

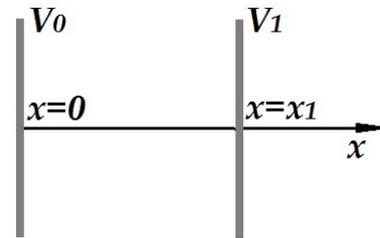
## Trabajo Práctico N° 02: Métodos de resolución - Medios Materiales.

**Problema 1** ☉ Considere la configuración de conductores de la figura; suponga que la región entre las placas conductoras, infinitas, está vacía.

a) Aplicando la ecuación de Laplace, calcule el potencial electrostático entre las placas.

b) Calcule el campo eléctrico.

c) Resuelva los incisos a) y b) suponiendo que la región entre las placas está llena con una distribución continua de electrones, con una densidad volumétrica de carga  $\rho(x) = -\rho_0 x/x_1$ . *Obs: desprecie el efecto de los borde*



X **Problema 2** Cuál debe ser la distribución de carga localizada en el interior de una esfera de radio unitario para producir el campo de potencial  $\phi(x) = -6/\epsilon_0 r^5$  en  $r \leq 1$ . Considere el origen de coordenadas coincidente con el centro de la esfera.

X **Problema 3** ☉ Una esfera conductora de radio  $R_A$  se coloca en el interior de un cascarón esférico conductor de radio interior  $R_B$  y exterior  $R_C$ . Considere que el conductor interno está conectado a un potencial  $V_0$  y que el cascarón está cargado con  $Q$  (hallándose éste a un potencial diferente de  $V_0$ ). Aplicando la ecuación de Laplace,

a) calcule el potencial en todo el espacio ( $r \leq R_A$ ;  $R_A \leq r \leq R_B$ ;  $R_B \leq r \leq R_C$ ;  $r \geq R_C$ ). *Ayuda: asuma que el cascarón se encuentra a un potencial  $V_1$  y resuelva la ecuación de Laplace para las distintas regiones, estableciendo las condiciones de frontera correspondientes, y luego aplicando condiciones de frontera para el campo eléctrico determine  $V_1$  en función de la carga del cascaron, la cual es dato, ya que a  $V_1$  no lo conocemos!!!.*

b) Calcule la diferencia de potencial entre los conductores y la carga neta en cada uno de ellos si al conductor interior se lo conecta a tierra  $V_0 = 0$ . Compare este resultado con el del Problema 38.

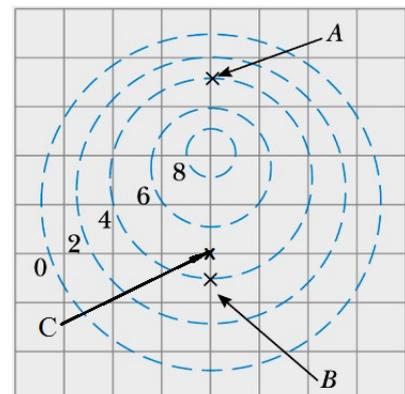
**Problema 4** ☉ La figura muestra varias curvas equipotenciales, cada una designada por su potencial en volts. La distancia entre las líneas de la cuadrícula representa  $1,00[cm]$

a) La magnitud del campo es mayor en A o en B. ¿Por qué? (consulte su respuesta)

b) Cuál es  $\vec{E}$  en B?

c) ¿Puede estimar el valor del potencial en C? describa el procedimiento.

d) Represente cómo es el campo  $\vec{E}$  graficando al menos 8 líneas de campo.



X

**Problema 5** ☉ Dos cáscaras cilíndricas largas de radios  $R_a$  y  $R_b$  se disponen coaxialmente y se cargan a los potenciales  $\varphi_a$  y  $\varphi_b$  respectivamente. Encuentre el potencial en la región entre las cáscaras cilíndricas. Grafique la curva de variación del potencial en función de la posición suponiendo  $\varphi_a < \varphi_b$ .

**Problema 6** ☉ Considere una carga  $+Q$  fija a una distancia  $d$  por encima de un plano conductor infinito. El plano se conecta a tierra. Aplicando el método de las imágenes,

- Halle el potencial y el campo en la región sobre el plano ¿Qué puede decir acerca del potencial electrostático y del campo eléctrico debajo del plano? explique
- Halle la densidad de carga neta sobre el plano conductor ¿explique la razón por la cual la carga neta del plano es distinta de cero?
- Encuentre la fuerza sobre la carga  $+Q$  debida al plano ¿la fuerza sobre el plano debida a  $Q$ ?
- ¿cuál sería la carga neta del plano si, en presencia de la carga puntual, se cortara la conexión con tierra? explique
- Explique cualitativamente las diferencias que se observarían, tanto en la distribución de cargas del plano como en el campo eléctrico y el potencial electrostático, si la carga se ubicara en proximidad del plano estando éste inicialmente aislado (es decir, si no se conectara a tierra).

