siempre igual para toda simetría cilíndrica.

Ejemplo de aplicación de la ley de Gauss
Linea recta e infinita de Carga



Como siempre, la solución al problema particular se reduce a determinar la carga dentro de la superficie. En este caso resulta ser λh donde λ es la densidad lineal de carga.

Así que la ecuación de la ley de Gauss se convierte en este problema en

$$\epsilon_0 E(2\pi rh) = \lambda h,$$

y resolviendo por E obtenemos

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

o sea el campo disminuye con la primera potencia de r no con la segunda.

Esto quizás no debe extrañarnos ya que tenemos una carga mucho más grande que una carga puntiforme.
Para el caso de una linea de longitud L con carga total Q, entonces λ = Q / L y nuestro resultado es correcto sólo para puntos donde r << L y que quedan lejos de los extremos de la línea.

Aplicación de la ley de Gauss, simetría cilíndrica

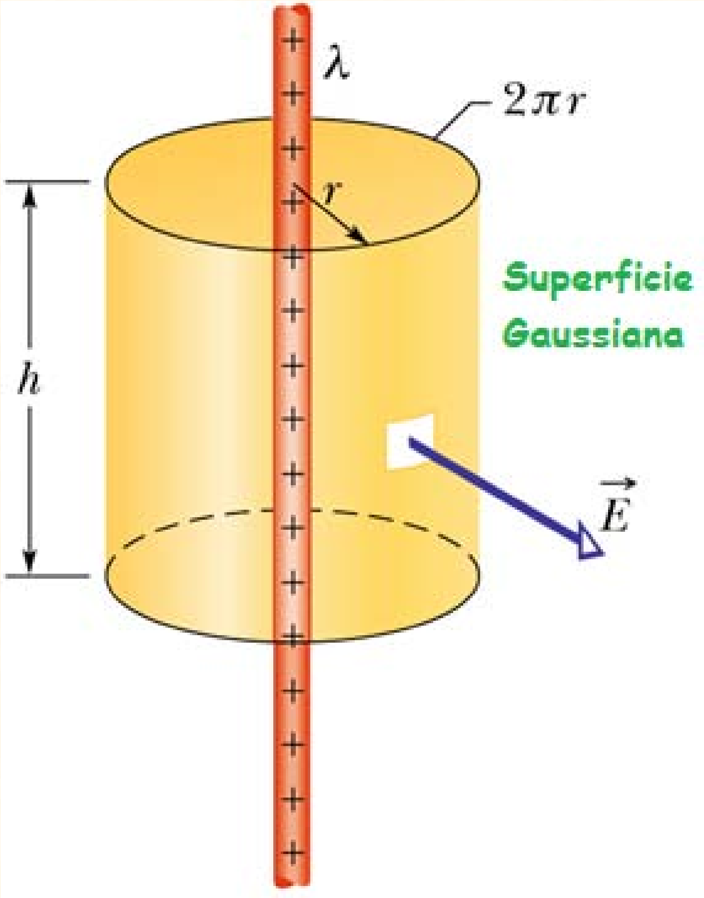
$$\Phi = EA\cos\theta$$

$$= E(2\pi rh)\cos 0 = E(2\pi rh)$$

$$\varepsilon_0 \Phi = q_{enc}$$

$$\varepsilon_0 E(2\pi rh) = \lambda h$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

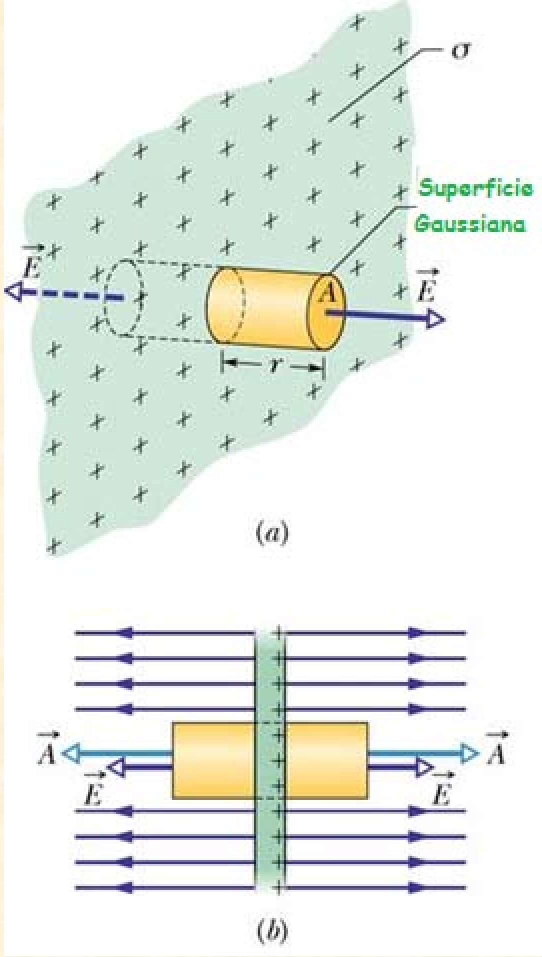


Para una línea infinita, con densidad lineal de carga uniforme, el campo eléctrico en cualquier punto p, es perpendicular a la línea de carga y de magnitud:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Donde r es la distancia perpendicular de la línea de carga al punto.

Aplicación de la Ley de Gauss Simetría Plana



La única dirección especificada por la situación física es la dirección perpendicular al plano. Por tanto, ésta tiene que ser la dirección de E.

Puntos que quedan en planos paralelos están equidistantes al plano y tienen un campo E de la misma magnitud

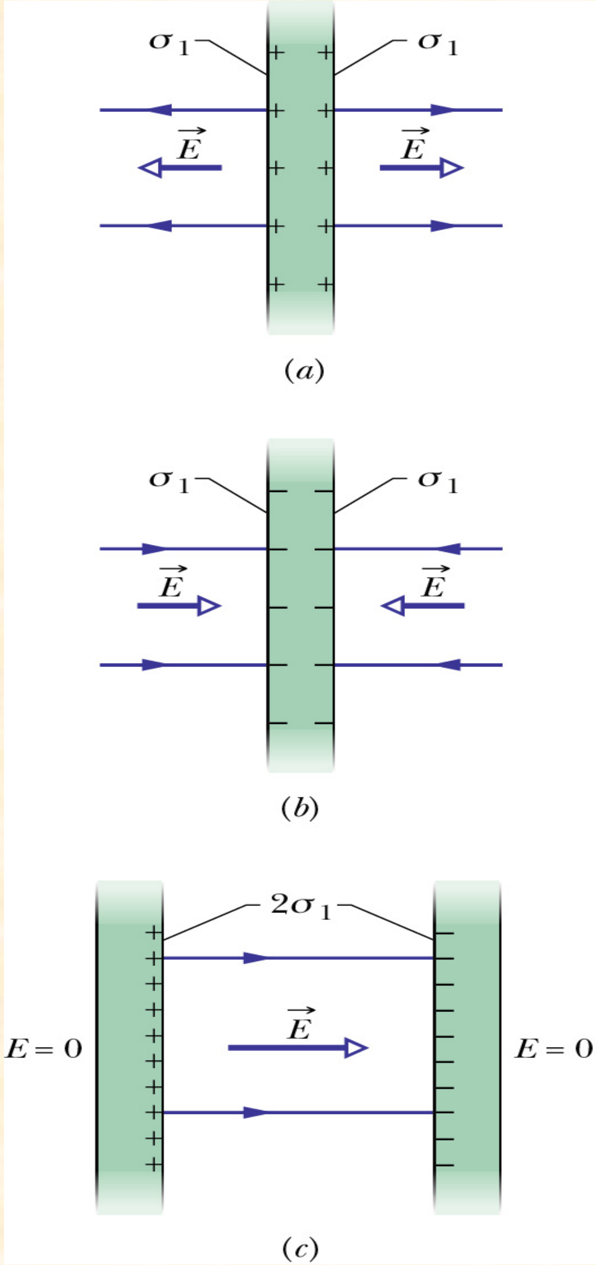
La superficie Gaussiana que usamos tiene tapas que son dos de esos planos paralelos. El flujo a través de la superficie Gaussiana es cero. Los flujos a través de las dos tapas son iguales.

