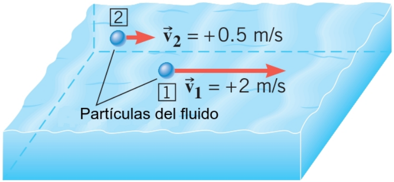
Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Mecánica de los Fluidos - Hidrodinámica

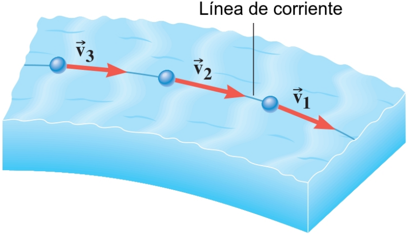
Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Ahora vamos a estudiar el comportamiento de los fluidos en movimiento. Para esto es importante analizar distintas características que puede presentar el flujo del fluido

- **Flujo estacionario**: la velocidad de las partículas de fluido, en cualquier punto, se mantiene constante con el transcurso del tiempo
- **Flujo es no estacionario**: la velocidad de las partículas, en cualquier punto, va cambiando con el transcurso del tiempo

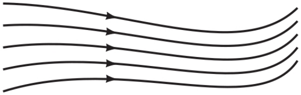


Ejemplo de flujo estacionario: cuando las partículas pasan por los puntos 1 y 2 siempre lo hacen a la misma velocidad. La velocidad puede diferir para distintos puntos

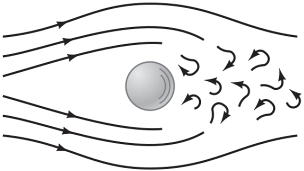


Cuando el flujo es estacionario, se pueden usar líneas de corriente para representar las trayectorias de las partículas de fluido

- **Flujo turbulento**: es un flujo no estacionario y la velocidad de las partículas cambia erráticamente en cualquier punto (agua cayendo en una catarata).
- **Flujo laminar**: el fluido se mueve en láminas paralelas sin entremezclarse y cada partícula de fluido sigue una línea de corriente (agua fluyendo en un arroyo tranquilo)



Flujo laminar



Flujo turbulento

Flujo turbulento (velocidades altas)

Flujo laminar (velocidades bajas)

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Los fluidos podemos clasificarlos en

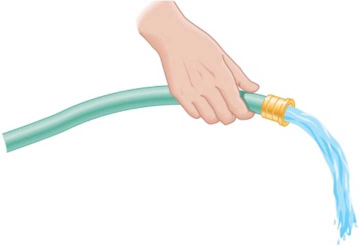
$$\text{Fluido}\begin{cases}\text{Viscoso (miel)}\\ \text{No viscoso}\\ \text{Compresible}\\ \text{Incompresible } (\rho = cte)\end{cases}$$

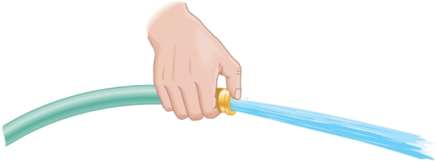
$\boxed{\text{Definimos como } \textbf{fluido ideal} \text{ al fluido no viscoso e imcompresible}}$

En lo que sigue, trabajaremos con fluidos ideales, en un régimen estacionario y laminar

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Vamos a intentar explicar el fenómeno que se nos presenta al controlar el flujo de agua saliente de una manguera

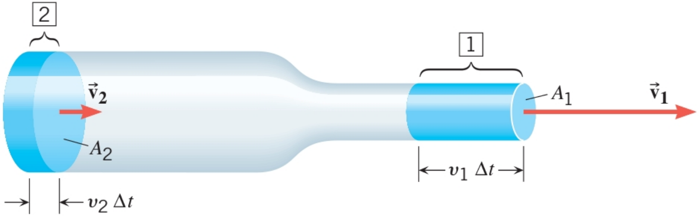




Si no hay pérdidas de fluido dentro de un tubo uniforme, la masa de fluido que entra en un tubo en un tiempo dado debe ser igual a la masa que sale del tubo en el mismo tiempo (conservación de la masa)

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Una representación esquemática de la disminución en la sección de la manguera se muestra en la figura



masa que <u>ingresa</u> en un intervalo Δt

$$\Delta m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

masa que <u>egresa</u> en un intervalo Δt

$$\Delta m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

masa que <u>ingresa</u> por unidad de tiempo

$$\frac{\Delta m_2}{\Delta t} = \rho_2 V_2 = \rho_2 A_2 v_2$$

masa que <u>egresa</u> por unidad de tiempo

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 v_1$$

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Si no hay pérdidas, la masa que entra debe ser igual a la masa que sale

$$\boxed{\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2} \longleftarrow \textbf{Ecuación de continuidad}$$

si el fluido es incompresible (líquidos) $\rho_1 = \rho_2$ y se tiene

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2 = cte} \longleftarrow \textbf{Ecuación de continuidad para fluido incompresible}$$

