

Tema II.

Modelos teóricos del ojo humano: esquemático, simplificado y reducido. Pupilas.

En este tema, una vez fijados los parámetros ópticos del ojo, vamos a calcular la posición de sus planos principales y focos, distancias focales, potencia, poder refractor, etc.

Vamos, por tanto a realizar su caracterización completa desde el punto de vista de la óptica geométrica.

Hemos distinguido 4 superficies de separación de medios de distinto índice: 2 corneales y 2 en el cristalino.

Tienen importancia tres de ellas: la cara anterior de la córnea y las caras anterior y posterior del cristalino, ya que la variación de los índices de refracción es mayor y se produce un mayor efecto de la refracción de la luz que atraviesa el ojo.

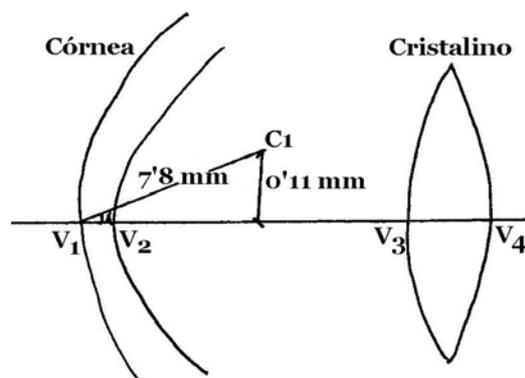
Consideramos al ojo como un sistema óptico centrado dentro de la óptica paraxial formado por 2 lentes simples con un diafragma de apertura o "iris" de tamaño variable que forma imágenes reales e invertidas en la retina de los objetos para un ojo desacomodado y emétrope.

Aproximaciones en los modelos teóricos del ojo.

Sistema centrado.

El ojo no es un sistema óptico centrado. Ni la córnea ni el cristalino son superficies de revolución sobre un eje.

Los centros de curvatura de sus superficies no se encuentran alineados en el eje geométrico.



Las superficies están descentradas 1° aprox.:

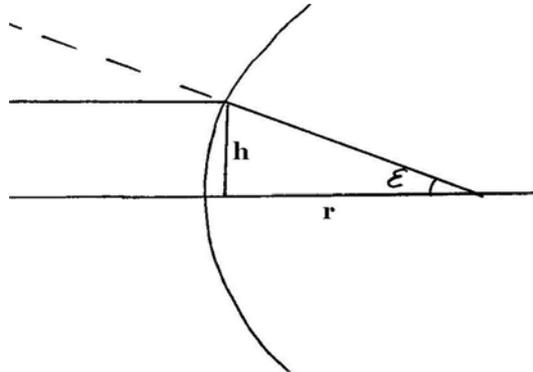
$$\text{sen } \alpha = 0'11 / 7'8$$

$$\alpha = 0'8^\circ$$

Consideramos al ojo como sistema óptico centrado con un error menor de 2°.

Aproximación paraxial.

La aproximación paraxial supone que los rayos luminosos forman con los normales a los distintos dioptrios del sistema un ángulo de incidencia suficientemente pequeño como para que se pueda igualar su seno con el valor del ángulo en radianes.



En condiciones mesópicas de luz, el diámetro pupilar es de 4 mm.

$$r_{\text{córnea}} = 8 \text{ mm} \quad h = \varnothing_p / 2 = 4 / 2 = 2 \text{ mm}$$

$$\text{sen } \varepsilon = h/r = 2/8 = 0'25$$

Aprox. paraxial:	$\varepsilon \approx \text{sen } \varepsilon = 0'25$
Valor real:	$\varepsilon = \text{arsen } 0'25 = 14'48^\circ = 0'253 \text{ rad}$
Error:	$[(0'253 - 0'25) / 0'25] \cdot 100 = 1'2 \%$

En condiciones escotópicas el diámetro pupilar es de 8 mm.

$$r_{\text{córnea}} = 8 \text{ mm} \quad h = \varnothing_p / 2 = 8 / 2 = 4 \text{ mm}$$

$$\text{sen } \varepsilon = h/r = 4/8 = 0'5$$

Aprox. paraxial:	$\varepsilon \approx \text{sen } \varepsilon = 0'5$
Valor real:	$\varepsilon = \text{arsen } 0'5 = 30^\circ = 0'52 \text{ rad}$
Error:	$[(0'52 - 0'5) / 0'5] \cdot 100 = 4 \%$

Aplicamos la aproximación paraxial y aparecen las aberraciones. Para pupilas muy grandes (como en condiciones escotópicas) estamos muy lejos de la aproximación paraxial.