$$\epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A,$$

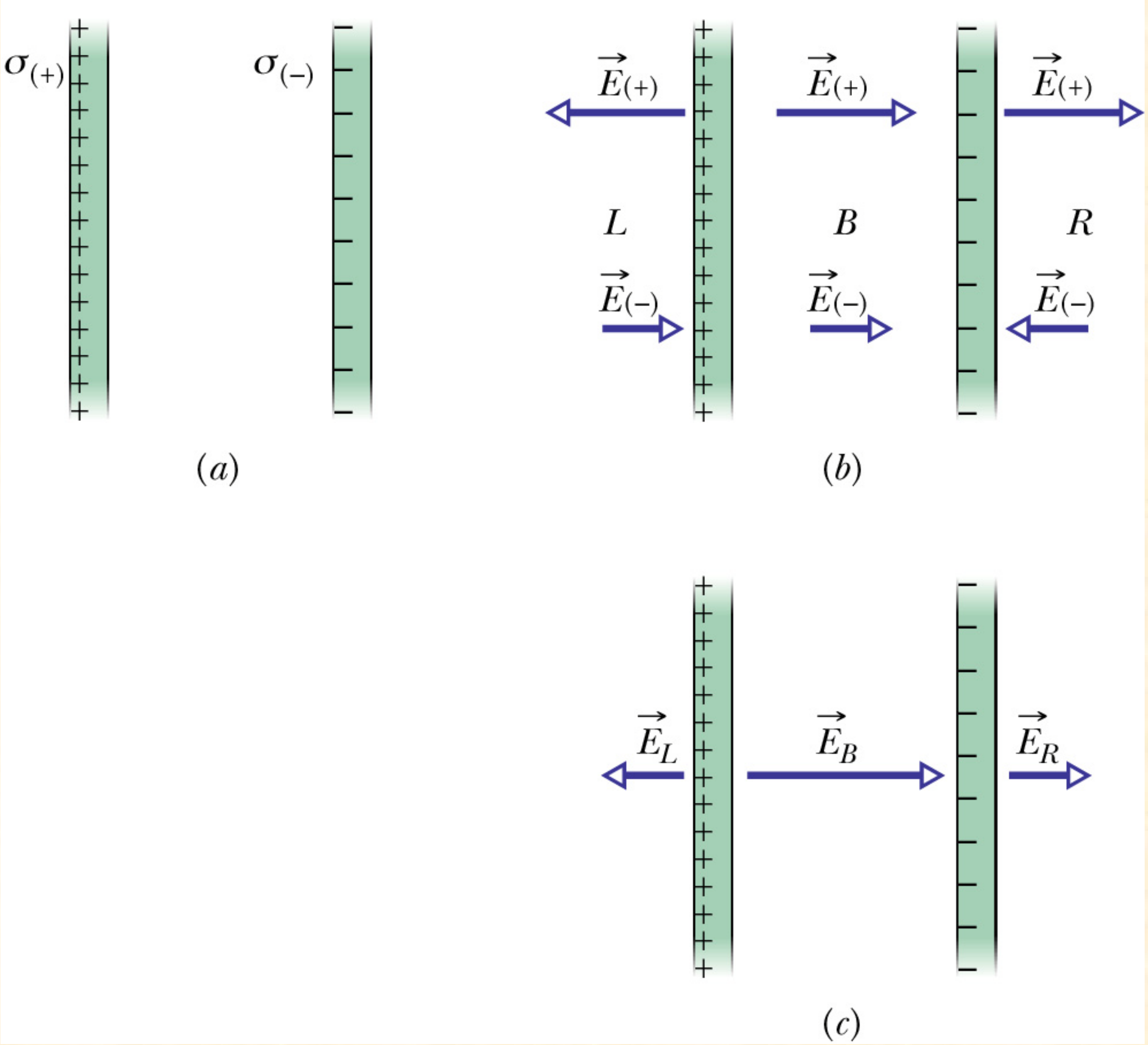
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Dos placas conductoras