**Problema 7** ☉ Dos planos conductores semi-infinitos se ubican formando un ángulo recto y se conectan a tierra. Una carga puntual se mantiene en una posición fija entre ambos planos. Sea la distancia  $a$  a uno de los planos,  $a$ , y  $b$  la distancia al otro. Aplicando el método de las imágenes,

- ¿Qué cargas necesita y dónde las ubicaría para hallar el potencial en la región entre los planos?
- ¿Cuál es la fuerza sobre la carga? ¿Y sobre los conductores?

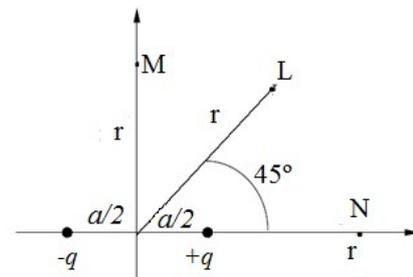
**Problema 8** ☉ Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas de igual magnitud y signos contrarios separadas una distancia “ $a$ ” a lo largo del eje  $x$

- Determinar el momento dipolar eléctrico de esta configuración
- Explique en qué difiere la expresión del campo dipolar del de la expresión completa del campo coulombiano.

X

**Problema 9** ☉ Para un dipolo de momento  $\vec{p} = qa \hat{i}$

- Encontrar el potencial eléctrico en un punto  $L$  a una distancia  $r$  del centro del dipolo. ¿qué condición debe aplicar sobre la magnitud de  $r$  para que sea válida la expresión dipolar del potencial electrostático?
- Hallar las componentes polares del vector campo eléctrico en el punto  $L$ .



- Considerar los valores de las componentes calculadas en (b) cuando se toman puntos sobre el eje del dipolo (Ej. punto N) o sobre el plano central perpendicular al dipolo (Ej. punto M).

X

**Problema 10** ☉ Un dipolo de momento dipolar  $\vec{p}$  se coloca en un campo eléctrico uniforme.

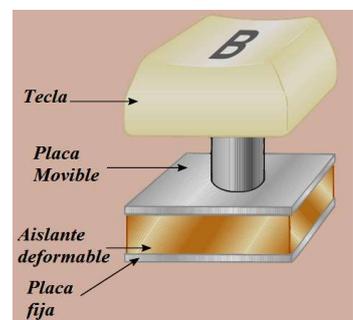
- a) Calcular la fuerza y el momento resultante si el dipolo se coloca perpendicular al campo eléctrico. (ojo, debe diferenciar este *momento o torque*, del *momento dipolar*, expresión que resulta de considerar solo el segundo término del desarrollo en serie de la expresión del potencial y/o campo  $\vec{E}$ )
- b) Determinar la posición de equilibrio estable del dipolo dentro del campo eléctrico mencionado.
- c) Si el dipolo se coloca formando un ángulo  $\alpha_0$  con la dirección del campo eléctrico, obtener una expresión para el momento de fuerza resultante en función del momento dipolar y de la posición angular inicial.
- d) Determinar la energía de configuración del dipolo.
- e) ¿Cuál es el trabajo mecánico necesario para hacer rotar el dipolo desde una posición de equilibrio estable a una posición donde forme un ángulo  $\theta$  con  $\vec{E}$ ?

**Problema 11** Un dipolo de momento  $\vec{p} = 2qa \hat{i}$  se encuentra, inicialmente, en una región de campo eléctrico externo  $\vec{E}_{ext} = K \frac{[(x-a)t+bj]}{[(x-a)^2+b^2]^{3/2}}$  (se consideró como origen del sistema de coordenado el centro del dipolo). Calcule la fuerza y el momento (momento de fuerza) sobre el dipolo en el instante inicial. Esplique cualitativamente qué tipo de movimiento tiende a describir el dipolo.

**Problema 12** ☉ Un condensador de placas paralelas, en vacío, tiene un área  $A = 2,00 \times 10^{-4} [\text{m}^2]$  y una separación entre placas  $d = 1,00 [\text{mm}]$ . El condensador se carga a una diferencia de potencial de  $\Delta\phi_C = 20 [\text{V}]$ .

