Formulas

La magnitud del vector de Poynting se refiere a potencia en la unidad de área es decir intensidad:

$$S = \frac{P}{4\pi r^2} \qquad W/m^2$$

la densidad de potencia (en w/m^2 y en dBw/m^2)

Potencia es P o Φ

$$\Phi = \frac{P_T}{4\pi d^2} \qquad W/m^2$$

Cuando lo paso a dBw/m^2

$$\Phi = 10\ \log(\Phi\ \ W/m^2) \qquad dBW/m^2$$

El vector de Poynting puede definirse como el producto vectorial del campo eléctrico y el campo magnético, cuyo módulo es la intensidad de la onda:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{E} \times \vec{B}$$

$\vec{E}$ representa el campo eléctrico

$\vec{H}$ la intensidad del campo magnético

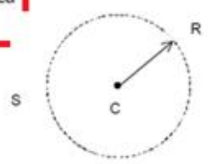
$\vec{B}$ el campo de inducción magnética, siendo μ la permeabilidad magnética del medio. Su unidad en SI es el vatio/m².

S = I en W/m^2

La energía electromagnética que se genera en C es emitida en todas direcciones (isotrópicamente) y un instante después atraviesa la superficie S. En promedio, la energía que se genera y la que sale atravesando la superficie S, en un lapso determinado, son iguales.

Potencia = Intensidad • Área

P = I • A



$$I = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 \quad ; \quad P = I \cdot 4\pi R^2 \quad \Rightarrow P = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2 \cdot 4\pi R^2 \ ,$$

Dato: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 [Nm^2/C^2]$;

Energía en Ondas Electromagnéticas

Las ondas electromagnéticas portan energía cuando viajan a través del espacio vacío Hay una densidad de energía asociada con ambos campos eléctrico y magnético. La tasa de transporte de energía por unidad de área es descrita por el vector

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\ x\ \vec{B}$$

que se llama vector de Poynting. Esta expresión es un producto vectorial, y puesto que el campo magnético es perpendicular al campo eléctrico, la magnitud puede ser escrita como

$$S = \frac{1}{\mu_0}EB$$

La tasa de transporte de energía S es perpendicular a E y B y en la dirección de propagación de la onda. La condición de la solución de onda para una onda plana es $B_m = E_m/c$, de modo que la intensidad media de una onda plana puede ser escrita

$$S = \frac{1}{c\mu_0}E_m^2\,\overline{\sin^2(kx-\omega t)} = \frac{1}{c\mu_0}\frac{E_m^2}{2}$$

Esto hace uso del hecho de que el promedio del cuadrado de una función sinusoidal sobre un número entero de periodos es exactamente 1/2.

μ_0 es la *permeabilidad en el espacio libre* = $4\pi\cdot 10^{-7}$ Tesla-metro por amperio (T·m/A).

$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N/A^2

Está relacionada con la permitividad eléctrica del vacío e_0, mediante la relación $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

Los dB para una magnitud[1] p de energía o potencia se suelen definir como

$$P = 10 \log_{10}(p/ref) \quad (1)$$

donde ref es una referencia con la que comparar nuestra magnitud. Así, si p es potencia, se pueden tener las siguiente situaciones:

$$ref = 1w \Longrightarrow P(dBW) = 10\log_{10}(p/1w) = 10\log_{10}(p \text{ en Watios}) \quad (2)$$
$$ref = 1mw \Longrightarrow P(dBm) = 10\log_{10}(p/1mw) = 10\log_{10}(p \text{ en Miliwatios}) \quad (3)$$
$$ref = 1kw \Longrightarrow P(dBk) = 10\log_{10}(p/1kw) = 10\log_{10}(p \text{ en Kilowatios}) \quad (4)$$

[1]Mientras no se especifique explícitamente lo contrario, las magnitudes estarán en valor eficaz (RMS).