$$E = \frac{2\sigma_1}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

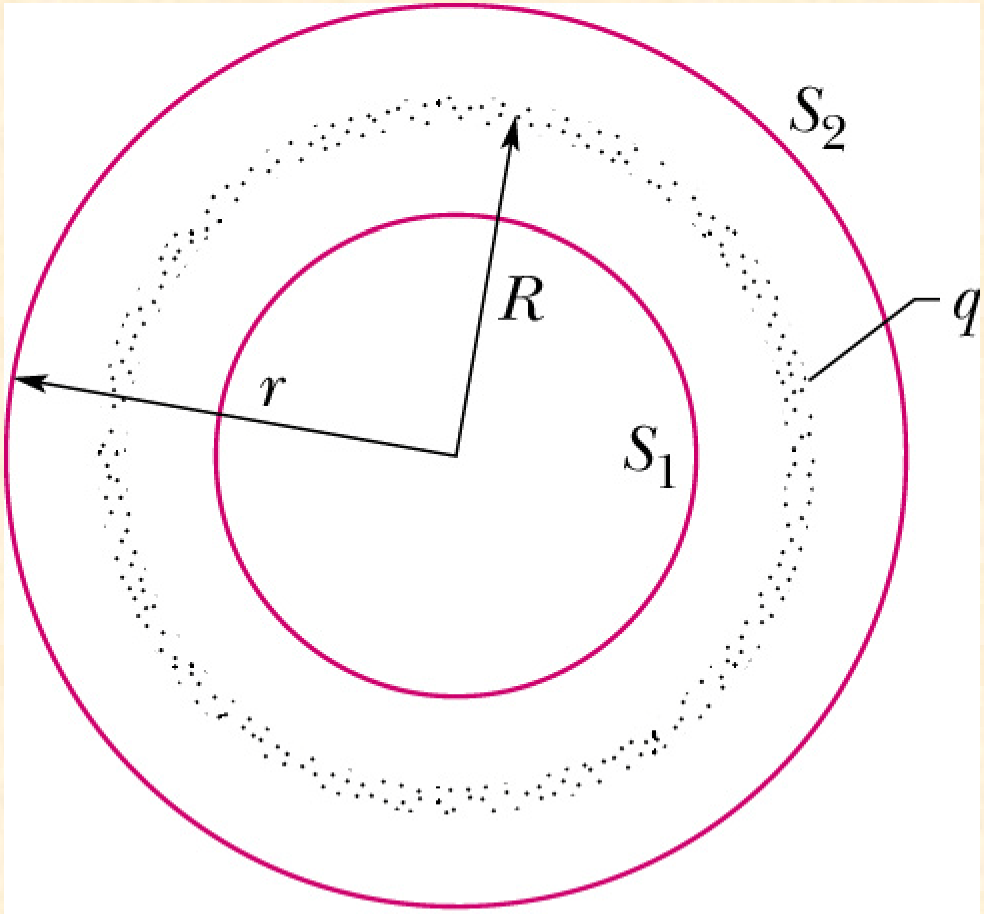


Ejemplo

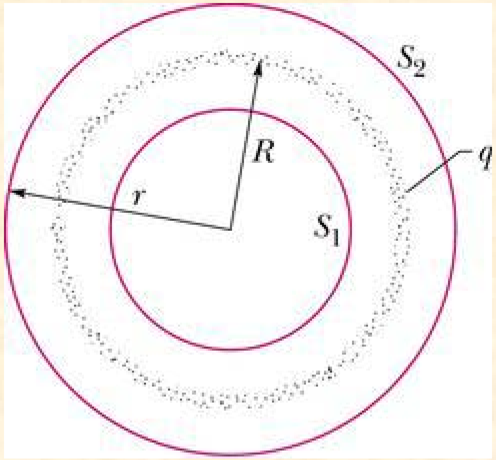


$\sigma_{(+)}$
$\sigma_{(-)}$
$\vec{E}_{(+)}$
$\vec{E}_{(+)}$
$\vec{E}_{(+)}$
L
B
R
$\vec{E}_{(-)}$
$\vec{E}_{(-)}$
$\vec{E}_{(-)}$
(a)
(b)
$\vec{E}_L$
$\vec{E}_B$
$\vec{E}_R$
(c)

Aplicando la ley de Gauss: Cascarón Esférico



Aplicación de la Ley de Gauss - Simetría Esférica -



Cascarón esférico de R .

1) E tiene dirección radial,

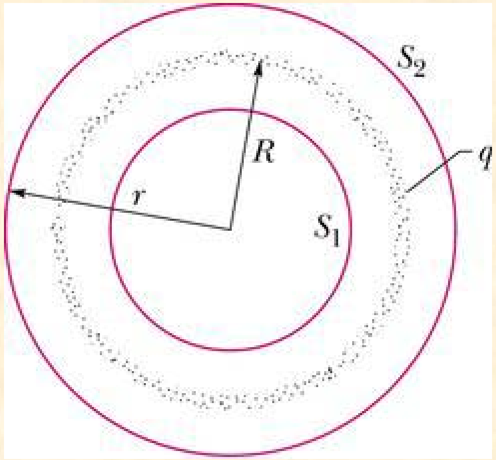
2) La magnitud de **E** es constante en la superficie de cualquier superficie esférica concéntrica con la carga. Es obvio que debe tomarse la superficie Gaussiana como esfera.

3) Por tanto **E** y **da** apuntan en la misma dirección y la integral del lado izquierdo de la ley de Gauss resulta:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E\, dA = \epsilon_0 E\left(4\pi r^2\right)$$

Aplicación de la Ley de Gauss - Simetría Esférica

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E\, dA = \epsilon_0 E\left(4\pi r^2\right)$$



Para cada situación de simetría esférica lo que cambia es el lado derecho de la ley de Gauss. De hecho, esta es diferente aún para diferentes regiones en una misma situación. Así que resolver uno de estos problemas es determinar cuánta carga hay dentro de la Superficie Gaussiana, q_N.

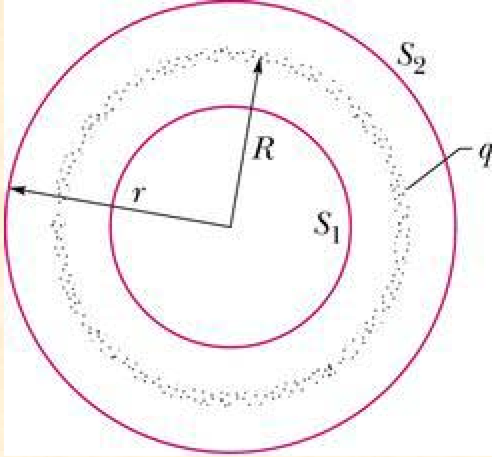
Tomemos el ejemplo de un cascarón esférico de carga q y radio R. (Ver dibujo.) Debemos considerar dos regiones: I) fuera del cascarón y II) dentro del cascarón. Siempre llamamos r a la distancia entre el punto donde queremos calcular E y el centro de simetría. Matemáticamente las regiones se definen como I) $r>R$ y II) $r<R$. Por supuesto, la esfera Gaussiana tiene radio r.

Para la región I, se toma la esfera Gaussiana S_2 . Es obvio que $q_N = q$ ya que esa es la carga adentro de la esfera S_2 . En esta región la carga se comporta como si fuese puntiforme.

Para la región II, tomamos la esfera Gaussiana S_1. Ahora $q_N = 0$ y no hay E dentro de la carga.

Aplicación de la Ley de Gauss - Simetría Esférica

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E\, dA = \epsilon_0 E\left(4\pi r^2\right)$$



Tomemos el ejemplo de un cascarón esférico de carga q y radio R. (Ver dibujo.) Debemos considerar dos regiones:
I) fuera del cascarón y II) dentro del cascarón.
Siempre llamamos r a la distancia entre el punto donde queremos calcular E y el centro de simetría. Matemáticamente las regiones se definen como:
I) $r > R$ y II) $r < R$
Por supuesto, la esfera Gaussiana tiene radio r y es concéntrica.
Para la región I, se toma la esfera Gaussiana S_2. Es obvio que $q_N = q$ ya que esa es la carga adentro de la esfera S_2. En esta región la carga se comporta como si fuese puntiforme.
Para la región II, tomamos la esfera Gaussiana S_1. Ahora $q_N = 0$ y no hay E dentro de la carga.

Cascarón esférico, campo a r $\geq$R

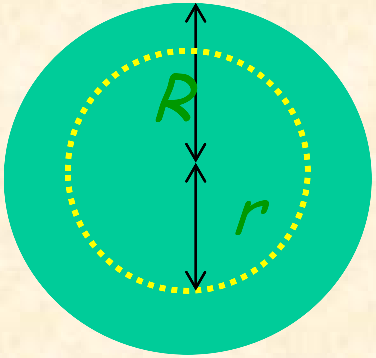
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Campo eléctrico a r $<$R

