

---

# Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería

---

DAVID K. CHENG

CENTENNIAL PROFESSOR EMERITUS, SYRACUSE UNIVERSITY

Versión en español de

**Ernesto Morales Peake**

*Equilibrio S.A. de C.V., México*

Con la colaboración de

**José Luis Sebastián Franco**

*Universidad Complutense de Madrid, España*



México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador  
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Intensidad de campo eléctrico	<b>E</b>	volt/metro	V/m
Intensidad de campo magnético	<b>H</b>	ampere/metro	A/m
Intensidad de radiación	$U$	watt/estereorradián	W/sr
Longitud de onda	$\lambda$	metro	m
Magnetización	<b>M</b>	ampere/metro	A/m
Momento dipolar eléctrico	<b>p</b>	coulomb-metro	C · m
Momento dipolar magnético	<b>m</b>	ampere-metro <sup>2</sup>	A · m <sup>2</sup>
Número de onda	$k$	radián/metro	rad/m
Par de torsión	$T$	newton-metro	N · m
Permeabilidad	$\mu, \mu_0$	henry/metro	H/m
Permeabilidad relativa	$\mu_r$	(sin dimensiones)	—
Permitividad	$\epsilon, \epsilon_0$	farad/metro	F/m
Permitividad relativa (constante dieléctrica)	$\epsilon_r$	(sin dimensiones)	—
Potencia	$P$	watt	W
Potencial eléctrico	$V$	volt	V
Potencial magnético (vector)	<b>A</b>	weber/metro	Wb/m
Reactancia	$X$	ohm	$\Omega$
Reluctancia	$\mathcal{R}$	henry <sup>-1</sup>	H <sup>-1</sup>
Resistencia	$R$	ohm	$\Omega$
Susceptancia	$B$	siemens	S
Susceptibilidad eléctrica	$\chi_e$	(sin dimensiones)	—
Susceptibilidad magnética	$\chi_m$	(sin dimensiones)	—
Trabajo (energía)	$W$	joule	J
Vector de polarización	<b>P</b>	coulomb/metro <sup>2</sup>	C/m
Vector de Poynting (densidad de potencia)	$\mathcal{P}$	watt/metro <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Velocidad	$u$	metro/segundo	m/s
Voltaje	$V$	volt	V

**A-2 CANTIDADES DERIVADAS**

<b>Cantidad</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Unidad</b>	<b>Abreviatura</b>
Admitancia	$Y$	siemens	S
Capacitancia	$C$	farad	F
Carga	$Q, q$	coulomb	C
Conductancia	$G$	siemens	S
Conductividad	$\sigma$	siemens/metro	S/m
Constante de atenuación	$\alpha$	neper/metro	Np/m
Constante de fase	$\beta$	radián/metro	rad/m
Constante dieléctrica (permitividad relativa)	$\epsilon_r$	(sin dimensiones)	—
Constante de propagación	$\gamma$	metro <sup>-1</sup>	m <sup>-1</sup>
Densidad de carga (lineal)	$\rho_\ell$	coulomb/metro	C/m
Densidad de carga (superficie)	$\rho_s$	coulomb/metro <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
Densidad de carga (volumen)	$\rho_v$	coulomb/metro <sup>3</sup>	C/m <sup>3</sup>
Densidad de corriente (superficie)	$\mathbf{J}_s$	ampere/metro	A/m
Densidad de corriente (volumen)	$\mathbf{J}$	ampere/metro <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>
Densidad de energía	$w$	joule/metro <sup>3</sup>	J/m <sup>3</sup>
Densidad de flujo magnético	$\mathbf{B}$	tesla	T
Desplazamiento eléctrico (densidad de flujo eléctrico)	$\mathbf{D}$	coulomb/metro <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
Directividad	$D$	(sin dimensiones)	—
Energía (trabajo)	$W$	joule	J
Fase	$\phi$	radián	rad
Flujo magnético	$\Phi$	weber	Wb
Frecuencia	$f$	hertz	Hz
Frecuencia angular	$\omega$	radián/segundo	rad/s
Fuerza	$\mathbf{F}$	newton	N
Fuerza electromotriz	$\mathcal{V}$	volt	V
Fuerza magnetomotriz	$\mathcal{V}_m$	ampere	A
Impedancia	$Z, \eta$	ohm	$\Omega$
Inductancia	$L$	henry	H

### A-3 MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DE UNIDADES

Factor por el cual se multiplica la unidad	Prefijo	Símbolo
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{18}$	exa	E
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{15}$	peta	P
$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{12}$	tera	T
$1\ 000\ 000\ 000 = 10^9$	giga	G
$1\ 000\ 000 = 10^6$	mega	M
$1\ 000 = 10^3$	kilo	k
$100 = 10^2$	hecto†	h
$10 = 10^1$	deca†	da
$0.1 = 10^{-1}$	deci†	d
$0.01 = 10^{-2}$	centi†	c
$0.001 = 10^{-3}$	mili	m
$0.000\ 001 = 10^{-6}$	micro	$\mu$
$0.000\ 000\ 001 = 10^{-9}$	nano	n
$0.000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-12}$	pico	p
$0.000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-15}$	femto	f
$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-18}$	atto	a

† Estos prefijos por lo general sólo se usan para medidas de longitud, área y volumen.