Para una magnitud a que sea una amplitud

$$A = 10\log_{10}(a^2/ref) = 20\log_{10}(a/ref) \quad (5)$$

y de igual forma ref es una referencia que permite definir, por ejemplo, para tensión[2]:

$$ref = 1V. \Longrightarrow A(dBV) = 20\log_{10}(a/1V) = 10\log_{10}(a \text{ en V}) \quad (6)$$
$$ref = 1\mu V. \Longrightarrow A(dB\mu V ó dBu) = 20\log_{10}(a/1\mu V) = 10\log_{10}(a \text{ en } \mu \text{ V}) \quad (7)$$

Para campo eléctrico tenemos las mismas definiciones quedando las unidades en dB, respectivamente, dBV/m y $dB\mu V/m$.

Para una relación o cociente, adimensional, los dB se definen de igual forma, donde el valor ref es el denominador de la relación. Así, para una relación entre potencias o energías g:

$$G(dB) = 10\log_{10}(g) \quad (8)$$

Para una relación entre amplitudes g_a:

$$G_a(dB)G = 20\log_{10}(g_a). \quad (9)$$

[2]En otras referencias se define dBu como "unloaded" dB y la definición es diferente.

3. Unidades de potencia y campo

Una potencia en watios $P(W)$ en unidades logarítmicas queda

$$P(dBW) = 10\log_{10}(P) \quad (13)$$

En RF es habitual expresarla en dBm, definida como la potencia sobre un miliwatio pasada a unidades logarítmicas,

$$P(dBm) = 10\log_{10}(P/1mW) = 10\log_{10}(P/10^{-3}) \quad (14)$$

A veces interesa expresar la potencia sobre un Kilowatio, tenemos así los dBk:

$$P(dBk) = 10\log_{10}(P/1KW) = 10\log_{10}(P/10^3) \quad (15)$$

La relación entre estas cantidades queda

$$P(dBk) = 10\log_{10}(P/10^3) = 10\log_{10}(P) - 30 = P(dBW) - 30 \quad (16)$$

$$P(dBm) = 10\log_{10}(P/10^{-3}) = 10\log_{10}(P) + 30 = P(dBW) + 30 \tag{17}$$

Por otro lado la tensión V en Voltios, y por tanto el campo eléctrico E en (V/m), se suelen expresar en tensión sobre un microvoltio pasada a unidades logarítmicas:

$$E(dB\mu V/m) = 20\log_{10}(E/1\mu V/m) = 20\log_{10}(E/10^{-6}) = E(dBV/m) + 120 \tag{18}$$
$$V(dB\mu V) = 20\log_{10}(V/1\mu V) = 20\log_{10}(V/10^{-6}) = V(dBV) + 120 \tag{19}$$

PÉRDIDAS DE TRAYECTORIA POR EL ESPACIO LIBRE

La pérdida de trayectoria en espacio libre usualmente se define como la perdida a la que es sometida una onda electromagnética cuando esta se irradia en línea recta por el espacio libre, esta no sufre de algún otro fenómeno como la reflexión o absorción. Esta es una mala definición, esta en realidad es la cantidad técnica artificial que se obtiene mediante la manipulación de diferentes ecuaciones en enlaces de comunicaciones, teniendo muy en cuenta la ganancia de la antena transmisora.

En esta pérdida de trayectoria por el espacio libre en realidad no se pierde energía alguna, simplemente que esta energía se dispersa alejándose de la fuente principal. Por eso este fenómeno es mejor definirlo como perdida por dispersión. Dicho fenómeno está definido por la ley de cuadro inverso y su ecuación es:

$$L_p = \left(\frac{4\pi D}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{4\pi Df}{c}\right)^2$$

Cuando la frecuencia es expresada en MHz y la distancia en km, la perdida en trayectoria se calcula con la siguiente ecuación