$$E = 0$$

Aplicación de la ley de Gauss

$$\boxed{E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}}$$



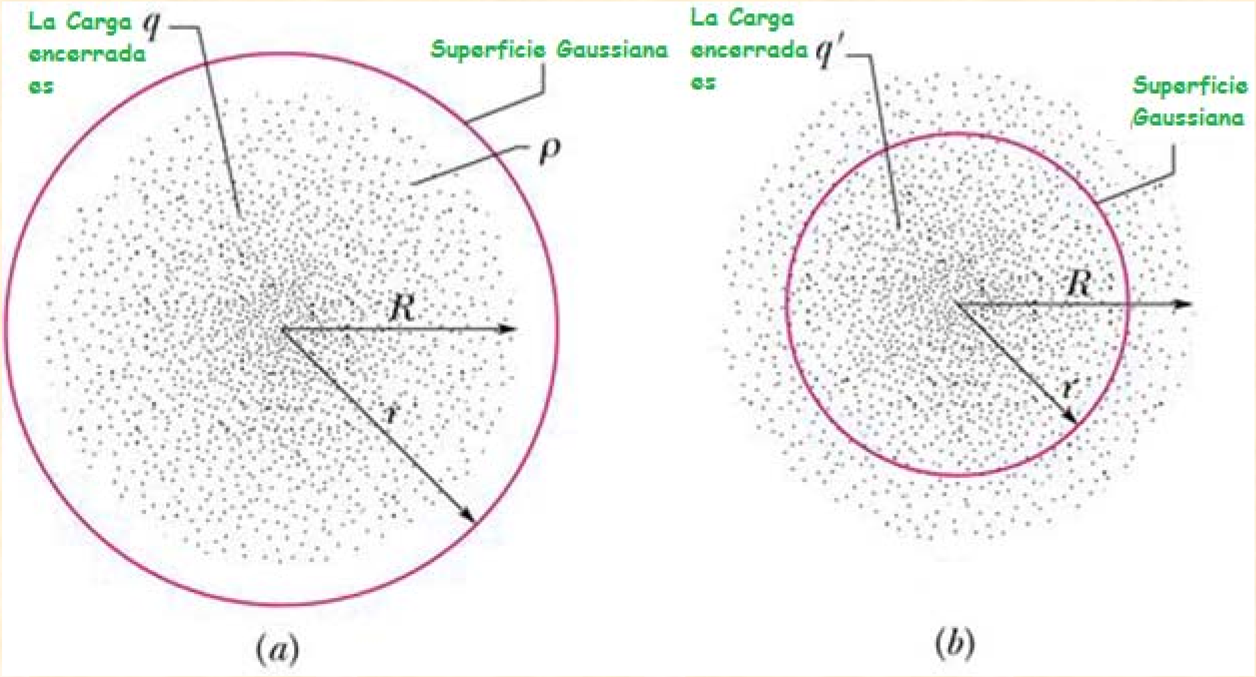
V = $4\pi R^3/3$

$A = 4\pi R^2$

•Esfera de radio R y ρ constante . ¿Cuál es el campo en el interior?

•Se escoge una superficie gaussiana esférica de radio r<R

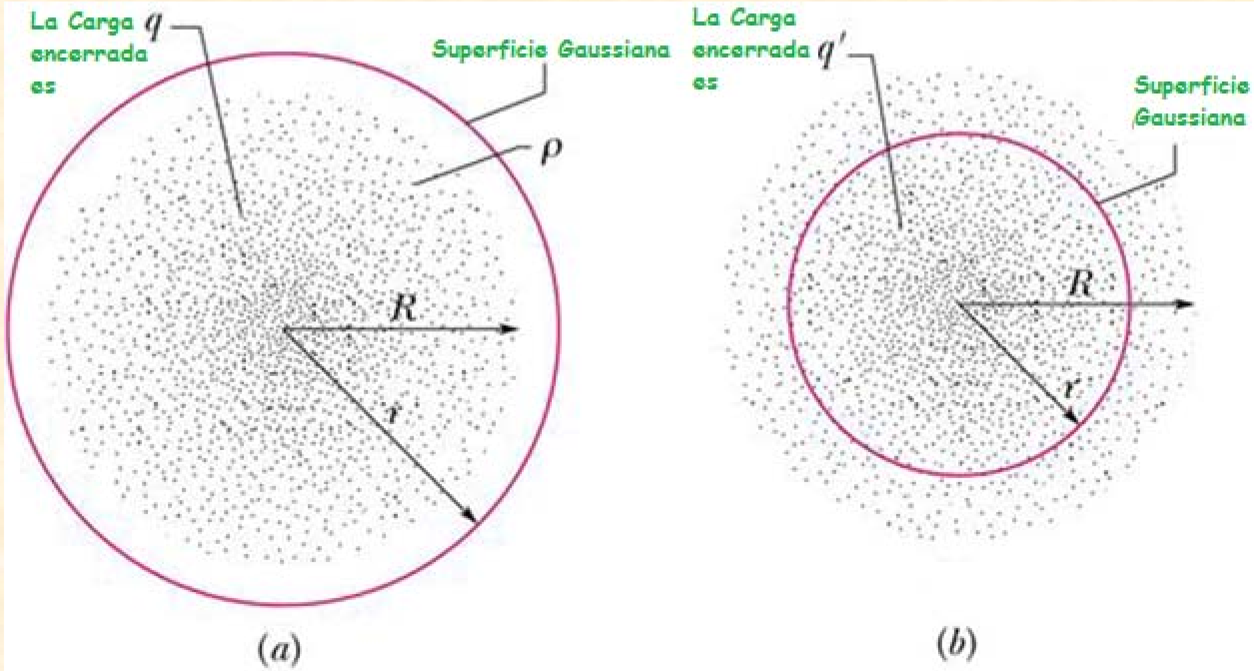
$$\Phi = AE = 4\pi r^2 E = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{V\rho}{\varepsilon_0} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3\varepsilon_0}$$



El lado izquierdo de la ley de Gauss depende sólo de la simetría. Lo que tenemos que determinar es el lado derecho, o sea, la carga encerrada.

Fuera de la distribución de carga, la respuesta es igual que el caso anterior.

Dentro de la esfera, $q_N = \rho\ V_r$ donde ρ es la densidad volumétrica de carga = q / V_R.



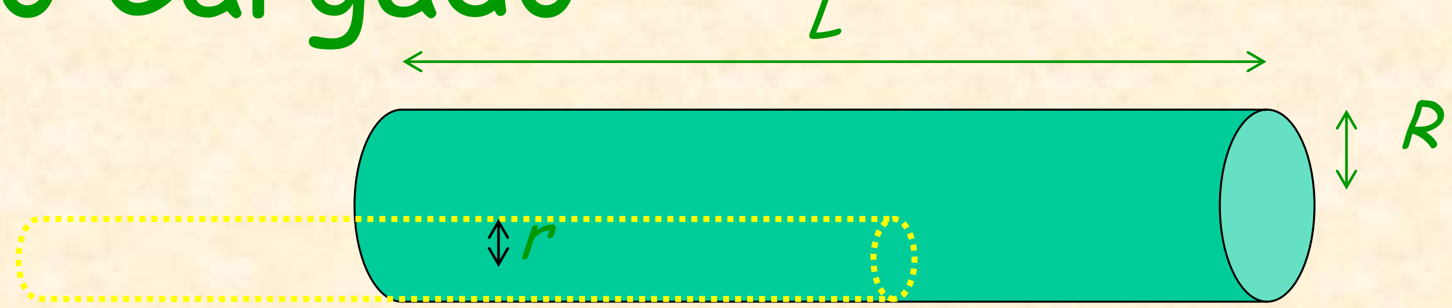
Distribución esférica, campo a r ≥R

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{r^2}$$

Carga uniforme, campo a r ≤R

$$E = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)r$$

Cilindro Cargado



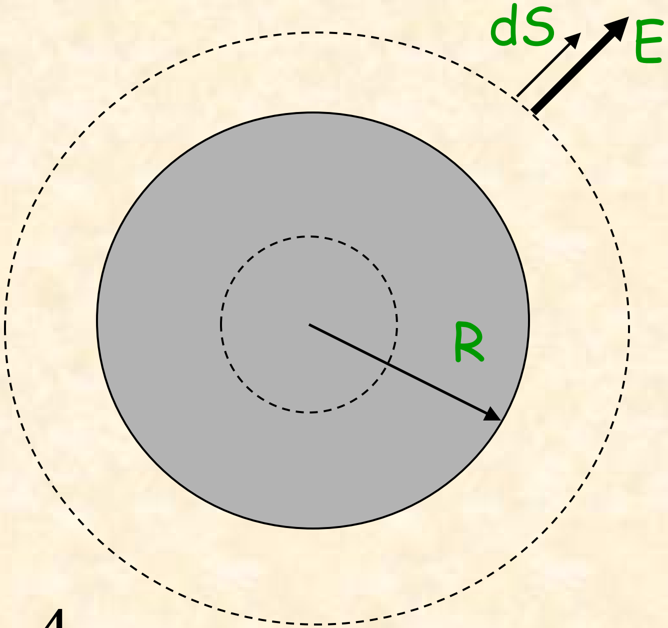
Encontrar el campo eléctrico en el interior del cilindro

