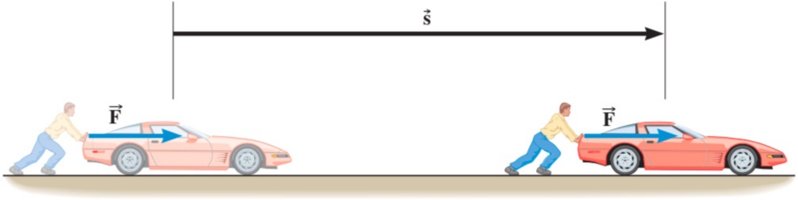
Trabajo y Energía

Nos cuesta "trabajo" empujar un auto. Cuanto más lejos lo empujemos más "trabajo" nos cuesta. Sin embargo, el "trabajo" no cambia si lo empujo en dirección norte, sur, este u oeste (escalar).



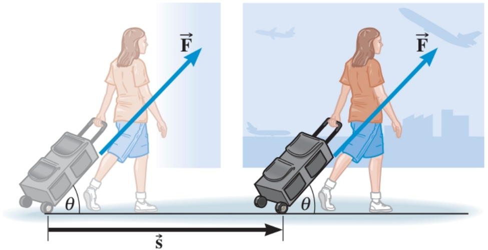
Definimos el **trabajo** efectuado por una fuerza constante que actúa sobre un objeto come el producto de las magnitudes del desplazamiento y la componente de la fuerza paralela a ese desplazamiento

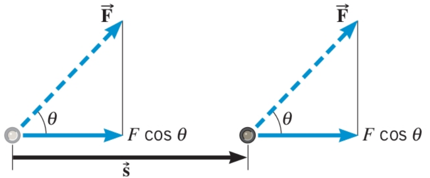
Trabajo

La definición de **trabajo** (**W**) puede expresarse como

$$\boxed{W = \|\vec{F}\| \|\vec{s}\| cos(\theta)}$$

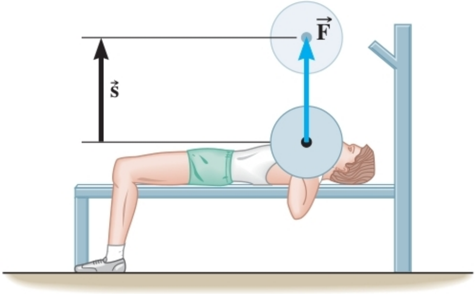
siendo θ el ángulo comprendido entre el vector $\vec{F}$ y el vector desplazamiento $\vec{s}$ ($\vec{s} = \vec{\Delta x}$)





La unidad de **trabajo** en el S.I. es el Joule (J), que es igual a newton por metro como puede verse a partir de su definición

Un levantador de pesas eleva 0.50 m las pesas de 700 N. El peso es mantenido sobre su pecho y luego desciende la misma distancia. El movimiento lo realiza con velocidad constante. Determinar el trabajo realizado por el atleta en la fase de subida y en la de bajada



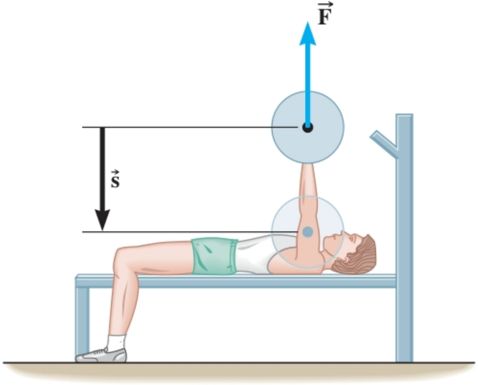
Subida

$$W = \|\vec{F}\|\|\vec{s}\| cos(\theta)$$

$$W_{subida} = (700\ N)\,(0.5\ m)\,cos(0^{\circ})$$

$$\boxed{W_{subida} = 350\ Nm = 350\ J}$$

Un levantador de pesas eleva 0.50 m las pesas de 700 N. El peso es mantenido sobre su pecho y luego desciende la misma distancia. El movimiento lo realiza con velocidad constante. Determinar el trabajo realizado por el atleta en la fase de subida y en la de bajada