# ALGUNAS CONSTANTES MATERIALES ÚTILES

## B-1 CONSTANTES DEL ESPACIO LIBRE

Constante	Símbolo	Valor
Velocidad de la luz	$c$	$\sim 3 \times 10^8$ (m/s)
Permitividad	$\epsilon_0$	$\sim \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ (F/m)
Permeabilidad	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)
Impedancia intrínseca	$\eta_0$	$\sim 120\pi$ o 377 ( $\Omega$ )

## B-2 CONSTANTES FÍSICAS DEL ELECTRÓN Y DEL PROTÓN

Constante	Símbolo	Valor
Masa en reposo del electrón	$m_e$	$9.107 \times 10^{-31}$ (kg)
Carga del electrón	$-e$	$-1.602 \times 10^{-19}$ (C)
Razón carga-masa del electrón	$-e/m_e$	$-1.759 \times 10^{11}$ (C/kg)
Radio del electrón	$R_e$	$2.81 \times 10^{-15}$ (m)
Masa en reposo del protón	$m_p$	$1.673 \times 10^{-27}$ (kg)

---

**B-3 PERMITIVIDADES RELATIVAS (CONSTANTES DIELECTRICAS)**

---

Material	Permitividad relativa, $\epsilon_r$
Aire	1.0
Baquelita	5.0
Vidrio	4-10
Mica	6.0
Aceite	2.3
Papel	2-4
Cera parafina	2.2
Plexiglás	3.4
Polietileno	2.3
Poliestireno	2.6
Porcelana	5.7
Caucho	2.3-4.0
Tierra (seca)	3-4
Teflon	2.1
Agua (destilada)	80
Agua de mar	72

---

**B-4 CONDUCTIVIDADES†**

---

Material	Conductividad, $\sigma$ (S/m)	Material	Conductividad, $\sigma$ (S/m)
Plata	$6.17 \times 10^7$	Agua dulce	$10^{-3}$
Cobre	$5.80 \times 10^7$	Agua destilada	$2 \times 10^{-4}$
Oro	$4.10 \times 10^7$	Tierra seca	$10^{-5}$
Aluminio	$3.54 \times 10^7$	Aceite de transformador	$10^{-11}$
Latón	$1.57 \times 10^7$	Vidrio	$10^{-12}$
Bronce	$10^7$	Porcelana	$2 \times 10^{-13}$
Hierro	$10^7$	Caucho	$10^{-15}$
Agua de mar	4	Cuarzo fundido	$10^{-17}$

---

† Tenga en cuenta que los parámetros constitutivos de algunos de los materiales dependen de la frecuencia y de la temperatura. Las constantes listadas son valores para baja frecuencia a temperatura ambiente.

**B-5 PERMEABILIDADES RELATIVAS<sup>†</sup>**

<b>Material</b>	<b>Permeabilidad relativa, <math>\mu_r</math></b>
<i>Ferromagnéticos (no lineales)</i>	
Níquel	250
Cobalto	600
Hierro (puro)	4,000
Mumetal	100,000
<i>Paramagnéticos</i>	
Aluminio	1.000021
Magnesio	1.000012
Paladio	1.00082
Titanio	1.00018
<i>Diamagnéticos</i>	
Bismuto	0.99983
Oro	0.99996
Plata	0.99998
Cobre	0.99999

<sup>†</sup> Tenga en cuenta que los parámetros constitutivos de algunos de los materiales dependen de la frecuencia y de la temperatura. Las constantes listadas son valores para baja frecuencia a temperatura ambiente.

## Algunas identidades vectoriales útiles

---

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \times \mathbf{A} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$\nabla(\psi V) = \psi \nabla V + V \nabla \psi$$

$$\nabla \cdot (\psi \mathbf{A}) = \psi \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \psi$$

$$\nabla \times (\psi \mathbf{A}) = \psi \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \psi \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \nabla V = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} \, dv = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{Teorema de la divergencia})$$

$$\int_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (\text{Teorema de Stokes})$$

## Operaciones de gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano

---

Coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$

$$\nabla V = \mathbf{a}_x \frac{\partial V}{\partial x} + \mathbf{a}_y \frac{\partial V}{\partial y} + \mathbf{a}_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \mathbf{a}_x \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_y \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{a}_z \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$



Coordenadas cilíndricas  $(r, \phi, z)$

$$\nabla V = \mathbf{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} + \mathbf{a}_\phi \frac{\partial V}{r \partial \phi} + \mathbf{a}_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{\partial A_\phi}{r \partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_r & \mathbf{a}_\phi r & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & r A_\phi & A_z \end{vmatrix} = \mathbf{a}_r \left( \frac{\partial A_z}{r \partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_\phi \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \mathbf{a}_z \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Coordenadas esféricas  $(R, \theta, \phi)$

