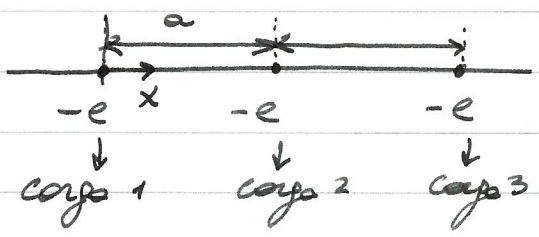


TP N° 1 - Campo electrostático y potencial

Problema 29)



La energía de la configuración del sistema corresponde al trabajo necesario para armar dicha configuración

Debemos calcular entonces el trabajo necesario para armar la configuración de cargas de la figura. Para ello imaginamos que cada carga del sistema se trae desde muy lejos (infinito), una por una. La primera carga no cuesta trabajo traerla, ya que no sentimos ninguna fuerza que se le resista (antes de traer la primera carga no hay campo eléctrico). La segunda carga cuesta en trabajo:

$$W_2 = \int_{\infty}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = - \int_{\infty}^{r_2} (-e) \vec{E}_1 \cdot d\vec{l},$$

donde F_2 es la posición final de la carga 2 (ver figura)

(\vec{E}_1 : campo generado por la carga 1)

Recordando que $\int_{+\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(\infty) - V(r_2)$

(ya que $\vec{E} = -\nabla V$), entonces tenemos

$$W_2 = e [V(\infty) - V(r_2)]$$

Tomando el punto de referencia para el potencial en el infinito, $V(\infty) = 0$

$\therefore W_2 = -eV(r_2)$. De la figura vemos que $|r_2| = a$

Además, como el punto de referencia se encuentra en el infinito, entonces obtenemos

$$\int_{\infty}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(\infty) - V(r_2) = -V(r_2) = \int_{\infty}^{r_2} -e \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$\Rightarrow V(r_2) = V(\infty) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\therefore W_2 = -e V(a) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} = W_2$$

W_2 es entonces el trabajo necesario para traer la segunda carga. Falta calcular el trabajo necesario para ~~traer~~ traer la tercera y última carga. El procedimiento es el mismo, solo que ahora debemos tener en cuenta que la fuerza contra la que se hace trabajo es la generada por las dos cargas que ya están en el sistema

$$\therefore W_3 = \int_{\infty}^{r_3} \vec{F} \cdot d\vec{l} = - \int_{\infty}^{r_3} [(-e)\vec{E}_1 + (-e)\vec{E}_2] d\vec{l}$$

Donde \vec{E}_1 y \vec{E}_2 son los campos generados por las cargas 1 y 2. Se obtiene entonces

$$W_3 = -e V_1(r_{13}) - e V_2(r_{23}), \text{ donde } r_{13} \text{ y } r_{23} \text{ son las distancias de la carga 3 a las cargas 1 y 2}$$

De la figura se ve que $r_{13} = 2a$, $r_{23} = a$

$$\text{y } V_1(r_{13}) = V_1(2a) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 (2a)}$$

$$V_2(r_{23}) = V(a) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\therefore W_3 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{a} \right) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2a} \right)$$

El trabajo Total que cuesta montar el sistema es $W = W_2 + W_3$, que es igual a la energía de configuración:

$$E_{\text{conf}} = W = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{5}{2a} \right)$$