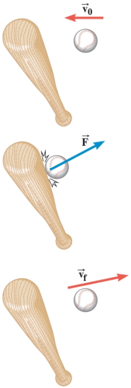
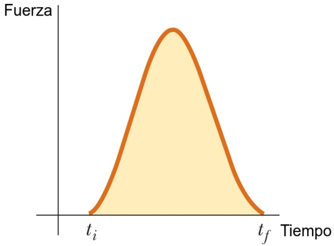
Impulso y cantidad de movimiento

Existen situaciones donde la fuerza sobre un objeto no es constante, sino que varía con el tiempo

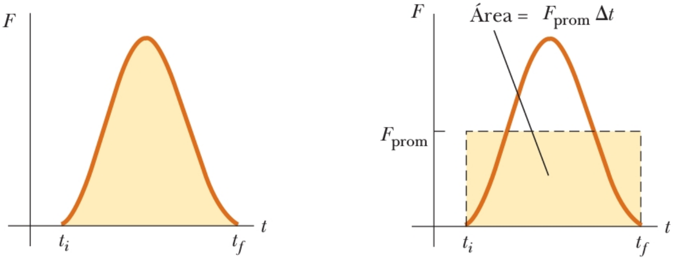




Para describir como afecta al movimiento de un objeto, una fuerza que varía en el tiempo, vamos a introducir dos conceptos nuevos: el **impulso** y la **cantidad de moviemiento**

Definimos el **impulso** de una fuerza como el producto de la fuerza media y el intervalo de tiempo durante el cual la fuerza actúa

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}_{prom}\,\Delta t}$$



El **impulso** es una magnitud vectorial y tiene la misma dirección que la fuerza promedio. Las unidades de esta magnitud en el S.I son newtons x segundo (N s)

Definimos la **cantidad de movimiento** de un objeto como el producto de la masa del objeto por su velocidad

$$\boxed{\vec{P} = m\,\vec{\nu}}$$

La **cantidad de movimiento** es una magnitud vectorial y tiene la misma dirección que la velocidad. Las unidades de esta magnitud en el S.I son kg x m/s

Habiendo definido el impulso y la cantidad de movimiento, vamos a ver que relación existe entre estas magnitudes. Para ello partimos de la segunda ley de Newton

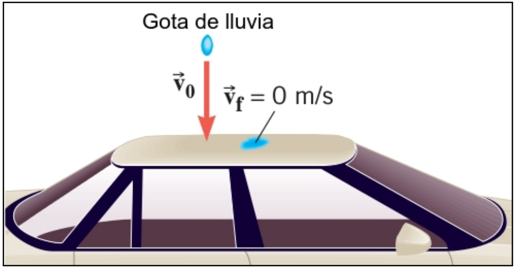
$$\vec{F}_{prom} = m\,\vec{a}_{prom} = m\,\frac{(\vec{v}_f - \vec{v}_0)}{\Delta t}$$

$$\underbrace{\vec{F}_{prom}\,\Delta t}_{Impulso} = \underbrace{m\,\vec{v}_f}_{\substack{\text{Cantidad} \\ \text{de movimiento final}}} - \underbrace{m\,\vec{v}_0}_{\substack{\text{Cantidad} \\ \text{de movimiento inicial}}}$$

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{P}} \longleftarrow$$ **Teorema del impulso y la cantidad de movimiento**

Cuando una fuerza actúa sobre un objeto, el impulso de esta fuerza es igual al cambio en la cantidad de movimiento del objeto

La lluvia está cayendo con una velocidad de -15 m/s y golpea el techo de un auto. La masa de agua por segundo que golpea el techo del auto es 0.06 kg/s. Asumiendo que la lluvia queda en reposo luego de golpear el auto, encontrar la fuerza promedio ejercida por la lluvia sobre el techo.



$$\vec{F}_{prom_{techo}} \Delta t = m \cancelto{0}{\vec{v}_f} - m\vec{v}_0$$

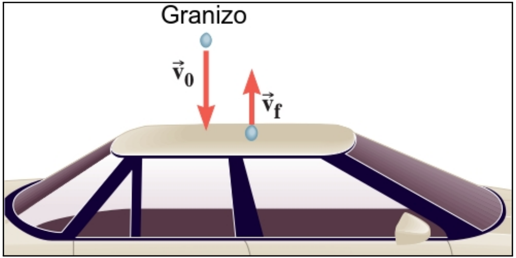
$$\vec{F}_{prom_{techo}} = -\frac{m}{\Delta t}\vec{v}_0$$

$$\vec{F}_{prom_{techo}} = -(0.06kg/s)(-15m/s)\ \hat{y}$$

$$\boxed{\vec{F}_{prom_{lluvia}} = -\vec{F}_{prom_{techo}} = -0.9\ N\ \hat{y}}$$

Suponer que en lugar de lluvia cae granizo. A diferencia de la lluvia, el granizo generalmente rebota sobre el techo. Si cae granizo en lugar de lluvia, la fuerza promedio sobre el techo sería:

(a) Menor que la calculada en el ejemplo anterior
(b) Igual a la calculada en el ejemplo anterior
(c) Mayor que la calculada en el ejemplo anterior

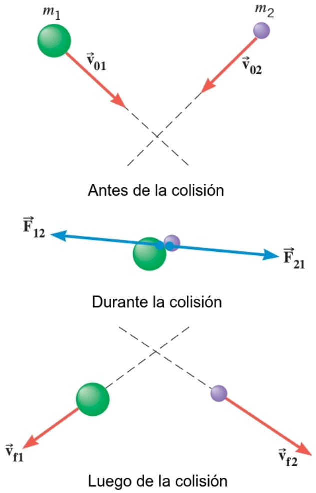


$$\vec{F}_{prom_{techo}} \Delta t = m\,\vec{\nu}_f - m\vec{\nu}_0$$

$$\vec{F}_{prom_{techo}} = -\frac{m}{\Delta t}(\vec{\nu}_f - \vec{\nu}_0)$$

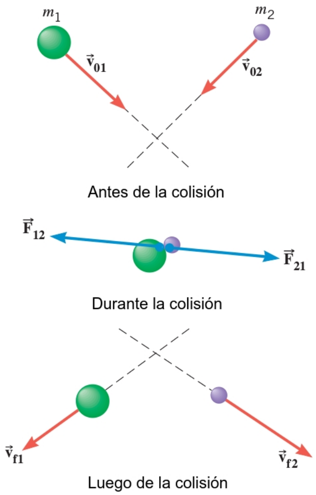
$$\boxed{\vec{F}_{prom_{granizo}} = -\vec{F}_{prom_{techo}}}$$

$$\begin{cases} \text{Teorema del trabajo y la Energía} \rightarrow \ \text{Conservación de la energía mecánica} \\ \text{Teorema del impulso y la cantidad de movimiento} \rightarrow \ ??? \end{cases}$$



Vamos a aplicar el teorema del impulso y la cantidad de movimiento a la colisión en el aire de dos objetos

Llamamos **sistema** al conjunto de objetos en estudio



Fuerzas internas: Fuerzas ejercidas entre los objetos pertenecientes al sistema

Fuerzas externas: Fuerzas ejercidas sobre los objetos por agentes externos al sistema.

Principio de conservación de la cantidad de movimiento

Apliquemos ahora el teorema del impulso y la cantidad de movimiento para cada cuerpo, considerando como única fuerza externa la atracción gravitatoria del la tierra sobre los cuerpos

$$\Big(\underbrace{m_1\vec{g}}_{\text{Fuerza externa}} + \underbrace{\vec{F_{12}}}_{\text{Fuerza interna}}\Big)\Delta t = m_1\,\vec{v}_{f1} - m_1\,\vec{v}_{01} \qquad \longleftarrow \text{Cuerpo 1}$$

$$\Big(\underbrace{m_2\vec{g}}_{\text{Fuerza externa}} + \underbrace{\vec{F_{21}}}_{\text{Fuerza interna}}\Big)\Delta t = m_2\,\vec{v}_{f2} - m_2\,\vec{v}_{02} \qquad \longleftarrow \text{Cuerpo 2}$$

Sumando estas ecuaciones, obtenemos una sola ecuación para el sistema

$$\Big(\underbrace{m_1\vec{g} + m_2\vec{g}}_{\text{Fuerza externa}} + \underbrace{\vec{F_{12}} + \vec{F_{21}}}_{\text{Fuerza interna}}\Big)\Delta t = \underbrace{m_1\,\vec{v}_{f1} + m_2\,\vec{v}_{f2}}_{\text{Cantidad de movimiento total final } (\vec{P_f})} - \underbrace{m_1\,\vec{v}_{01} + m_2\,\vec{v}_{02}}_{\text{Cantidad de movimiento total inicial } (\vec{P_0})}$$

Podemos resumir la ecuación anterior de la siguiente manera

$$\left(\begin{matrix}\text{Suma de fuerzas}\\ \text{externas}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{Suma de fuerzas}\\ \text{internas}\end{matrix}\right)\Delta t = \vec{P}_f - \vec{P}_0$$

La ventaja de esta separación en las fuerzas, es que las fuerzas internas siempre suman cero ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$), por lo que se tiene

$$\left(\begin{matrix}\text{Suma de fuerzas}\\ \text{externas}\end{matrix}\right)\Delta t = \vec{P}_f - \vec{P}_0$$