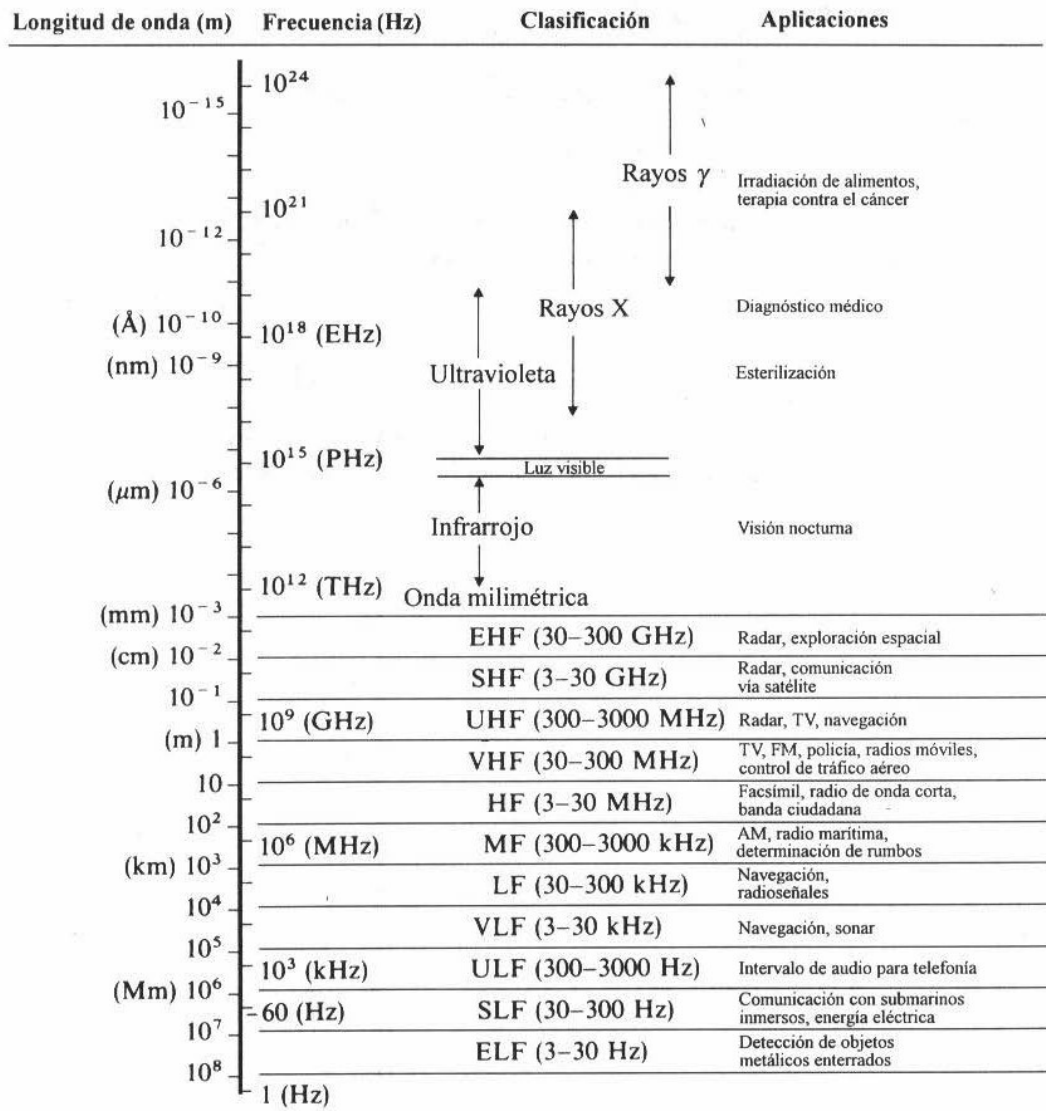
$$\nabla V = \mathbf{a}_R \frac{\partial V}{\partial R} + \mathbf{a}_\theta \frac{\partial V}{R \partial \theta} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 A_R) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{R^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_R & \mathbf{a}_\theta R & \mathbf{a}_\phi R \sin \theta \\ \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_R & R A_\theta & (R \sin \theta) A_\phi \end{vmatrix} = \mathbf{a}_R \frac{1}{R \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \mathbf{a}_\theta \frac{1}{R} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_R}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial R} (R A_\phi) \right] + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{R} \left[ \frac{\partial}{\partial R} (R A_\theta) - \frac{\partial A_R}{\partial \theta} \right]$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

Espectro de las ondas electromagnéticas



Intervalo de longitudes de onda de la visión humana: 720(nm) — 380(nm)  
(Rojo oscuro) (Violeta)