Modelos teóricos del ojo.

Modelos esquemáticos del ojo.

Propuestos desde el siglo XIX. Reciben el nombre de su autor: Listin, Helmholtz, Gullstrand, Le Grand, ...

Consisten en especificar los parámetros del sistema (radios de curvatura, índices de refracción y espesores) y calcular todas las magnitudes del sistema a partir de los datos estructurales que nos den.

Desarrollaremos el modelo de ojo esquemático de Le Grand. Se trata de un modelo simple de 4 superficies refractivas que permite analizar dentro de la aproximación paraxial el comportamiento del sistema óptico ocular.

Este ojo esquemático se considera centrado sobre un eje óptico, las superficies refractivas de la córnea y cristalino perpendiculares al eje y sus centros de curvatura situados sobre él. Este eje pasa por el vértice corneal, el centro del ojo y el polo posterior.

Cara anterior de córnea.

$$n_1 = 1 \quad n_c' = 1'3771 \quad r_1 = 7'8$$

$$f' = (n' \cdot r) / (n' - n) \quad f_1' = (1'3771 \cdot 7'8) / (1'3771 - 1) = 10'74 / 0'3771 = 28'48 \text{ mm}$$

$$f = - (n \cdot r) / (n' - n) \quad f_1 = - (1 \cdot 7'8) / (1'3771 - 1) = - 7'8 / 0'3771 = - 20'68 \text{ mm}$$

$$F' = n' / f'_{(m)} = 1'3771 / 0'02848 = 48'35 \text{ D} \quad D' = 1 / f'_{(m)} = 1 / 0'02848 = 35'11 \text{ D}$$

Cara posterior de córnea.

$$n_c = 1'3771 \quad n_2' = 1'3374 \quad r_2 = 6'5$$

$$f_2' = (1'3374 \cdot 6'5) / (1'3374 - 1'3771) = 8'693 / (-0'0397) = - 218'97 \text{ mm}$$

$$f_2 = - (1'3771 \cdot 6'5) / (1'3374 - 1'3771) = 8'951 / 0'0397 = 225'47 \text{ mm}$$

$$F' = 1'3374 / (- 0'21897) = - 6'11 \text{ D} \quad D' = 1 / (- 0'21897) = -4'57 \text{ D}$$

Córnea completa.