- Cilindro de longitud infinita, radio *R* y densidad de carga ρ
- Dibuje un cilindro de radio r en el interior del cilindro.
- El campo eléctrico tiene dirección perpendicular al eje del cilindro.

$$\Phi = AE = 2\pi r L E = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{V\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\pi r^2 \rho L}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{r\rho}{2\varepsilon_0}$$

Esfera cargada uniformemente en volumen ρ (c/m^3)



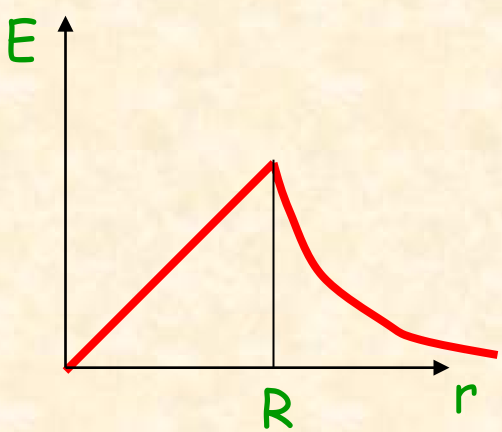
$$r > R \quad E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

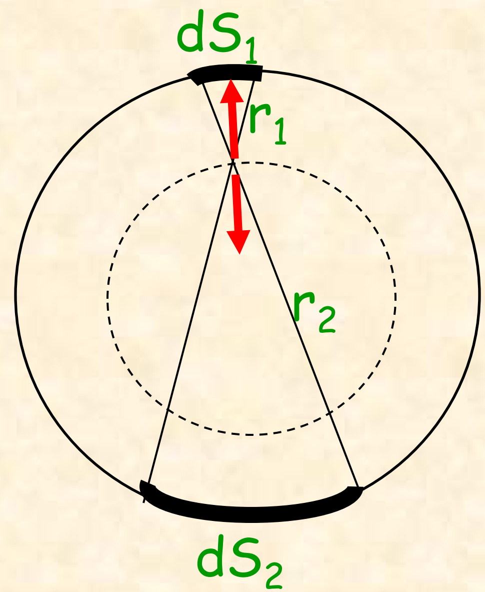
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\breve{r}$$

$$r < R \quad E\,4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{r\rho}{3\varepsilon_0}$$

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$



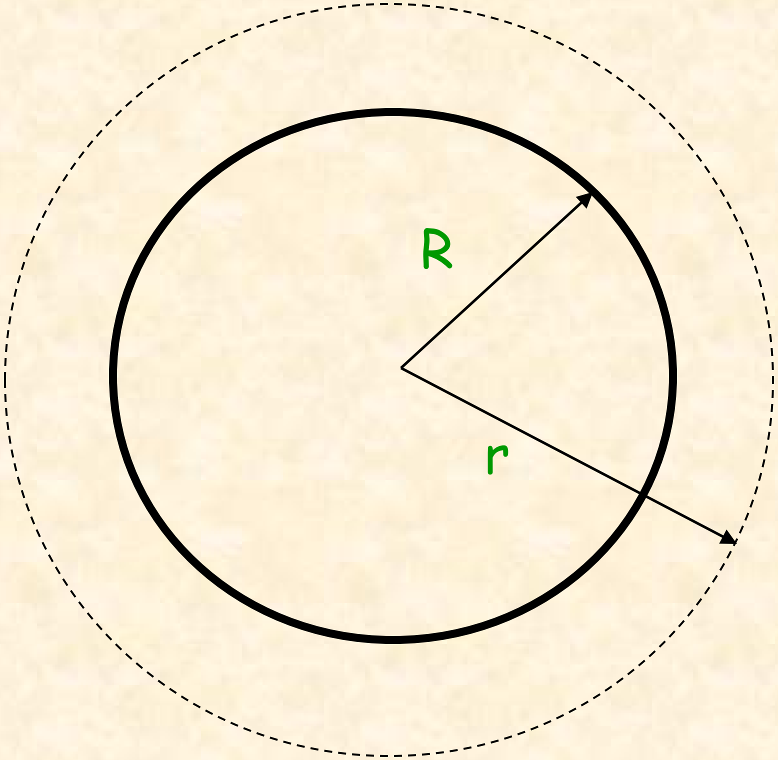


$$dE = K\frac{\sigma\, dS}{r^2}$$

$$\frac{dS_1}{r_1^2} = \frac{dS_2}{r_2^2}$$

Las cargas “exteriores” no juegan

Esfera uniformemente cargada en superficie σ (c/m²)



$$Q = 4\pi R^2 \sigma$$

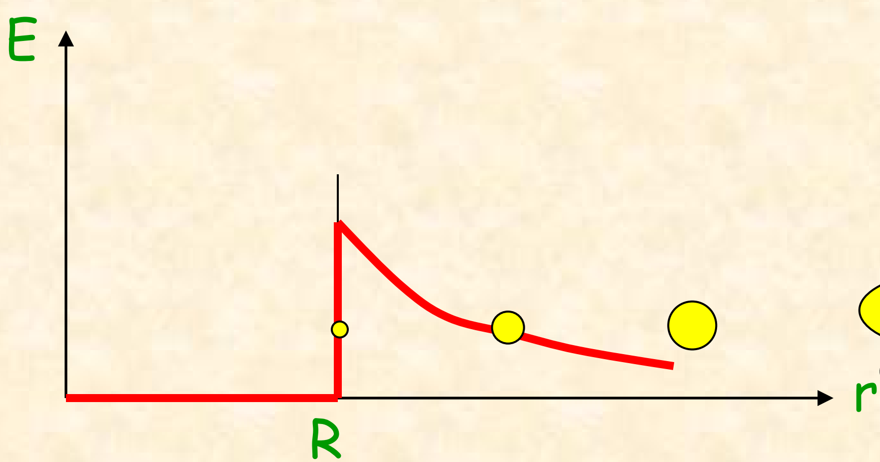
$$r > R \qquad E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$r < R \qquad E = 0$$