Definimos entonces ahora el concepto de **sistema aislado** como aquel en el cual la <u>suma de las fuerzas exteriores es cero</u>. Para dichos sistema se cumple

$$0 = \vec{P}_f - \vec{P}_0 \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{\vec{P}_f = \vec{P}_0}$$

Finalmente, podemos enunciar el **Principio de conservación de la cantidad de movimiento**, de la siguiente manera

> La cantidad de movimiento total de un sistema aislado permanece constante (se conserva)

$$\boxed{\Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_0 = 0} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\vec{P}_f = \vec{P}_0}$$

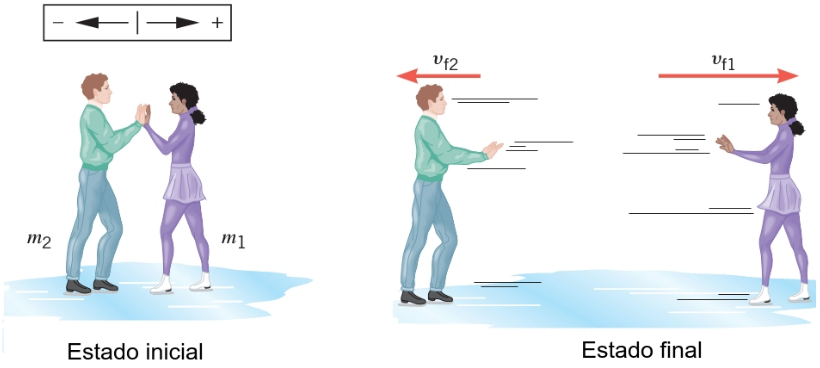
La figura muestra dos bolas colisionando en una mesa de billar libre de fricción. Utilizando el principio de conservación de la cantidad de movimiento y responder si las siguientes afirmaciones son correctas

(a) La cantidad de movimiento total del sistema que contiene solo una bola permanece constante luego de la colisión

(b) La cantidad de movimiento total del sistema que contiene dos bolas permanece constante luego de la colisión

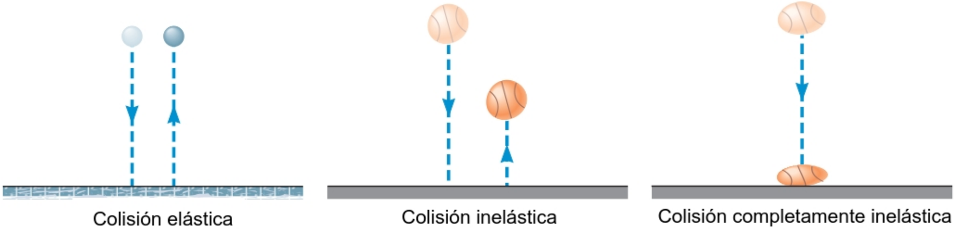
(a) (b)

Partiendo del reposo, dos patinadores se empujan, uno contra el otro, sobre el hielo donde la fricción es despreciable. Si la mujer de 54 kg se aleja con una velocidad de 2.5 m/s, encontrar la velocidad con la que retrocede el hombre cuyo peso es de $88\ kg$

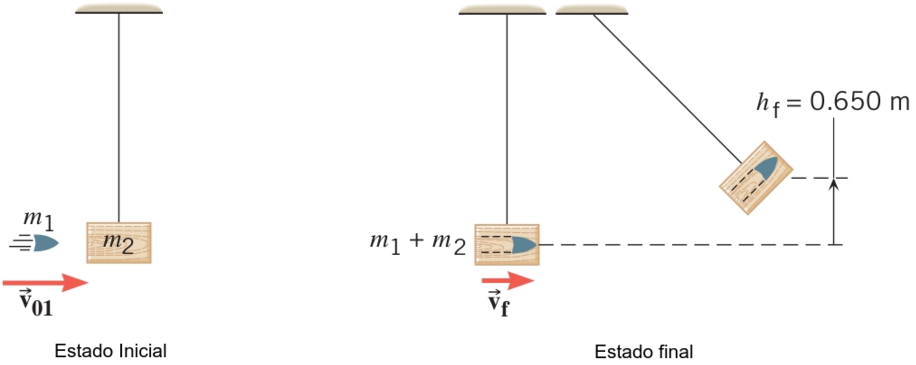


La <u>cantidad de movimiento total se conserva</u> cuando dos "objetos" <u>colisionan</u>, si ellos constituyen un sistema aislado. Las colisiones se clasifican en dos categorías:

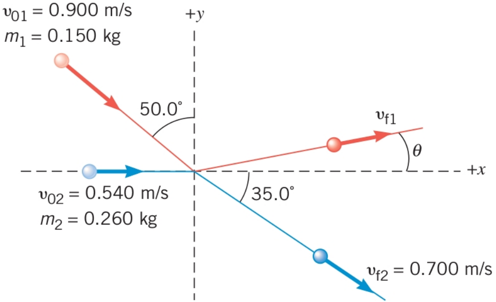
- **Colisión elástica:** la energía cinética total del sistema luego de la colisión es igual a la energía cinética total antes de la colisión
- **Colisión inelástica:** la energía cinética total del sistema luego de la colisión no es igual a la energía cinética total antes de la colisión; si los objetos permanecen unidos luego de colisionar, se dice que la colisión es totalmente inelástica (plástica)



El péndulo balístico es un dispositivo que puede utilizarse para medir la velocidad de proyectiles. En la figura se muestra un péndulo de masa 2.5 kg junto con una bala de 0.01 kg. Si el bloque se balancea hasta una altura máxima de 0.65 m, cual es la velocidad con la cual se disparó la bala



<u>Colisión en 2D</u>: Para la situación planteada en la figura, determine el valor de $\vec{\nu}_{f1}$

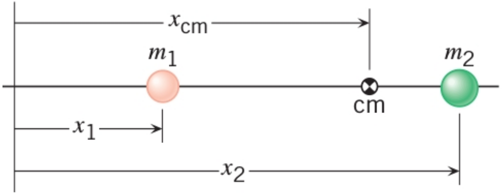


$$\begin{cases} \Delta P_x = P_{fx} - P_{0x} = 0 \\ \Delta P_y = P_{fy} - P_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x} \rightarrow m_1\, \nu_{01}\, sen(50°) + m_2\, \nu_{02} = m_1\, \nu_{f1}\, cos(\theta) + m_2\, \nu_{f2}\, cos(35°) \\ \hat{y} \rightarrow -m_1\, \nu_{01}\, cos(50°) + 0 = m_1\, \nu_{f1}\, sen(\theta) - m_2\, \nu_{f2}\, sen(35°) \end{cases}$$

Incógnitas $\rightarrow \boxed{(\nu_{f1}, \theta)}$

Cuando comenzamos a describir el movimiento de múltiples cuerpos, la descripción se vuelve compleja y es útil introducir el concepto de **centro de masa**. Este concepto nos permite representar todo el sistema como una sola partícula de masa puntual



$$\vec{x}_{cm} = \frac{m_1\vec{x_1} + m_2\vec{x_2}}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{\vec{x}_{cm} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i\vec{x_i}}{m_{total}}} \longleftarrow$$ **Posición del centro de masa para un sistema de N partículas**

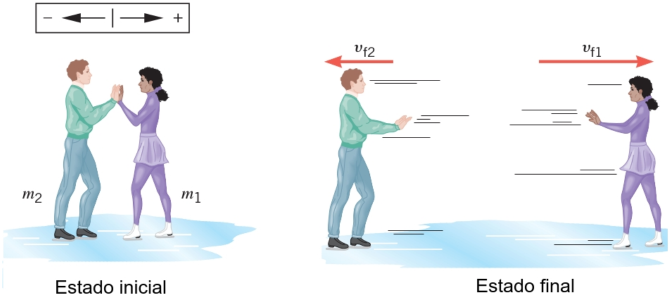
De manera equivalente podemos definir la velocidad y aceleración del centro de masa

$$\boxed{\vec{\nu}_{cm} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{\nu}_i}{m_{total}}} \longleftarrow$$ **Velocidad del centro de masa para un sistema de N partículas**

$$\boxed{\vec{a}_{cm} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \vec{a}_i}{m_{total}}} \longleftarrow$$ **Aceleración del centro de masa para un sistema de N partículas**

En un sistema aislado, la cantidad de movimiento total no cambia, por la tanto la velocidad del centro de masa no cambia

Analicemos nuevamente a los dos patinadores inicialmente en reposo, utilizando los datos encontrados previamente



$$\vec{v}_{cm_0} = \frac{m_1\cancelto{0}{\vec{v}_{01}}+m_2\cancelto{0}{\vec{v}_{02}}}{m_{total}} = 0 \qquad \vec{v}_{cm_f} = \frac{m_1\vec{v}_{f1}+m_2\vec{v}_{f2}}{m_{total}}$$

$$\vec{v}_{cm_f} = \frac{(88kg)(-1.5m/s)+(54kg)(2.5m/s)}{88kg+54kg} = 0.02m/s \approx 0m/s$$

Un cohete se dispara al aire como se muestra en la figura. En el momento en que alcanza su punto más alto, a una distancia horizontal d desde su punto de inicio, una explosión programada lo separa en dos partes de masas iguales. La parte I se detiene en el aire por la explosión y cae verticalmente hacia la Tierra. ¿Dónde caerá la parte II?