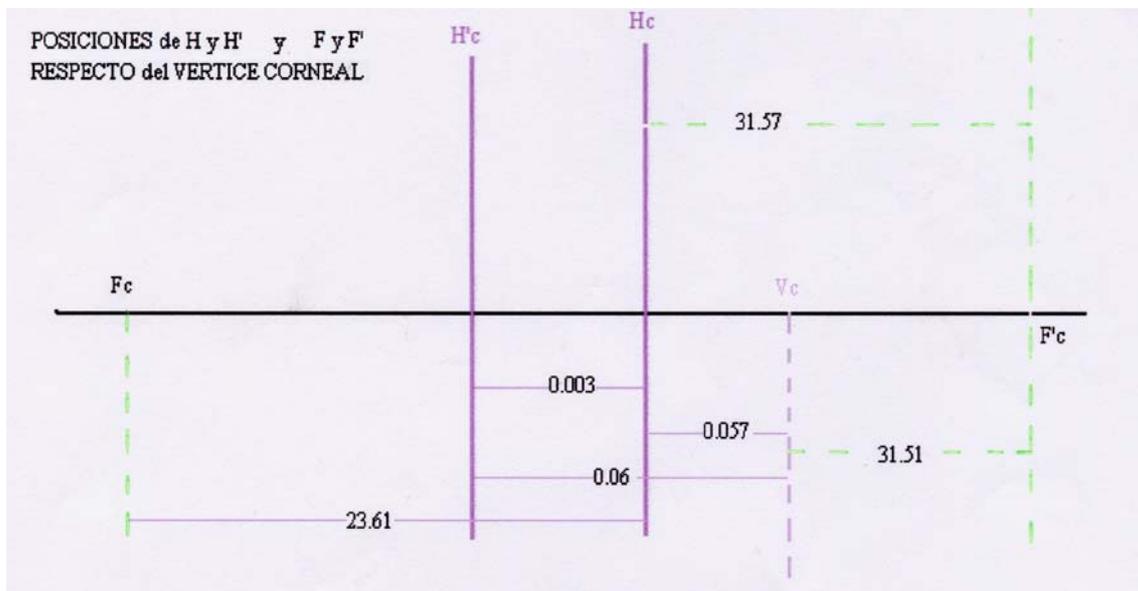
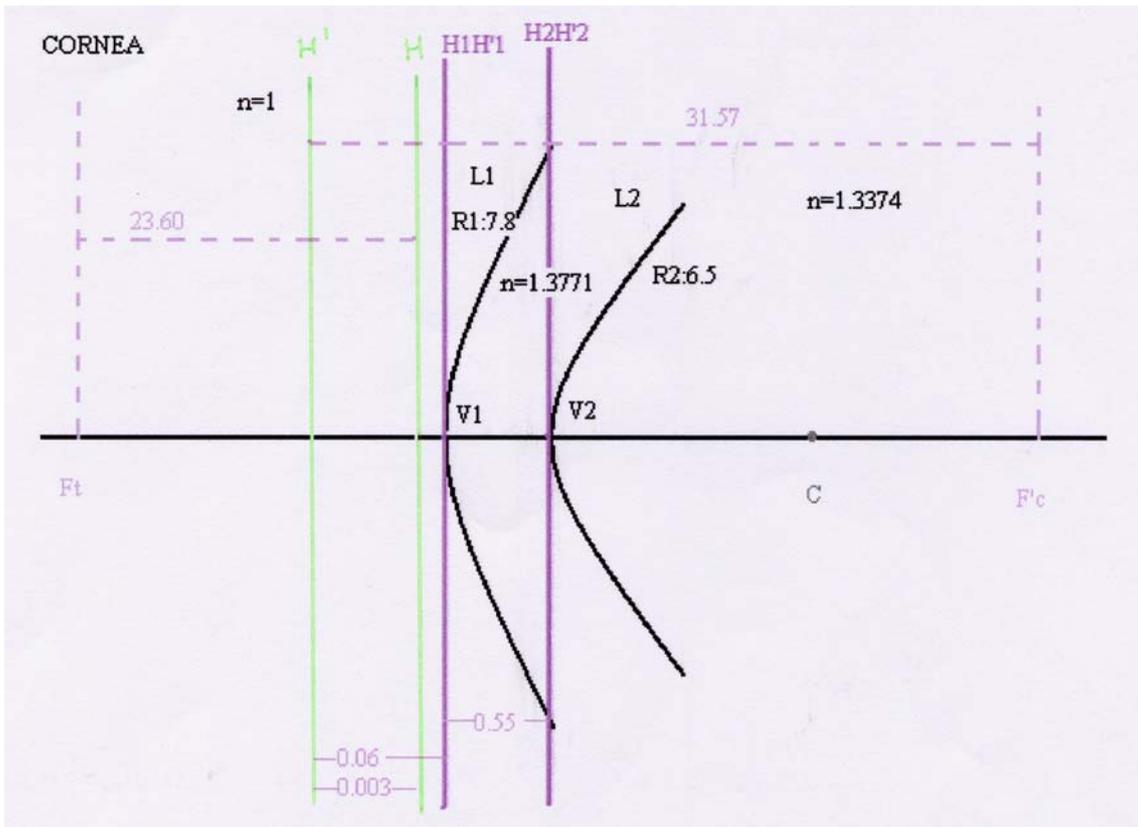
$$f_r' = H'F' = - (f_1' \cdot f_2') / (e - f_1' + f_2) = - (28'48 \cdot (-218'97)) / (0'55 - 28'48 + 225'47) = 31'57 \text{ mm}$$

$$f_r = HF = (f_1 \cdot f_2) / (e - f_1' + f_2) = (- 20'68 \cdot 225'47) / (0'55 - 28'48 + 225'47) = -23'60 \text{ mm}$$

$$H_1H = (e \cdot f_1) / (e - f_1' + f_2) = (0'55 \cdot (- 20'68)) / (0'55 - 28'48 + 225'47) = - 0'057 \text{ mm}$$

$$H_2H' = (e \cdot f_2') / (e - f_1' + f_2) = 0'55 \cdot (-218'97) / (0'55 - 28'48 + 225'47) = -0'610 \text{ mm}$$

$$F_r' = n' / f'_{(m)} = 1'3374 / 0'03157 = 42'36 \text{ D} \quad D' = 1 / f'_{(m)} = 1 / 0'03157 = 31'67 \text{ D}$$