$$r > R \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\breve{r}$$

Igual al producido por Q en el origen

$$r < R \qquad E = 0$$

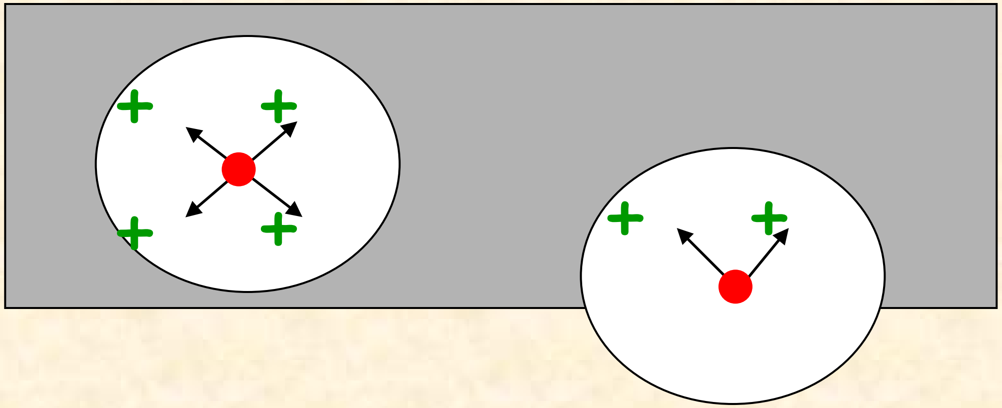


Significado de la dicontinuidad

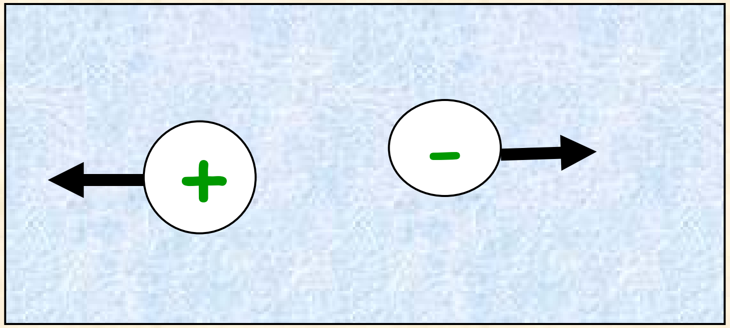
Distinto tipo de comportamiento eléctrico de los materiales

Conductores: Son aquello que permiten el movimiento de las cargas eléctricas en su interior (electrones débilmente ligados de órbitas exteriores en metales o iones)

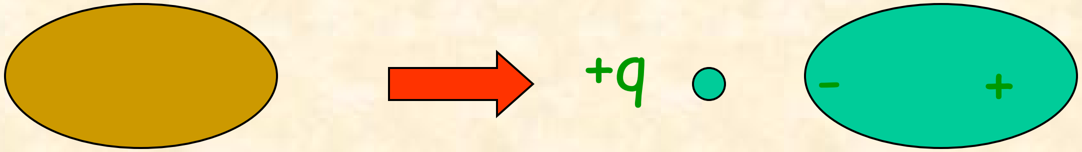
Metales



Electrolitos



Polarización



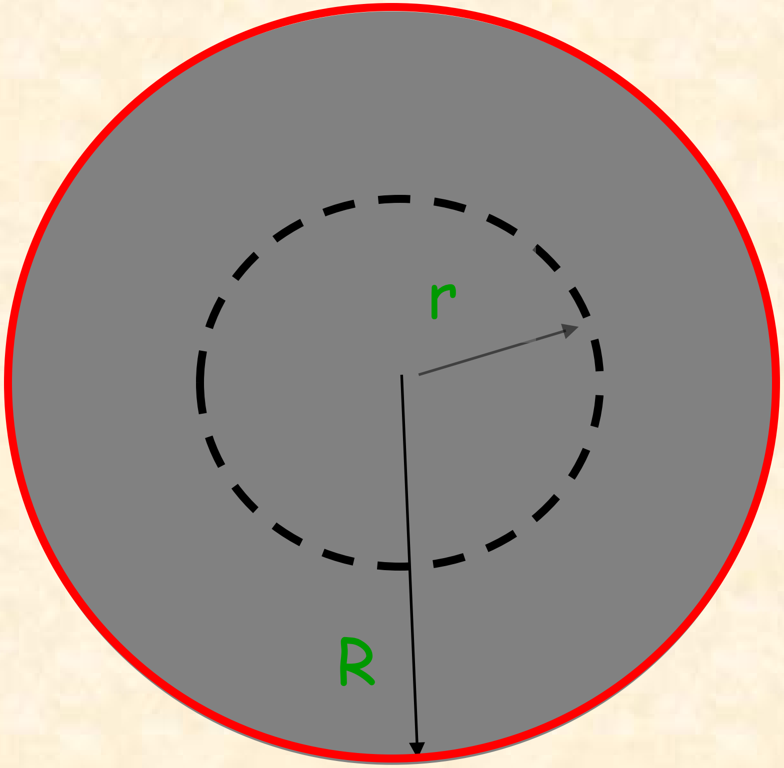
Distinto tipo de comportamiento eléctrico de los materiales

Aislantes o Dieléctricos: materiales que por el tipo de uniones químicas no presentan portadores (cargas con capacidad de desplazarse)

Semiconductores: materiales que en condiciones normales se comportan como aisladores pero que ante determinadas solicitudes (potencial eléctrico, radiación,..) se comportan como conductores

Superconductores: materiales que en determinadas condiciones permiten que los electrones se mueven sin ningún tipo de dificultad (no presentan resistencia eléctrica)

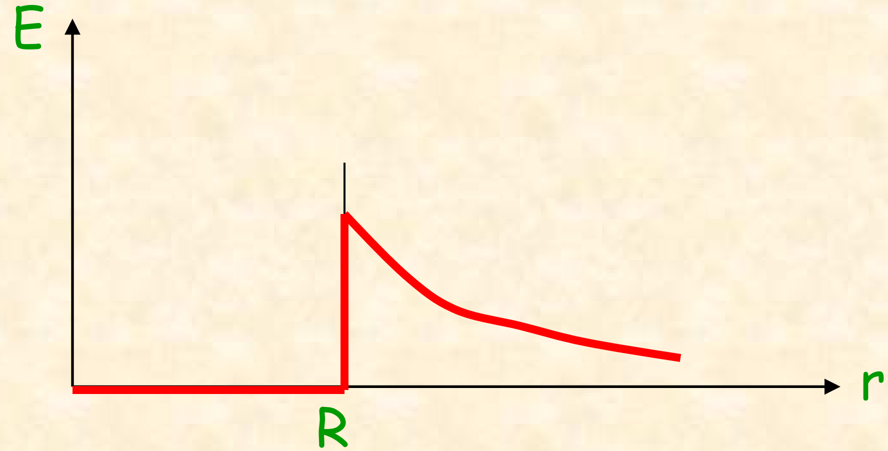
Comportamiento electrostático de los conductores



Si hay carga en r < R => hay E en r, y si el material es conductor (hay cargas libres) estas se deben mover (alejándose) por acción de E