- a) Discuta la aplicabilidad de la Ley de Gauss cómo método de resolución para calcular el campo entre las placas y calcule la capacitancia.
- b) Calcule la densidad de carga sobre cada placa ¿cómo espera que sea la densidad del carga cerca de los bordes. Tomando en cuenta esta cuestión, ¿qué piensa Ud? el error de estimación al calcular la carga neta de la placa, ¿es por exceso o por defecto?
- c) Calcule la energía almacenada.
- d) Calcular los resultados anteriores si  $A = 40 \text{ cm}^2$ ,  $d = 1 \text{ mm}$ ,  $\Delta\phi_C = 600 \text{ mV}$ ].

**Problema 13** ☉ En algunos teclados de computadora los botones están conformados por capacitores, como se muestra en la figura. Cuando la tecla es presionada, el aislante elástico entre las placas es comprimido, la capacitancia, a) aumenta; b) decrece; c) cambia en una forma que no puede ser determinada debido a que el complicado circuito que la conecta al teclado puede producir un cambio en el  $\Delta V$ .



X

**Problema 14** ☉ Considere dos cilindros conductores coaxiales, de radios  $R_1$  y  $R_2$ ;  $R_1 < R_2$ . El cilindro interior se mantiene a un potencial  $V_0$  y el externo está conectado a tierra. El espacio entre ellos es vacío.

- Hallar la distribución de campo eléctrico y potencial en todo el espacio. Grafique el campo en todas las regiones del espacio.
- Hallar la carga por unidad de longitud de los cilindros tomando en cuenta la simetría que presenta el problema
- Determinar la capacidad por unidad de longitud del condensado si:
  - El relleno es aire (equivalente a vacío)
  - El relleno es de un dieléctrico lineal de permitividad  $\epsilon$ .

**Problema 15** ☉ Un alambre conductor de radio  $a$  se extiende paralelo y a una altura  $h$  del suelo. Asumiendo que la superficie de la tierra es un buen conductor, determine la capacitancia y la fuerza por unidad de longitud entre el alambre y la tierra. (aplique el método de las imágenes y tenga en cuenta que el radio del alambre es  $a \ll h$  y por lo tanto la distribución de carga en éste se puede considerar uniforme).

X **Problema 16** ☉ Una varilla cilíndrica delgada de dieléctrico, de sección transversal “A”, se extiende a lo largo del eje  $x$  desde  $x = 0$  hasta  $x = L$ . La varilla tiene una polarización  $\vec{P}(x) = (ax + b)\hat{i}$  a lo largo de su longitud.

- Halle la densidad de carga de polarización superficial y volumétrica en el cilindro.
- Demuestre explícitamente que la carga total de polarización es nula.
- Aplicando los resultados obtenidos en la guía anterior determine el potencial electrostático y el campo eléctrico fuera del cilindro en puntos sobre el eje del mismo.

**Problema 17** Un cubo de dieléctrico de lado  $\ell$ , tiene una polarización radial dada por:  $\vec{P}(\mathbf{r}) = A\vec{r}$  donde  $A$  es una constante y  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ . El origen de coordenadas está en el centro del cubo. Hallar las densidades de carga de polarización en cada cara del cubo.

**Problema 18** ☉ Dos placas conductoras paralelas están separadas por una distancia  $d$  y se mantienen a una diferencia de potencial  $V_0$ . En el espacio entre las placas se coloca una plancha dieléctrica de constante dieléctrica  $K_e$  y espesor uniforme  $t < d$ . Despreciando los efectos de borde, determine

- el vector desplazamiento eléctrico  $\vec{D}$  en el dieléctrico y en entre el dieléctrico y la placa.
- el vector de campo eléctrico  $\vec{E}$ .
- la carga máxima y la capacidad equivalente del condensador.
- la energía electrostática almacenada

**Problema 19** Un capacitor esférico consta de un cascarón conductor de radio  $b$  y carga  $-Q$  concéntrico con una esfera conductora sólida, más pequeña, de radio  $a$  y carga  $+Q$ . Encuentre la capacitancia de este dispositivo si el medio entre los conductores es: a) vacío. b) un dieléctrico de permitividad relativa  $\epsilon_R$ .