Cara anterior de cristalino.

$$n = 1.3374 \quad n' = 1.42 \quad r_3 = 10.20$$

$$f_3' = (1.42 \cdot 20.20) / (1.42 - 1.3374) = 175.35 \text{ mm}$$

$$f_3 = (-1.3374 \cdot 10.20) / (1.42 - 1.3374) = -165.15 \text{ mm}$$

$$F' = 1.42 / 0.17535 = 8.10 \text{ D}$$

$$D' = 1 / 0.17535 = 5.70 \text{ D}$$

Cara posterior de cristalino.

$$n = 1'42 \qquad n' = 1'336 \qquad r_4 = -6'0$$

$$f_4' = (1'336 \cdot (-6'0)) / (1'336 - 1'42) = 95'43 \text{ mm}$$

$$f_4 = -1'42 \cdot (-6'0) / (1'336 - 1'42) = -101'43 \text{ mm}$$

$$F = 1'336 / 0'09543 = 14 \text{ D} \qquad D' = 1 / 0'09543 = 10'48 \text{ D}$$

Cristalino completo.

Espesor: Cara post. = 7'6 mm Cara ant. = 3'6 mm e = 7'6 - 3'6 = 4 mm

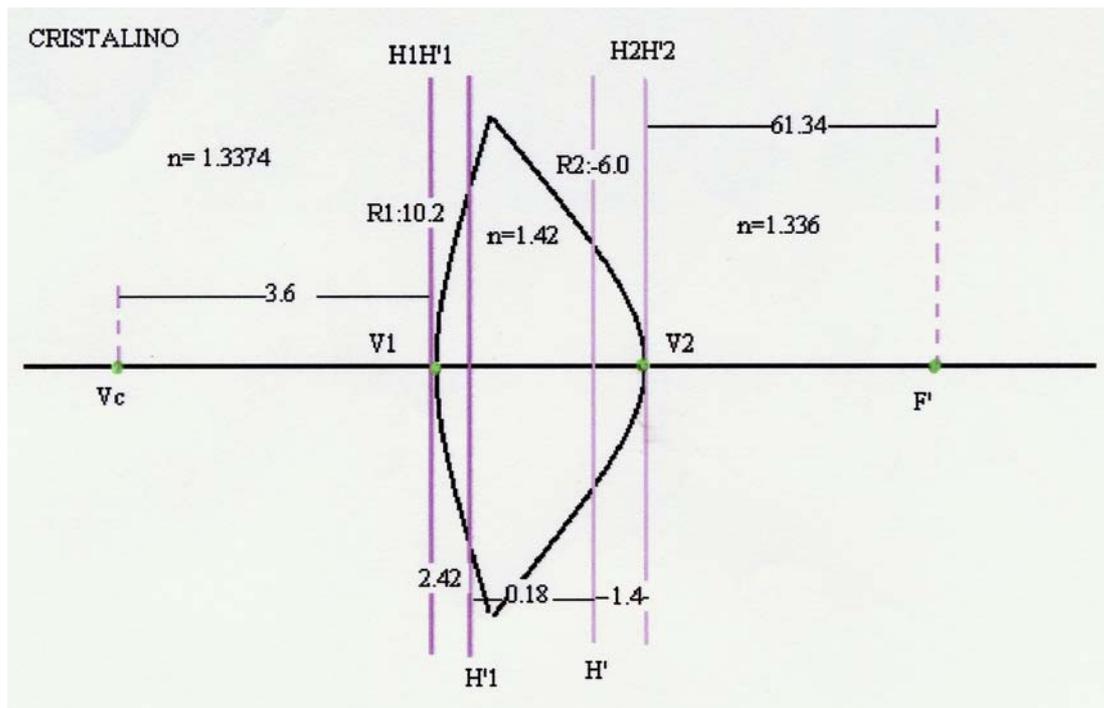
$$f_r' = H'F' = - (175'35 \cdot 95'43) / (4 - 175'35 + (-101'43)) = 61'43 \text{ mm}$$