Cargas van a superficie en los conductores eléctricos

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

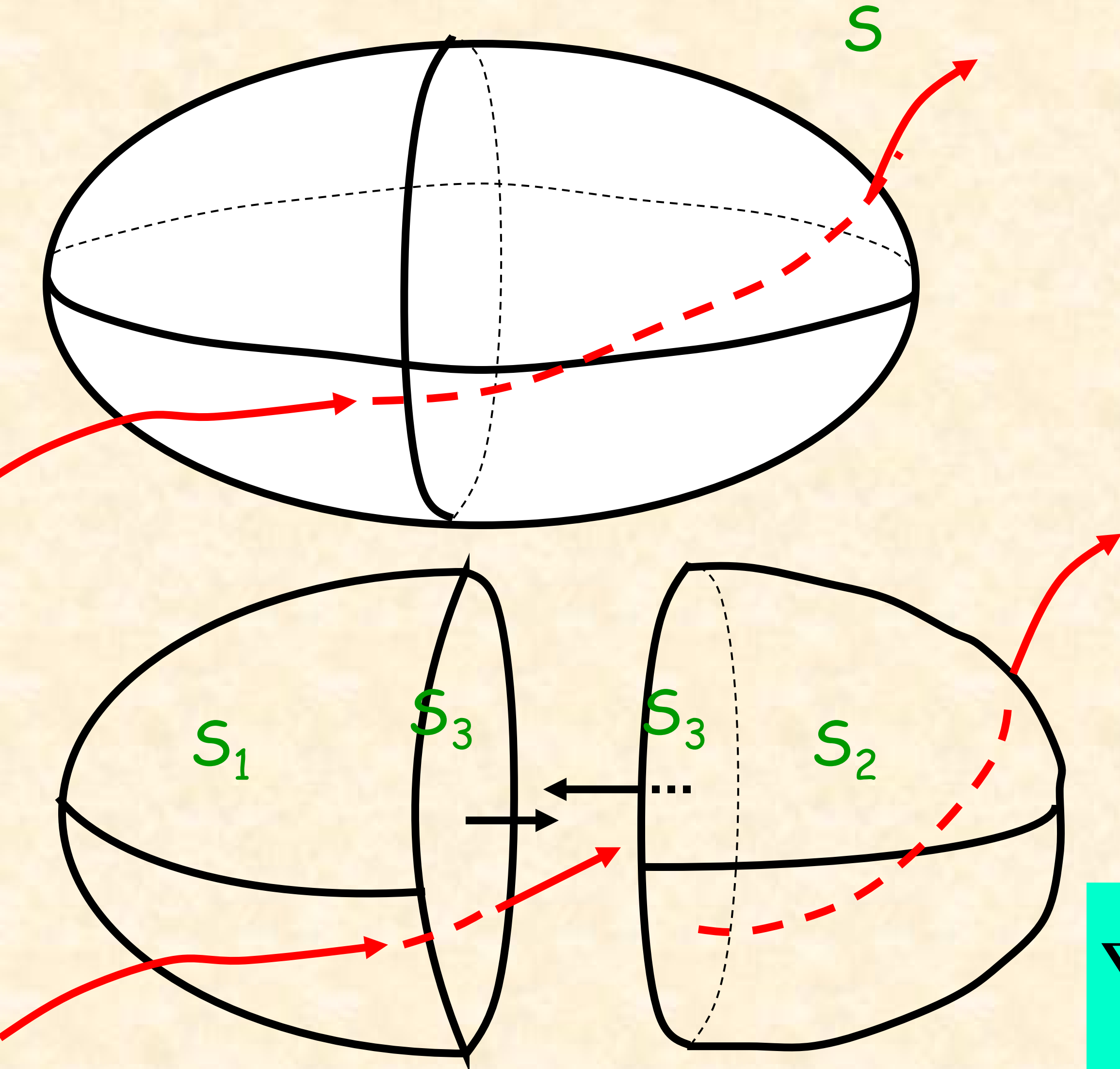


E=0 dentro de los conductores en situación electrostática

Expresión integral de la Ley de Gauss

$$\boxed{\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Ley de gauss en forma diferencial



$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E}.d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{E}.d\vec{S}$$

$$- \iint_{S_3} \vec{E}.d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E}.d\vec{S}$$

$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \sum_i \oiint_i \vec{E}.d\vec{S} \frac{V_i}{V_i}$$

$$\boxed{\lim_{V_i \to 0} \frac{\oiint \vec{E}.d\vec{S}}{V_i} = \nabla.\vec{E}}$$

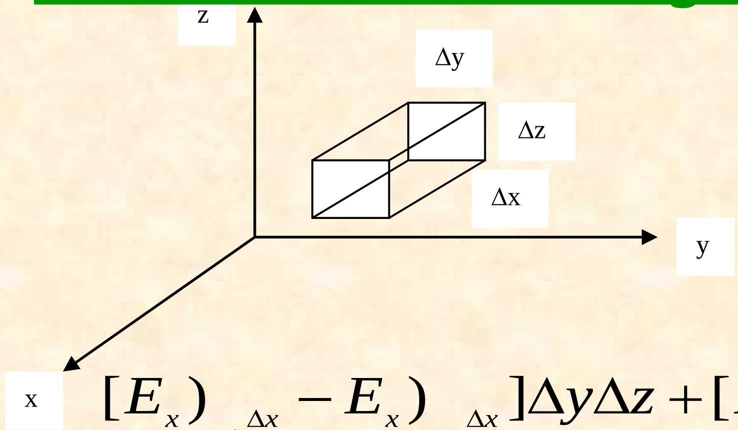
$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \lim_{V_i \to 0} \sum_i \frac{\oiint \vec{E}.d\vec{S}}{V_i} V_i$$

$$= \int \nabla.\vec{E}\, dV = \frac{\int \rho\, dV}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

Teorema de la divergencia

Teorema de la Divergencia



$$Div\vec{E} = \nabla.\vec{E} = \lim_{V_i \to 0} \frac{\oiint_S \vec{E}.d\vec{S}}{V_i} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$[E_x)_{x+\frac{\Delta x}{2}} - E_x)_{x-\frac{\Delta x}{2}}]\Delta y \Delta z$$

$$[E_x)_{x+\frac{\Delta x}{2}} - E_x)_{x-\frac{\Delta x}{2}}]\Delta y \Delta z + [E_y)_{y+\frac{\Delta y}{2}} - E_y)_{y-\frac{\Delta y}{2}}]\Delta z \Delta x + [E_z)_{z+\frac{\Delta z}{2}} - E_z)_{z-\frac{\Delta z}{2}}]\Delta x \Delta y$$

$$E_x)_{x\pm\frac{\Delta x}{2}} = E_x)_x \pm \left(\frac{\partial E_x}{\partial x}\right)_x \frac{\Delta x}{2} + \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}\right)_x \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 \pm \ldots\ldots\ldots.$$

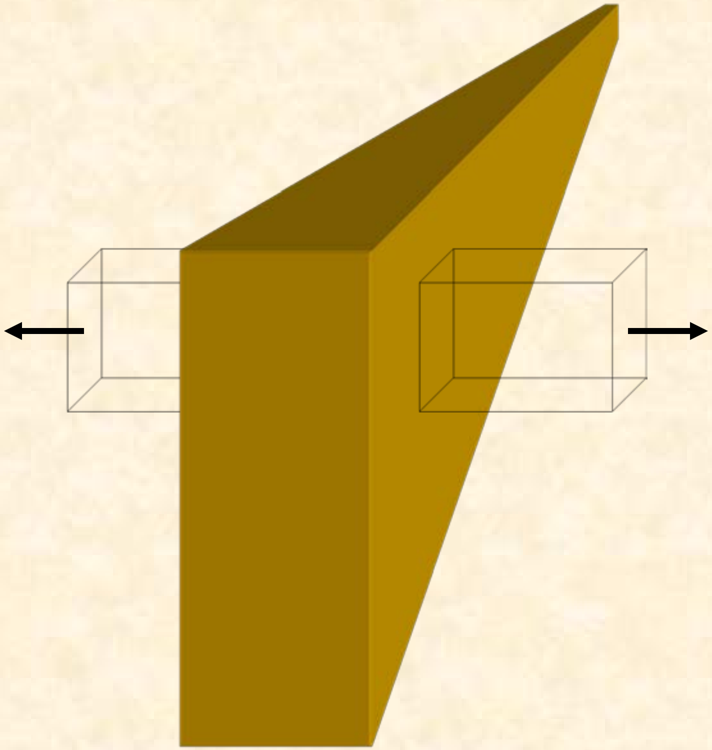
$$\left[\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}\right)_x \Delta x + \frac{2}{3!}\left(\frac{\partial^3 E_x}{\partial x^3}\right)_x \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^3 + \ldots.\right]\Delta y \Delta z + \left[\left(\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)_y \Delta y + \frac{2}{3!}\left(\frac{\partial^3 E_y}{\partial y^3}\right)_y \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^3 + \ldots.\right]\Delta z \Delta x +$$