Definimos el caudal Q

$$\boxed{Q = Av}$$

Unidades en el S.I m^3/s

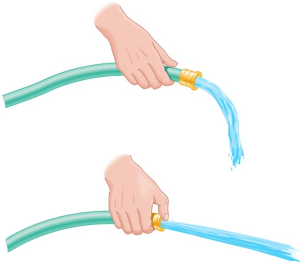
La ecuación de continuidad para un fluido incompresible puede expresarse de manera más simple en términos del caudal

$$\boxed{Q = cte} \longleftarrow \textbf{Ecuación de continuidad para fluido incompresible}$$

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Una manguera tiene una sección de área $2.85 \times 10^{-4}\, m^2$ y llena un balde de $8.00 \times 10^{-3}\, m^3$ en 30 s. Encontrar la rapidez del agua que sale de la manguera con la abertura :

(a) Sin obstruir
(b) Obstruida hasta la mitad



(a) $$Q = Av \longrightarrow v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{8.00 \times 10^{-3}\, m^3}{30s} \frac{1}{2.85 \times 10^{-4}\, m^2} = \boxed{0.94\, m/s}$$

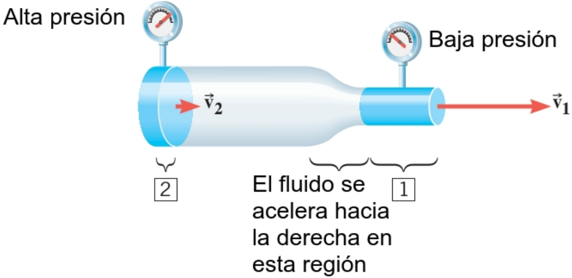
(b) $$A_1 v_1 = A_2 v_2 \longrightarrow v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$$

$$v_2 = 2\, v_1 = 2\, 0.94\, m/s = \boxed{1.88\, m/s}$$

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

La ecuación de continuidad nos da una relación entre la sección transversal y la velocidad. Vamos a ver que relación existe entre la presión y la velocidad.

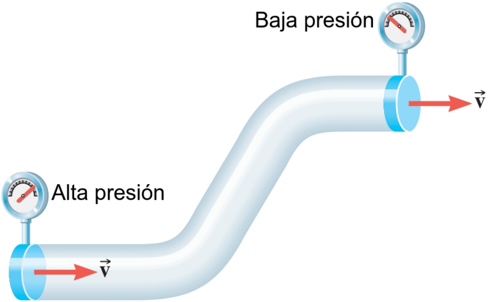
Caso I: *Distinta sección, misma altura*



Como el fluido se acelera, tiene que haber una fuerza neta distinta de cero. Teniendo en cuenta la 2da ley de Newton y la definición de presión, esto implica que la presión en el punto 2 debe ser mayor que en el punto 1, tal como indican los medidores en la figura

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Caso II: *Misma sección, distinta altura*

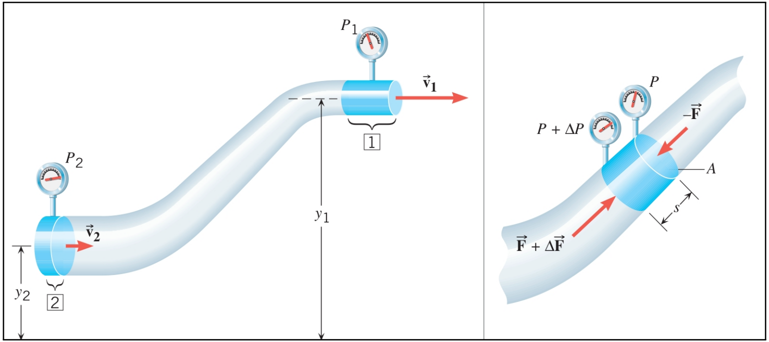


Si la sección del tubo no cambia pero si varía la altura entre los puntos 1 y 2, puede apreciarse que la presión en el punto de mayor altura es menor, tal como se esperaría según la relación presión-profundidad, obtenida al analizar los fluidos en reposo (hidrostática)

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

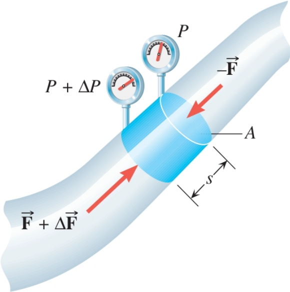
Consideremos ahora una combinación de los casos anteriores

Caso III: *Distinta sección, distinta altura*



Hay una fuerza externa (no conservativa) que genera la diferencia de presión en el segmento. Podemos calcular el trabajo que realiza dicha fuerza

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5



- En la parte superior tenemos una fuerza $F = PA$ actuando hacia abajo, el trabajo que efectúa es

$$W_1 = \|\vec{F}\|\|\vec{s}\| cos(\theta) = PA\, s\, cos(180^\circ) = -PA\, s$$

- En la parte inferior tenemos una fuerza $(F + \Delta F) = (P + \Delta P)A$ actuando hacia arriba, el trabajo que efectúa es

$$W_2 = \|\vec{F} + \Delta\vec{F}\|\|\vec{s}\| cos(\theta) = PAs\, cos(0^\circ) = (P + \Delta P)As$$