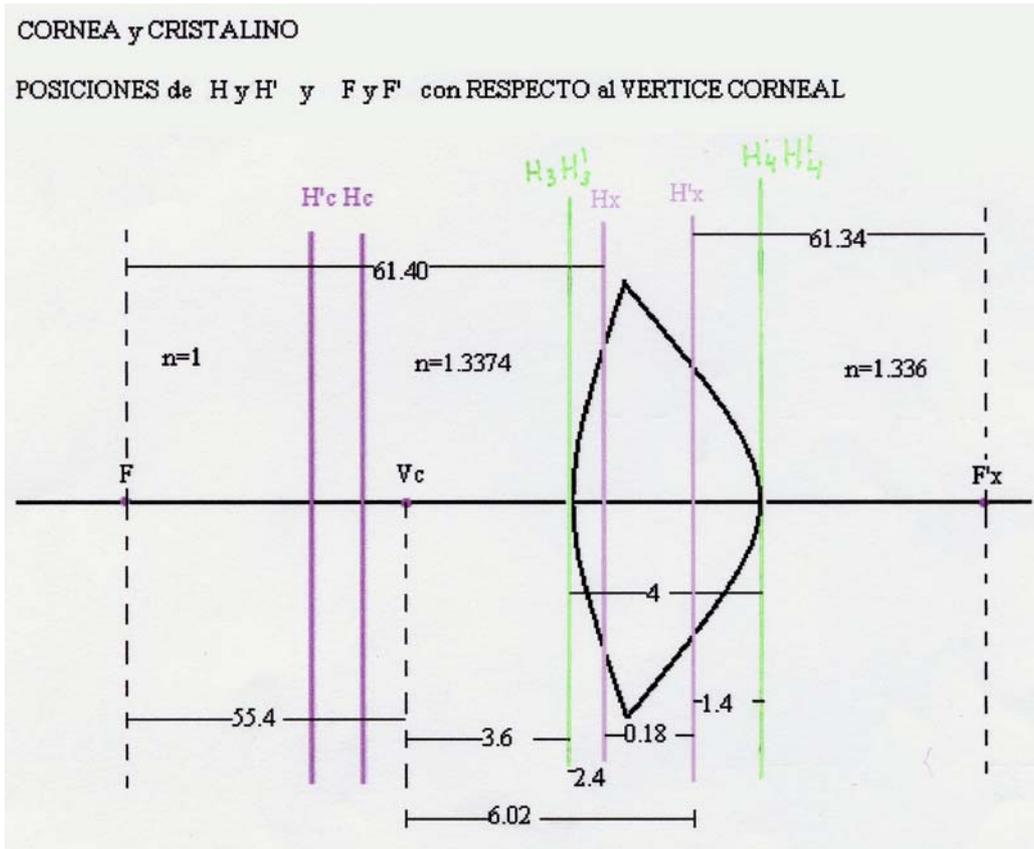
$$f_r = HF = - 165'15 \cdot (- 101'43) / (4 - 175'35 + (- 101'43)) = - 61'41 \text{ mm}$$

$$H_3H = 4 \cdot (- 165'15) / (4 - 175'35 + (-101'43)) = 2'42 \text{ mm}$$

$$H_4'H' = (4 \cdot 95'43) / (4 - 175'35 + (-101'43)) = -1'40 \text{ mm}$$

$$D' = 1 / f'_{(m)} = 1 / 0'06134 = 16'30 \text{ D}$$





Ojo completo.

Potencia total: $D_T' = D_1' \cdot (n_2 / n_2') + D_2' - e \cdot D_1' \cdot D_2'$
 $D_T' = 31'67 \cdot (1'3374 / 1'336) + 16'30 - 0'00608 \cdot 31'67 \cdot 16'30 = 44'86 \text{ D}$

$F_T' = 1'336 \cdot 44'86 = 59'94 \text{ D}$ $f_T' = H_T'F_T' = 1 / D_T' = 1 / 44'86 = 22'29 \text{ mm}$

$f_T = HF = -16'68 \text{ mm}$ $e = H_cH_x = 0'06 + 6'02 = 6'08 \text{ mm}$

$H_1H_T = 6'08 \cdot (-23'60) / (-86'8) = 1'65 \text{ mm}$ $H_2'H_T' = -4'29 \text{ mm}$