X **Problema 20** ☉ Un condensador plano tiene entre sus placas una plancha dieléctrica de permitividad relativa  $K_e$  (constante dieléctrica). Las placas de ancho  $w$  y largo  $L$  están separadas una distancia  $d$ . El condensador se carga mientras se mantiene a una diferencia de potencial  $V_0$  y se desconecta. Luego la plancha de dieléctrico se retira parcialmente en la dirección de  $L$ , de forma que solo queda una porción de longitud  $x$  entre las placas del condensador.

- a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del condensador?
- b) ¿Cuál es la fuerza que tiende restituir al dieléctrico a su posición inicial?

**Problema 21** ☉ Un condensador de placas paralelas de área  $A$  se llena con tres materiales dieléctricos de constantes  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$  y espesores  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ , como muestra la figura.

- a) Hallar la capacitancia de cada uno de los condensadores equivalentes de esta configuración ¿cuál es la capacitancia total?
- b) Armar el diagrama de condensadores equivalente.

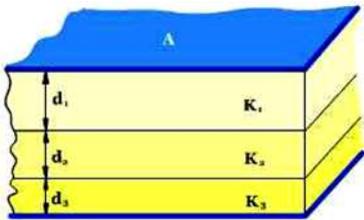
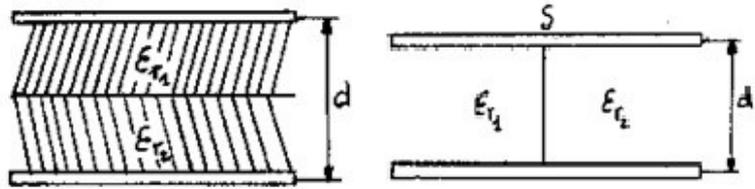


Fig. del Problema 21



Figs. del Problema 22

X **Problema 22** ☉ Calcular la capacitancia de los condensadores representados en las figuras, ¿cuál tiene mayor capacitancia? Represente la distribución de cargas de polarización en los dieléctricos y explique cualitativamente el resultado.

**Problema 23** Idem problema anterior para la siguiente configuración de condensador

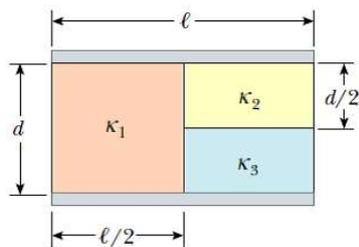


Fig. del Problema 23

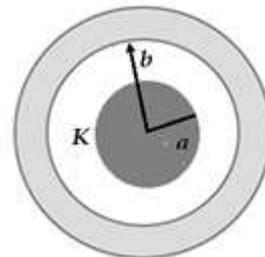


Fig. del Problema 24

**Problema 24** ☉ Un condensador cilíndrico consta de un conductor interno de radio  $a$  y un cascarón externo coaxial de radio interior  $b$  y espesor  $e$ . El espacio entre los dos conductores está lleno de un aislante de constante dieléctrica  $K$ . La longitud del condensador es  $L$ .

- a) Hallar la capacitancia del condensador.
- b) La densidad de carga superficial en cada capa de conductor y la carga neta máxima si se mantiene a una diferencia de potencia  $V$ .

**Problema 25** ☉ Un material se coloca entre dos placas conductoras planas y paralelas, separadas una distancia  $a$ . La permitividad del material varía desde  $\epsilon_1$  a  $\epsilon_2$  en la forma

$$\varepsilon(z) = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 a}{(\varepsilon_1 z + \varepsilon_2 (a - z))}$$

Si se aplica una diferencia de potencial  $V_0$  entre las placas ¿Cuánto valen los Campos de Polarización, Desplazamiento y Eléctrico todos los puntos del material?

**Problema 26** ☉ Se carga a 1000 V un condensador de  $20\mu F$  y se desconecta de la fuente de voltaje. Luego los terminales del condensador se conectan a los de otro condensador de  $5\mu F$  que inicialmente se encontraba descargado. Calcular

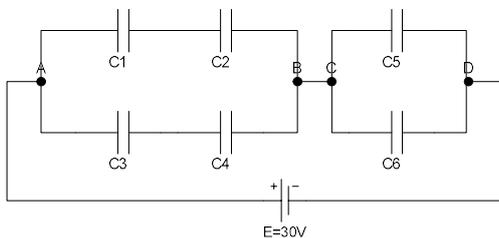
- La carga eléctrica inicial del sistema,
- La diferencia de potencial en cada condensador al final del proceso
- La energía almacenada inicialmente y luego de conectar ambos condensadores.