$$\left[\left(\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)_z \Delta z + \frac{2}{3!}\left(\frac{\partial^3 E_z}{\partial z^3}\right)_z \left(\frac{\Delta z}{2}\right)^3 + \ldots.\right]\Delta x \Delta y$$

$$\left[\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}\right)_x + \left(\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)_y + \left(\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)_z + o\left(\Delta x^3, \Delta y^3, \Delta z^3\right)\right]$$

$$\boxed{\lim_{V_i \to 0} \frac{\oiint_S \vec{E}.d\vec{S}}{V_i} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}}$$

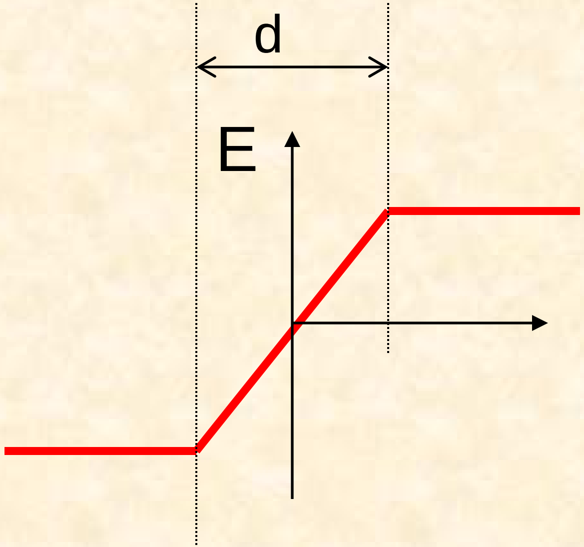
Ejemplo: pared ∞ de ancho d y densidad de carga uniforme ρ



$$\oiint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$|x| > \frac{d}{2} \qquad E\,2\,S = \frac{\rho\,S\,d}{\varepsilon_0} \Rightarrow |E| = \frac{\rho\,d}{2\,\varepsilon_0}$$

$$|x| < \frac{d}{2} \qquad E\,2\,S = \frac{\rho\,S\,2\,x}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\rho\,x}{\varepsilon_0}$$

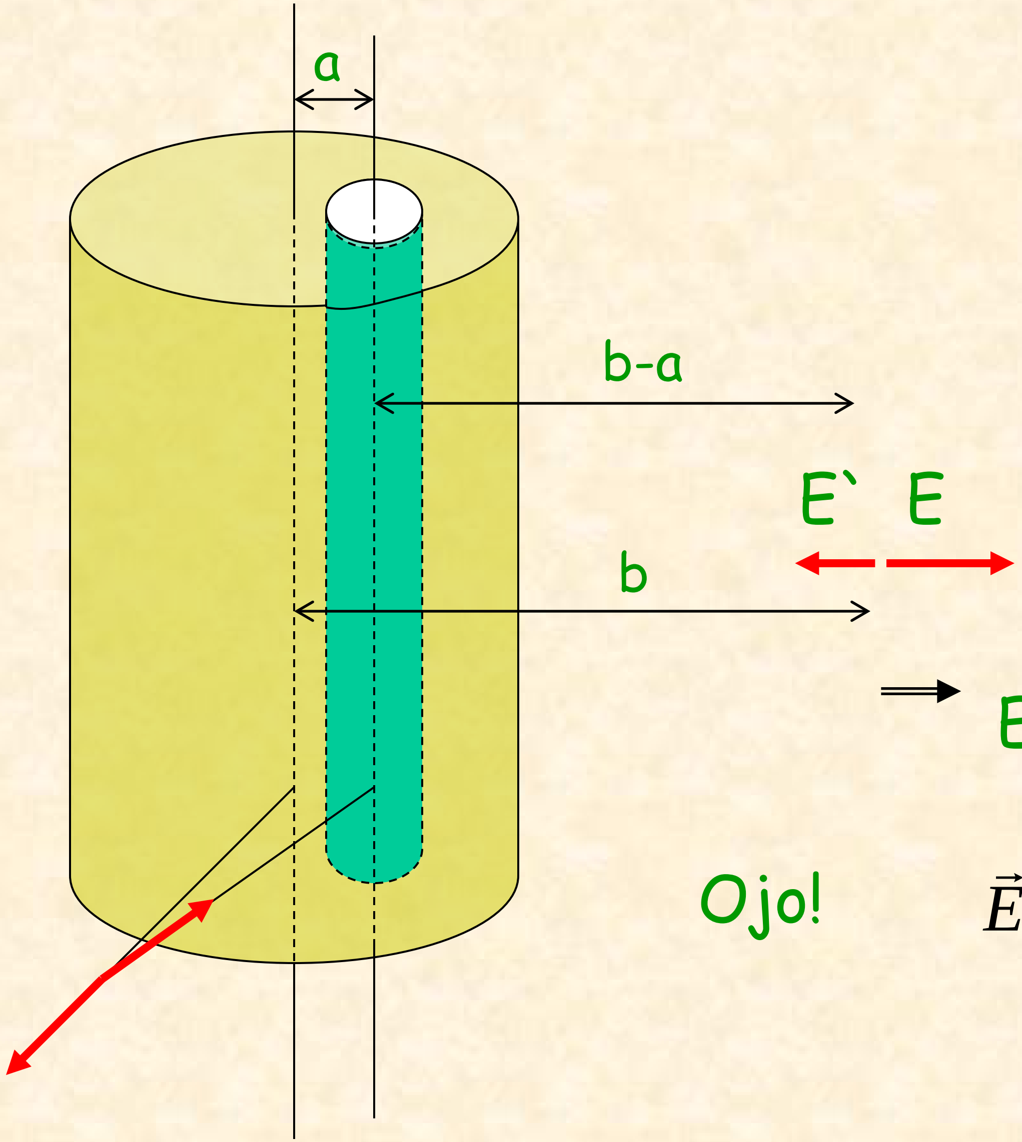


$$x > \frac{d}{2} \qquad E = \frac{\rho\,d}{2\,\varepsilon_0}$$

$$-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} \qquad E = \frac{\rho\,x}{\varepsilon_0}$$

$$x < -\frac{d}{2} \qquad E = -\frac{\rho\,d}{2\,\varepsilon_0}$$

Cálculo de **E** por superposición en geometrías complicadas



$$E = \frac{\rho\,\pi\,R^2\,l}{2\,\pi\,b\,l\,\varepsilon_0}$$

$$E\text{\`} = \frac{-\rho\,\pi\,r^2\,l}{2\,\pi\,(b-a)\,l\,\varepsilon_0}$$

$$E_T = E - E\text{\`}$$

$\Longrightarrow$ E_T

Ojo! $\vec{E}_T = \vec{E} - \vec{E}\text{\`}$