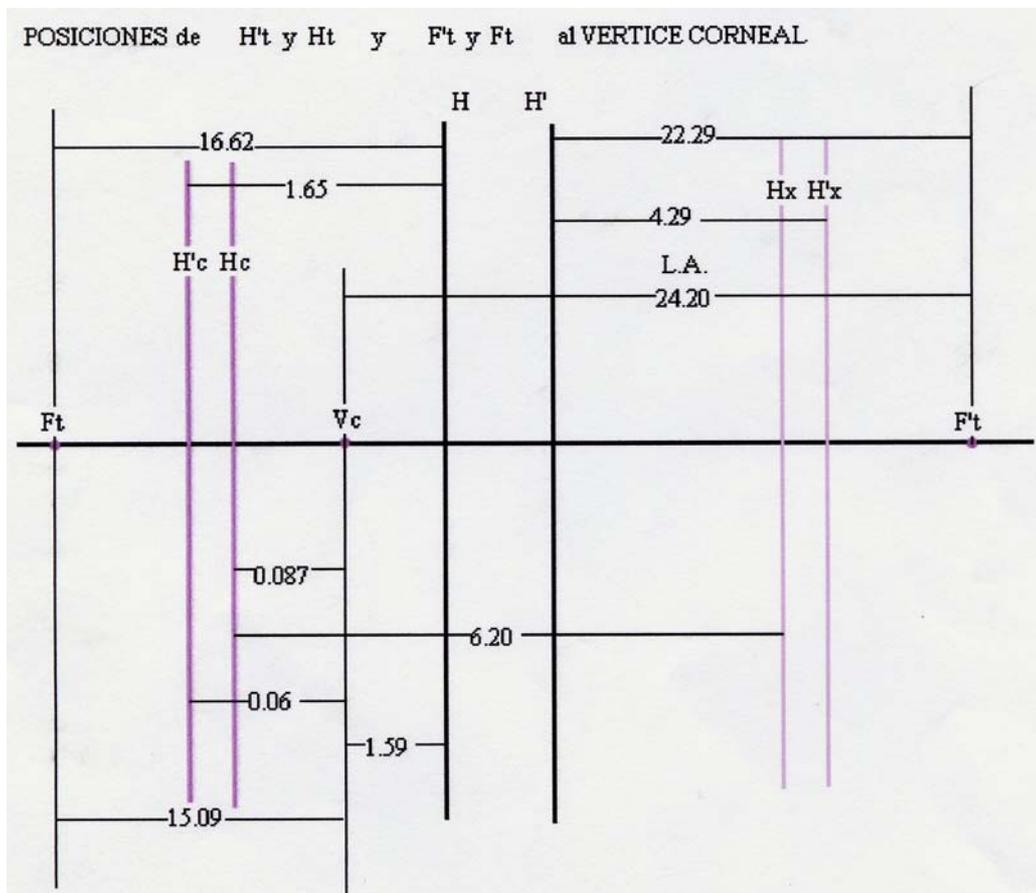
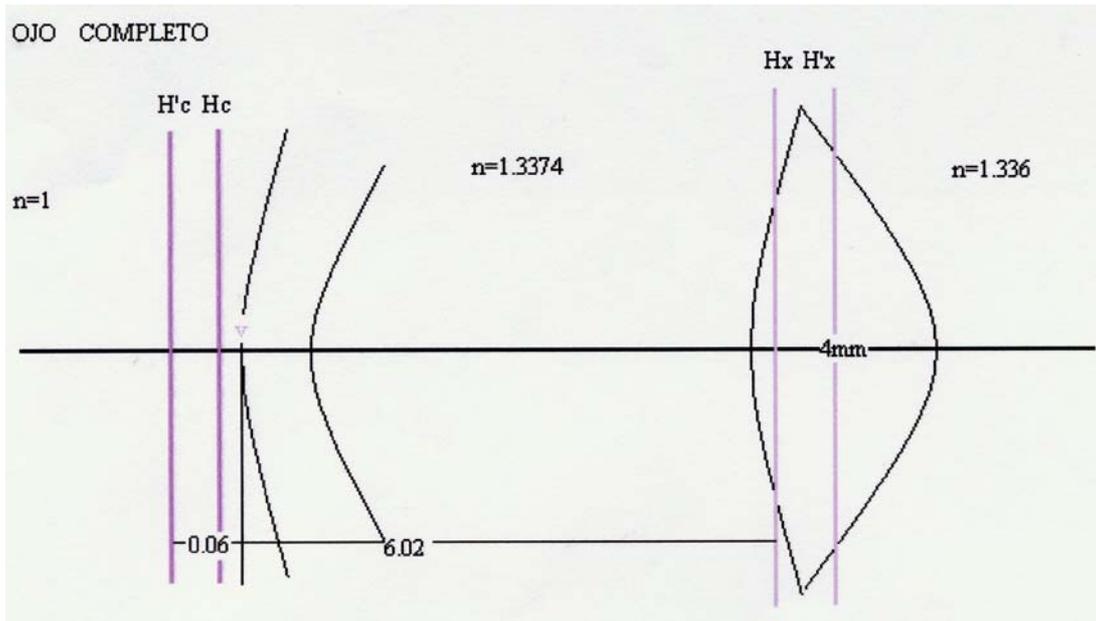
$D' = 1 / 0'09548 = 10'48 \text{ D}$ $D_T = 5'8 \cdot (1'42 / 1'336) + 10'48 = 16'62 \text{ D}$

