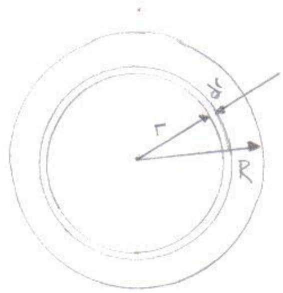
Guía 2 - Problema 11 :



Debido a la simetría del problema, lo más sencillo es suponer que la esfera de carga se forma a partir de una sucesión de capas esféricas de grosor $\underline{dr}$.

$$\underbrace{W = \int \vec{F} \cdot d\vec{\ell}}_{\text{física I}} \Rightarrow \quad W = qV \longrightarrow \text{campo eléctrico}$$

$\hookrightarrow$ Cuando se construye el trabajo con cargas puntuales.

para distribuciones continuas de carga:

$W = qV = \int V \rho \, d\tau$ donde $\int \rho \, d\tau$ es la carga

→ el potencial para el radio $\underline{r}$ ilustrado en la figura $V_r = \dfrac{Q_r}{4\pi\varepsilon_0 r}$

donde Q_r es la carga total contenida en el radio $\underline{r} \longrightarrow Q_r = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$

→ La carga diferencial en la capa esférica de grosor dr : $dQ_r = \rho 4\pi r^2 dr$

→ El trabajo queda expresado para espesor $\underline{dr}$: $dW_e = V_r \, dQ_r = \left(\dfrac{\rho r^2}{3\varepsilon_0}\right) \rho 4\pi r^2 dr$

→ Por consiguiente, el trabajo para formar una esfera de carga uniforme de radio R y densidad volumétrica constante ρ es:

$$W_e = \int dW_e = \int_0^R \left(\frac{\rho r^2}{3\varepsilon_0}\right) \rho \, 4\pi r^2 dr = \frac{\rho^2 4\pi}{3\varepsilon_0} \int_0^R r^4 dr \Longrightarrow \boxed{W_e = \frac{4\pi\rho^2 R^5}{15\,\varepsilon_0}}$$