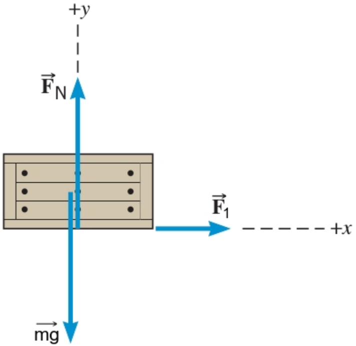


$$W = \|\vec{F}\| \|\vec{s}\| cos(\theta)$$

$$W_{bajada} = (700\ N)\,(0.5\ m)\,cos(180^\circ)$$

$$\boxed{W_{bajada} = -350\ Nm = -350\ J}$$

Una caja de 1 kg la cual se halla sometida a una fuerza horizontal $\vec{F_1} = 10\,N\,\hat{x}$ se desplaza sobre una superficie lisa, una distancia de 65 m en la misma dirección de $\vec{F_1}$. Calcule el trabajo efectuado por cada una de las fuerzas actuando sobre la caja



$$W_{F_1} = (10\,N)\,(65\,m)\,cos(0^\circ) = 650\,J$$

$$W_{F_N} = (9.81\,N)\,(65\,m)\,cos(90^\circ) = 0\,J$$

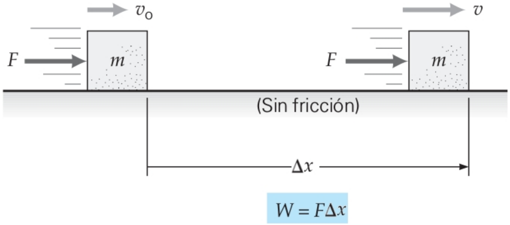
$$W_{F_{mg}} = (9.81\,N)\,(65\,m)\,cos(90^\circ) = 0\,J$$

Las fuerzas perpendiculares al desplazamiento no efectúan trabajo

¿Que se obtiene al realizar **trabajo** sobre un cuerpo?

$$\begin{cases} \vec{F} \rightarrow \text{ cambio en la aceleración} \\ W \rightarrow \text{ ???} \end{cases}$$

Consideremos un cuerpo de masa m que se mueve en línea recta con una rapidez inicial v_0 el cual se acelera uniformemente hasta una rapidez v , mediante una fuerza neta constante



Teniendo en cuenta la 2da ley de Newton, podemos expresar el trabajo como

$$W_{neto} = F\Delta x = ma_0\,\Delta x$$

y utilizando la relación $v^2 = 2a_0(\Delta x) + {v_0}^2$ podemos expresar el trabajo como

$$W_{neto} = ma_0\,\Delta x = m\,\frac{(v^2 - v_0^2)}{2\Delta x}\Delta x = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Definimos la **energía cinética (K)**

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

y podemos expresar el trabajo como la variación de la energía cinética

$$\boxed{W_{neto} = K_f - K_0 - = \Delta K} \qquad \longleftarrow \textbf{Teorema trabajo-energía}$$

Teorema trabajo-energía:

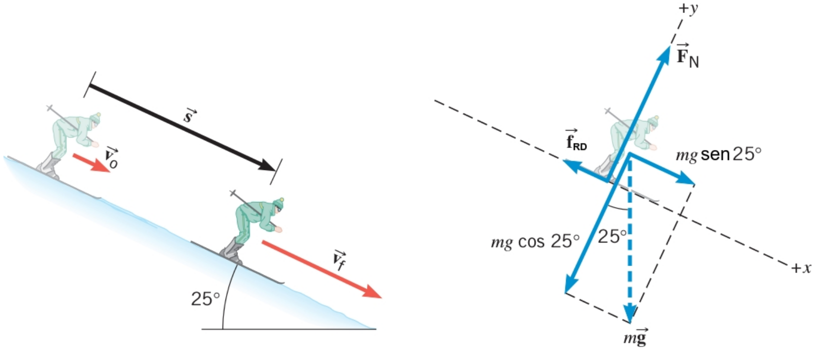
El trabajo neto efectuado sobre un cuerpo por todas las fuerzas que actúan sobre él es igual al cambio de energía cinética del cuerpo

$$\boxed{W_{neto} = \Delta K}$$

Tanto el trabajo como la energía tienen unidades de joules, y ambas son cantidades escalares

Problema 1

Un esquiador de 58 kg está bajando por una pendiente con una inclinación de $25°$. Una fuerza de rozamiento dinámica de 70 N de magnitud se opone al movimiento. En lo alto de la pendiente la rapidez del esquiador es 3.6 m/s. Despreciando la resistencia del aire, determinar la rapidez en un punto ubicado 57 m pendiente abajo



La **energía cinética** de un objeto es la energía que posee debido a su movimiento. Teniendo en cuenta el teorema de trabajo-energía, podemos definir la energía cinética de un cuerpo que se mueve con velocidad v_0, como una medida del trabajo necesario para llevar el cuerpo desde el estado de reposo a moverse con velocidad v_0