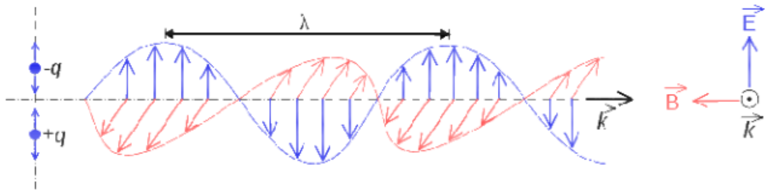
$$L_{p(dB)} = 32.4 + 20\log f_{(\mathrm{Mhz})} + 20\log D_{(\mathrm{km})}$$

$$E = E_0 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = E_0 \operatorname{sen}(\omega t - kx)$$
$$B = B_0 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = B_0 \operatorname{sen}(\omega t - kx)$$

Siendo T el periodo, ν la frecuencia lineal ($\nu=1/T$), λ la longitud de onda, ω la frecuencia angular ($\omega=2\pi/T=2\pi\nu$) y k el número de onda ($k= 2\pi/\lambda$).

$$\vec{E}\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \operatorname{sen}(\omega t - kx) \\ E_z = 0 \end{cases} \qquad \vec{B}\begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = 0 \\ B_z = B_0 sen(\omega t - kx) \end{cases}$$

Las ecuaciones anteriores representan una onda plana polarizada linealmente, con un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$ oscilando en direcciones perpendiculares entre si y perpendiculares a la dirección de propagación.



Las amplitudes E_0 y B_0 no son independientes, están relacionadas por la expresión:

$$E_0 = c\, B_0 \;.$$

Esta relación entre las amplitudes significa que para valores instantáneos también se cumple que:

$$E = c\, B$$

Ecuación que pone de manifiesto que *los campos eléctrico y magnético están en fase*, es decir que toman valores extremos y nulos al mismo tiempo.

Otra solución de la ecuación de ondas es aquella en la cual los campos eléctrico y magnético tienen una magnitud constante pero rotan alrededor de la dirección de propagación, dando como resultado una onda polarizada circularmente. Las componentes de los campos eléctrico y magnético según dos ejes perpendiculares se expresan entonces por

$$\begin{array}{lll} E_x = 0 & E_y = \mathrm{sen}(\omega t - \mathrm{k}x) & E_z = \pm\cos(\omega t - kx) \\ B_x = 0 & B_y = \pm B_0 \cos(\omega t - \kappa x) & B_z = B_0\,\mathrm{sen}\left(kx - \omega t\right) \end{array}$$

$$\vec{E}\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_0\,\mathrm{sen}(\omega t - kx) \\ E_z = \pm E_0 \cos(\omega t - kx) \end{cases} \qquad \vec{B}\begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = \pm B_0 \cos(\omega t - kx) \\ B_z = B_0\,\mathrm{sen}(\omega t - kx) \end{cases}$$

que corresponden a un desfase de $\pm\dfrac{\pi}{2}$ entre las componentes de cada campo, siendo el campo magnético perpendicular al campo eléctrico en cada instante. Si las amplitudes de las dos ondas componentes ortogonales de cada campo son distintas se obtiene la polarización elíptica.

Existen además otras soluciones de de las ecuaciones de Maxwell que son ondas planas pero que no corresponden a un estado de polarización definido.

Como conclusión podemos afirmar que las soluciones en forma de onda plana que hemos obtenido son completamente generales, y que, *las ondas electromagnéticas planas son transversales, con los campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ perpendiculares entre si y a la dirección de propagación.*

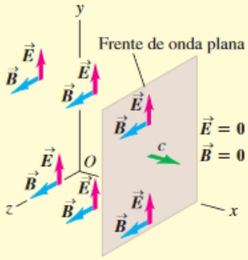
CAPÍTULO 32 RESUMEN

Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas: Las ecuaciones de Maxwell pronostican la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío con la rapidez de la luz c. El espectro electromagnético cubre frecuencias desde 1 Hz hasta 10^{24} Hz, y el correspondiente amplio intervalo de longitudes de onda. La luz visible, con longitudes de onda de 400 a 700 nm, es sólo una parte muy pequeña de ese espectro. En una onda plana, los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son uniformes sobre cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación. Las leyes de Faraday y Ampere establecen relaciones entre las magnitudes de $\vec{E}$ y $\vec{B}$; la exigencia de que se satisfagan estas dos relaciones permite obtener una expresión para c en términos de ϵ_0 y μ_0. Las ondas electromagnéticas son transversales; los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares entre sí y con respecto a la dirección de propagación, la cual es la dirección del producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$.