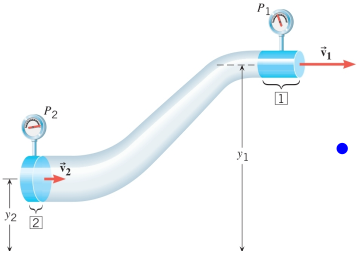
- El trabajo efectuado por la fuerza no conservativa resulta

$$W_{nc} = W_1 + W_2 = (\Delta P)A\, s = (P_2 - P_1)\underbrace{As}_{volumen}$$

$$\boxed{W_{nc} = (P_2 - P_1)V}$$

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

Por el teorema de conservación de la energía mecánica $\longrightarrow W_{nc} = E_{sup} - E_{inf}$



$$W_{nc} = (P_2 - P_1)V = \underbrace{(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1)}_{E_1} - \underbrace{(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2)}_{E_2}$$

- Dividiendo ambos miembros por V y recordando que $\rho = m/V$, podemos reescribir la ecuación anterior como

$$(P_2 - P_1) = (\tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1) - (\tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2)$$

- Reacomodando los términos, obtenemos finalmente la

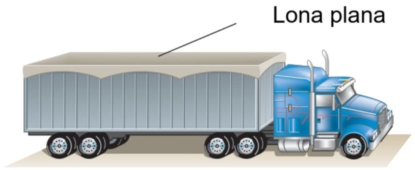
Ecuación de Bernoulli

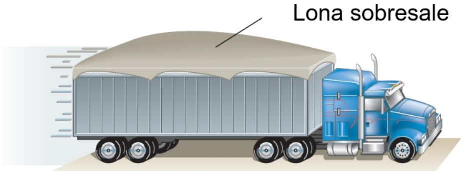
$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

La ecuación de Bernoulli para dos puntos ubicados a la misma altura

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2} \longrightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

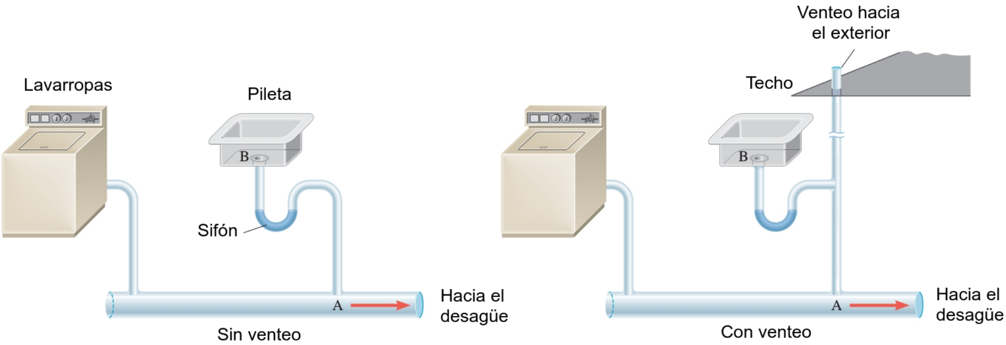




A medida que la velocidad del fluido aumenta, la presión del mismo disminuye

Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

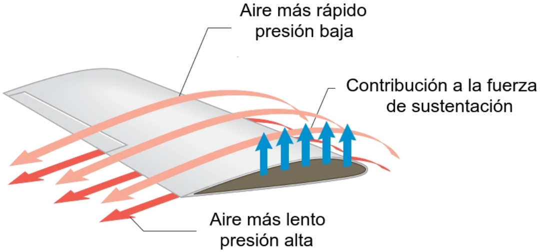
En un sistema sin venteo, el agua a alta velocidad proveniente del lavarropas genera una disminución de la presión en el punto A, provocando el vaciamiento del sifón



Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

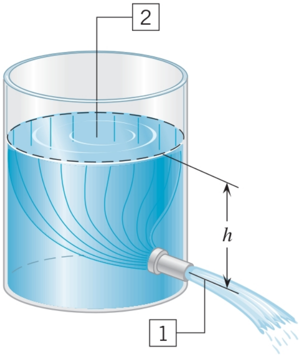
Fuerza de sustentación en el ala de un avión. La forma del ala provoca que el aire que pasa por la parte superior deba recorrer un camino más largo en el mismo tiempo que el aire que pasa por debajo de la misma

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$



Hidrodinámica
Clases de flujo
Clases de fluidos
Ecuación de continuidad
Ejemplo 1
Ecuación de Bernoulli
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

El tanque está abierto a la atmósfera en la parte superior. Encontrar una expresión para la rapidez de salida del líquido por el caño en la parte inferior



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

- $P_1 = P_2 = P_{atm} \longrightarrow \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_1^2 + \cancel{\rho} g y_1 = \frac{1}{2}\cancel{\rho} v_2^2 + \cancel{\rho} g y_2$
- $g y_2 - g y_2 = gh \longrightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh$
- Si diámetro$_2$ $\gg$diámetro$_1$ $\longrightarrow v_1 \gg v_2$ y podemos considerar $v_2 = 0$

$$\frac{1}{2}v_1^2 = \cancelto{0}{\frac{1}{2}v_2^2} + gh \longrightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{2gh}}$$