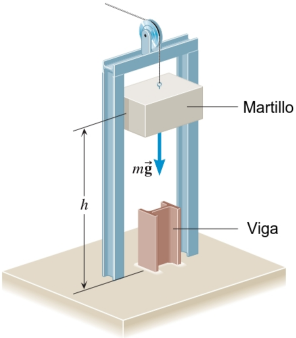
$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

Un objeto en movimiento tiene energía cinética. Sin embargo, sea que un objeto esté o no en movimiento, podría tener otra forma de energía: **energía potencial**. Como su nombre sugiere, un objeto con energía potencial tiene potencial para efectuar trabajo

- Resorte comprimido
- Arco tensado
- Agua en una represa
- Bola de demolición a punto de caer

Podemos interpretar la **energía potencial** como trabajo almacenado (o energía cinética almacenada).
Es posible definir varios tipos de energía potencial y cada tipo está asociado con una fuerza específica

El trabajo realizado por la fuerza gravitacional cuando un objeto se mueve de una posición inicial h_0 a una posición final h_f viene dado por



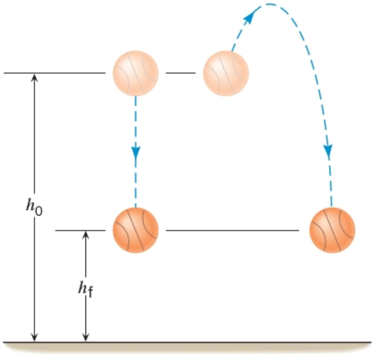
$$W_{F_g} = mg(h_0 - h_f)$$

Definimos la energía potencial gravitatoria

$$\boxed{U_g = mgh}$$

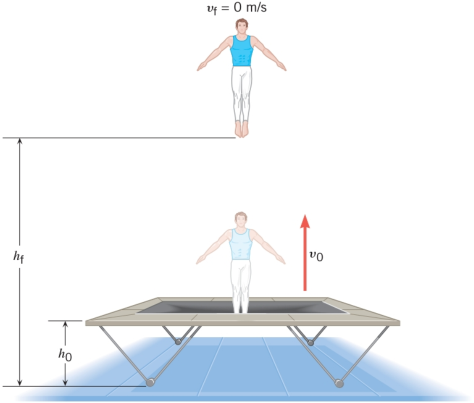
El cambio en la energía potencial gravitatoria entre dos puntos cualesquiera no depende la elección del punto de referencia utilizado para medir la altura

El trabajo realizado por la fuerza gravitacional para ambas trayectorias es el mismo



El cambio en la energía potencial gravitatoria entre dos puntos cualesquiera solo depende de la distancia vertical entre dichos puntos

El gimnasta abandona la cama elástica a una altura inicial de 1.20 m, alcanzando una altura máxima de 4.80 m antes de comenzar a bajar. ¿Cuál es la rapidez inicial del gimnasta (ν_0)?



$$W_{F_g} = mg(h_0 - h_f)$$

por el teorema trabajo-energía se tiene

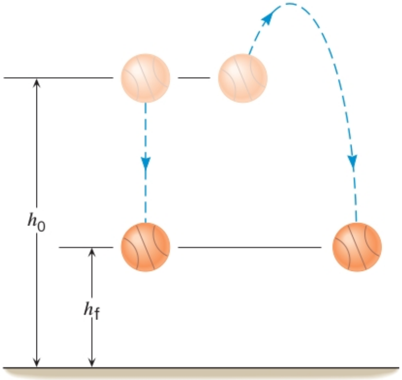
$$W_{neto} = \frac{1}{2}m\nu_f^2 - \frac{1}{2}m\nu_0^2 = W_{F_g}$$

$$\boxed{\nu_0 = \sqrt{-2g(h_0 - h_f)} = 8.40\, m/s}$$

- Una fuerza es **conservativa** cuando el trabajo que ella hace sobre un objeto en movimiento es independiente de la trayectoria entre las posiciones inicial y final del objeto
- Una fuerza es **conservativa** cuando ella no hace trabajo sobre un objeto en movimiento sobre una trayectoria cerrada, iniciando y finalizando en el mismo punto