$$E = cB \qquad (32.4)$$

$$B = \epsilon_0 \mu_0 c E \qquad (32.8)$$

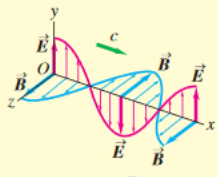
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \qquad (32.9)$$



Ondas electromagnéticas sinusoidales: Las ecuaciones (32.17) y (32.18) describen una onda electromagnética plana sinusoidal que viaja en el vacío en la dirección $+x$. (Véase el ejemplo 32.1.)

$$\vec{E}(x,t) = \hat{\jmath} E_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$$
$$\vec{B}(x,t) = \hat{k} B_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \qquad (32.17)$$

$$E_{\text{máx}} = c B_{\text{máx}} \qquad (32.18)$$



Ondas electromagnéticas en la materia: Cuando una onda electromagnética viaja a través de un dieléctrico, la rapidez de onda v es menor que la rapidez de la luz en el vacío c. (Véase el ejemplo 32.2.)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{KK_m}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}} \qquad (32.21)$$

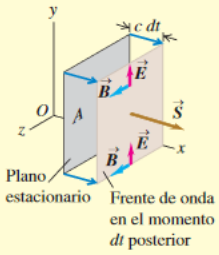
Energía y cantidad de movimiento de las ondas electromagnéticas: La tasa de flujo de energía (potencia por unidad de área) de una onda electromagnética en vacío está dada por el vector de Poynting $\vec{S}$. La magnitud del valor promediado en el tiempo del vector de Poynting se llama la intensidad I de la onda. Las ondas electromagnéticas también transportan cantidad de movimiento, y cuando una de ellas golpea una superficie ejerce una presión de radiación p_{rad}. Si la superficie es perpendicular a la dirección de propagación de la onda y es totalmente absorbente, $p_{\text{rad}} = I/c$; si la superficie es un reflector perfecto, $p_{\text{rad}} = 2I/c$. (Véanse los ejemplos 32.3 a 32.5.)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \qquad (32.28)$$

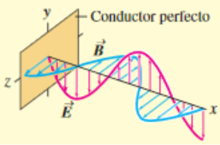
$$I = S_{\text{med}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E^2_{\text{máx}}}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{\text{máx}}{}^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_{\text{máx}}{}^2 \qquad (32.29)$$

$$\frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = \frac{S}{c} = \frac{EB}{\mu_0 c} \qquad (32.31)$$

(tasa de flujo de cantidad de movimiento electromagnética)



Ondas electromagnéticas estacionarias: Si se coloca una superficie perfectamente reflejante en $x = 0$, las ondas incidente y reflejada forman una onda estacionaria. Los planos nodales para $\vec{E}$ se presentan en $kx = 0, \pi, 2\pi, \ldots$, y los planos nodales para $\vec{B}$ en $kx = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \ldots$ En cada punto, las variaciones sinusoidales de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ con respecto al tiempo están 90° fuera de fase. (Véanse los ejemplos 32.6 y 32.7.)



Ondas polarizadas

La palabra *polarizada* proviene de *polos*, y alude a que los polos (norte-sur; positivo-negativo; blanco-negro) definen una dirección. Luego si la perturbación que produce una onda está siempre en una dirección definida, la onda se llama *polarizada*.

Ejemplo: en la ola de la tribuna, los espectadores sólo se mueven en la dirección vertical: suben y bajan, no se inclinan, ni avanzan, ni retroceden, ni se ponen a bailar salsa. Luego la ola en la tribuna es una onda polarizada.