**Problema 27** ☉ Considere un condensador de placas paralelas, cada una de área de  $0.2[m^2]$ , separadas una distancia de  $1.0[cm]$ . Se conecta el condensador a una diferencia de potencial  $V = 3 \times 10^3 [V]$  hasta que se carga, luego se lo desconecta de la fuente, quedando eléctricamente aislado: Cuando se introduce una plancha de dieléctrico de constante dieléctrica  $K_x$  desconocida se observa que el voltaje disminuye a  $V' = 10^3[V]$ . Calcule:

- La constante dieléctrica del plancha dieléctrica  $K_x$ .
- La carga libre en cada placa, antes y después de rellenar.
- La capacitancia  $C$  antes y después  $C'$  de introducir el dieléctrico.
- La energía almacenada en el condensador, antes y después.

**Problema 28** Dos condensadores, uno de  $1[\mu F]$  y otro de  $2[\mu F]$ , se conectan en paralelo a una fuente de  $10^3[V]$ . Una vez cargados se desconectan de la fuente y se conectan entre sí, uniendo las armaduras que tienen carga de distinto signo. ¿Cuál es la carga final de cada uno cuando alcanzan el equilibrio?

**Problema 29** Hallar la capacidad equivalente y la carga acumulada por cada condensador del siguiente circuito.



- $C_1 = 10000 pF$
- $C_2 = 0,010 \mu F$
- $C_3 = 6.0 nF$
- $C_4 = 3.0 nF$
- $C_5 = 3.0 nF$
- $C_6 = 4.0 \mu F$

**Problema 30** ☉ Se carga un capacitor de capacitancia  $C_1 = 8,0[\mu F]$  conectándolo a una fuente de voltaje  $V = 120,0[V]$ . El interruptor  $s$ , inicialmente está abierto. Cuando  $C_1$  está cargado, la fuente de volaje se desconecta.

- ¿Cuál es la carga  $Q_0$  y la energía almacenada en  $C_1$  si el interruptor  $s$  se deja abierto?
- Cuando se cierra el interruptor  $s$ , ¿cuál es la diferencia de potencial en cada condensador?
- ¿Cuál es la energía total del sistema luego de cerrar el interruptor?

**Problema 31** ☉ Se tienen tres capacitores, inicialmente descargados, conectados en serie a una batería de  $10,0[V]$ .  $C_1 < C_2 < C_3$ , ¿Cuál relación se cumple?

- a)  $V_1 < V_2 < V_3$  y  $q_1 = q_2 = q_3$     b)  $V_1 = V_2 = V_3$  y  $q_1 < q_2 < q_3$   
 c)  $V_1 = V_2 = V_3$  y  $q_1 > q_2 > q_3$     d)  $V_1 > V_2 > V_3$  y  $q_1 > q_2 > q_3$   
 e)  $V_1 = V_2 = V_3$  y  $q_1 = q_2 = q_3$     f)  $V_1 > V_2 > V_3$  y  $q_1 = q_2 = q_3$

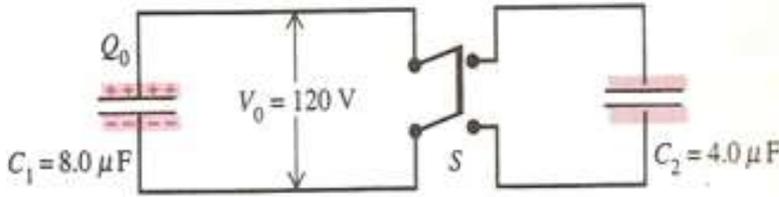


Fig. del Problema 30

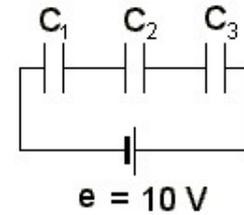


Fig. del Problema 31

**Problema 32** ☉ Un capacitor plano de aire, de  $20[\mu F]$ , está conectado a una fuente de tensión continua de  $12[V]$ . Sin desconectarlo de esta fuente se le introduce un dieléctrico cuya constante dieléctrica es  $K = 4$ .

- a) Calcular la carga que queda o recibe la batería en este proceso.  
 b) ¿Cuál es la variación de energía entre el capacitor sin y con dieléctrico?

**Problema 33** ☉ Se tiene un condensador plano de capacidad  $C$  de aire. Se lo estira hasta obtener el doble del área, se cuadruplica la distancia que separa ambas placas y se lo sumerge en agua destilada ( $K=80$ ). Calcular el nuevo valor de la capacidad.