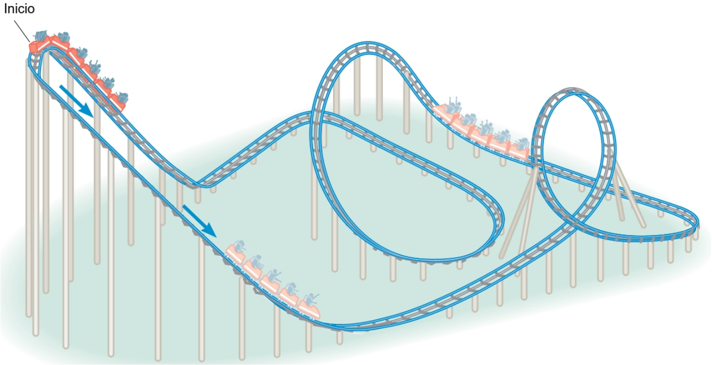
$$\text{Fuerzas Conservativas} \begin{cases} \text{Fuerza gravitatoria} \\ \text{Fuerza elástica} \\ \text{Fuerza eléctrica} \end{cases}$$

Una fuerza es **conservativa** cuando el trabajo que ella hace sobre un objeto en movimiento es independiente de la trayectoria entre las posiciones inicial y final del objeto



$$\boxed{W_{F_g} = mg(h_0 - h_f)}$$

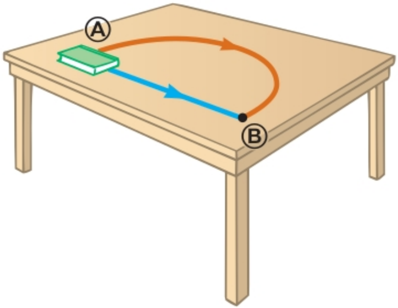
Una fuerza es **conservativa** cuando ella no hace trabajo sobre un objeto en movimiento sobre una trayectoria cerrada, iniciando y finalizando en el mismo punto



$$W_{F_g} = mg(h_0 - h_0) = 0$$

Una fuerza es **no conservativa** si el trabajo que ella hace sobre un objeto que se mueve entre dos puntos, depende del camino elegido entre dichos puntos

$$\text{Fuerzas No Conservativas} \begin{cases} \text{Fuerza de fricción} \\ \text{Fuerza de tensión} \\ \text{Fuerza normal} \end{cases}$$



Por lo general, tanto fuerzas conservativas como no conservativas actúan simultáneamente sobre un objeto, entonces el trabajo hecho por la fuerza neta externa puede expresarse como:

$$W_{neto} = W_c + W_{nc} = \frac{1}{2}m\nu_f^2 - \frac{1}{2}m\nu_0^2$$

Si la única fuerza conservativa actuando sobre el sistema es la fuerza gravitatoria, entonces $W_c = mg(h_0 - h_f)$

$$mg(h_0 - h_f) + W_{nc} = \frac{1}{2}m\nu_f^2 - \frac{1}{2}m\nu_0^2 \Rightarrow W_{nc} = \frac{1}{2}m\nu_f^2 - \frac{1}{2}m\nu_0^2 + mg(h_f - h_0)$$

$$\boxed{W_{nc} = \Delta K + \Delta U_g}$$

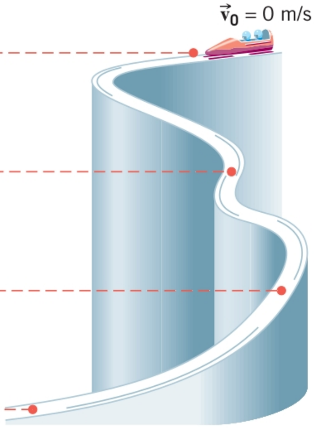
Definimos la energía mecánica (**E**) como la suma de la energía cinética más la energía potencial (E=K+U)

$\boxed{W_{nc} = E_f - E_0 = \Delta E}$ $\leftarrow$ **Teorema de conservacion de la energía mecánica**

El trabajo efectuado por las fuerzas no conservativas que actúan sobre un sistema es igual al cambio de energía mecánica

Consideremos un trineo descendiendo por una pista <u>sin fricción</u>

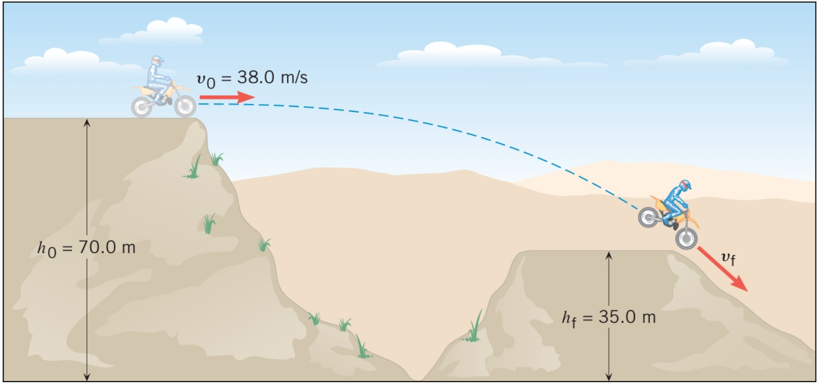
K	U	$E =$ K + U
0 J	600 000 J	600 000 J
200 000 J	400 000 J	600 000 J
400 000 J	200 000 J	600 000 J
600 000 J	0 J	600 000 J



$$\boxed{W_{nc} = E_f - E_0 = 0}$$

$$\boxed{E_f = E_0}$$

Un motociclista salta sobre un cañón, para ello, conduce horizontalmente sobre el risco a 38.0 m/s. Despreciando la resistencia del aire, encontrar la rapidez con la que impacta sobre el terreno del otro lado del cañón



En varias situaciones, el tiempo que lleva realizar el trabajo es tan importante como la cantidad de trabajo que se realiza. Por ello definimos la magnitud **potencia media** como la tasa con que se efectúa trabajo

$$\boxed{P_m = \frac{W}{\Delta t}}$$

Teniendo en cuenta que $W = \|\vec{F}\| \, \|\Delta\vec{x}\| \, cos(\theta)$, podemos escribir la **potencia media** como

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} = \|\vec{F}\| \frac{\|\Delta\vec{x}\|}{\Delta t} cos(\theta) = \|\vec{F}\| \, \| \vec{\nu_m}\| \, cos(\theta)$$

$$\boxed{P_m = \frac{W}{\Delta t} = \|\vec{F}\| \, \| \vec{\nu_m}\| \, cos(\theta)}$$

Al igual que hicimos previamente con las definiciones de velocidad y aceleración, es posible obtener la **potencia instantánea** tomando el límite del intervalo de tiempo tendiendo a cero

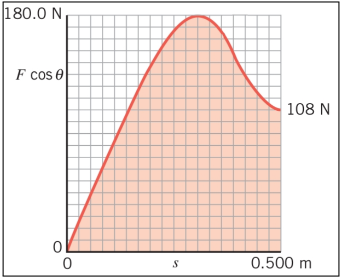
$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} ||\vec{F}|| \frac{||\Delta \vec{x}||}{\Delta t} cos(\theta) = ||\vec{F}|| \, || \, \vec{\nu}|| \, cos(\theta)$$

$$\boxed{P = ||\vec{F}|| \, || \, \vec{\nu}|| \, cos(\theta)}$$

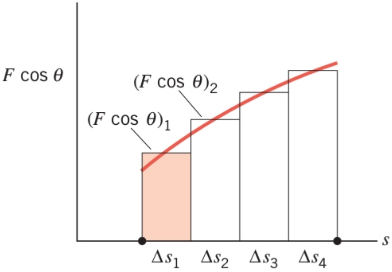
Como vimos anteriormente, podemos calcular el trabajo sobre un cuerpo efectuado por una fuerza constante mediante

$$\boxed{W = \|\vec{F}\|\|\vec{s}\|cos(\theta)}$$

Si la fuerza varia a medida que el cuerpo se desplaza como se muestra en la figura, la expresión anterior no puede utilizarse



Sin embargo podemos utilizar un método gráfico, el cual consiste en dividir el desplazamiento en pequeños segmentos de longitud Δs_1, Δs_2 ...

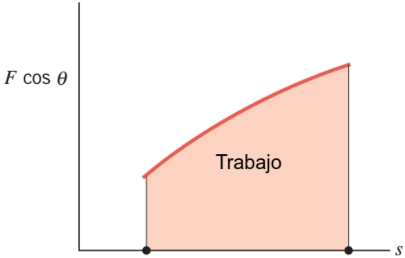


donde cada intervalo se le asigna un valor constante de la fuerza, dado por la fuerza promedio en dicho intervalo $(F\ cos\ \theta)_1$, $(F\ cos\ \theta)_2$ ...

Dado que en cada intervalo la fuerza ahora es constante, puedo calcular el trabajo para cada segmento como $W = F\,\Delta s\, cos\,\theta$. Por lo que el trabajo total será la suma de los trabajos efectuados en cada intervalo, es decir

$$W \approx (F\,cos\,\theta)_1 \Delta s_1 + (F\,cos\,\theta)_2 \Delta s_2 + ...$$

El lado derecho de la ecuación es aproximadamente igual a la suma de todas la áreas rectangulares de la figura anterior, y es un valor aproximado para el área bajo la curva en dicho gráfico



Teniendo en cuenta el razonamiento anterior, podemos concluir:

> El trabajo realizado por una fuerza variable sobre un objeto en movimiento, es igual al área bajo la curva del gráfico $F\, cos\, \theta$ vs s