$F_x' = 16'62 \cdot 1'336 = 22'2 \text{ D}$ $f' = 1 / D = 59'5 \text{ mm}$

$f = -59'5 \text{ mm}$ $f' = -31'8 \cdot (59'5) / (6'37 - 31'8 + (-59'5)) = 22'3 \text{ mm}$

$f = -23'8 \cdot 59'5 / (-84'93) = -16'67 \text{ mm}$ $H_1H = 6'37 \cdot (-23'8) / (-84'93) = 1'77 \text{ mm}$

$H_2'H' = 6'37 \cdot 59'5 / (-84'93) = 4'46 \text{ mm}$ $F = 1'336 / 0'0223 = 44'8 \text{ D}$



Modelo simplificado del ojo.

Modelo más sencillo en base a las siguientes simplificaciones:

1. Dado que los índices del humor acuoso y del humor vítreo presentan valores muy parecidos, podemos tomarlos iguales. $n_{h.ac.} = n_{h.v.} = 1.336$.

- Ya que la córnea presenta sus planos principales muy próximos entre sí y al vértice corneal. Asociamos a la córnea como un solo dioptrio centrado en el vértice corneal y con un radio de curvatura de radio igual a 8 mm., de forma que su poder refractor resulta ser de 42 D.
- Se toma el cristalino como una lente delgada en base a la proximidad de sus planos principales, estos se localizan confundidos a 3'7 mm. del vértice corneal, $r_1=10'2$ mm. y $r_2=-6$ mm., y un índice de refracción efectivo del cristalino con valor de 1'4208.

Córnea.

$$f_1 = -n \cdot r_c / (n' - n) = -1 \cdot 8 / (1'336 - 1) = -23'81 \text{ mm}$$

$$f_1' = n' \cdot r_c / (n' - n) = 1'336 \cdot 8 / (1'336 - 1) = 31'81 \text{ mm}$$

$$F = n' / f_1' = 1'336 / 0'03181 = 42 \text{ D}$$

$$D' = 1 / 0'03181 = 31'44 \text{ D}$$

Cristalino.

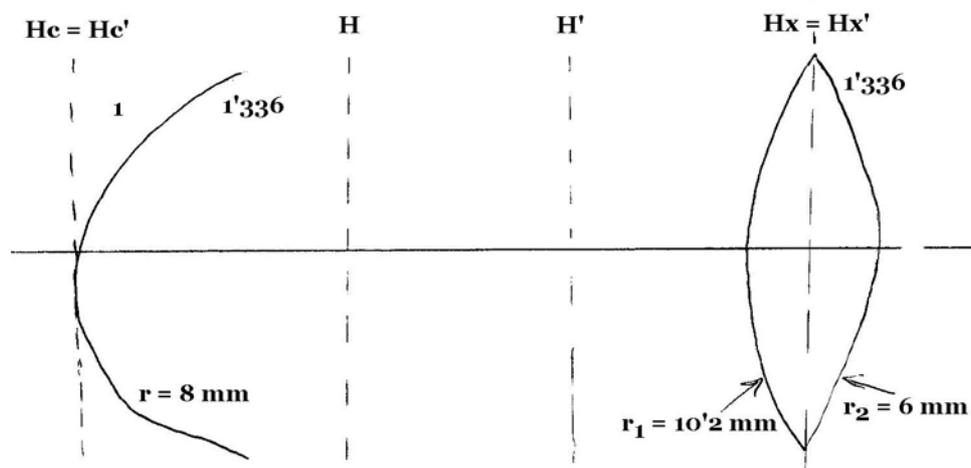
$$f_{x1} = -1'336 \cdot 10'20 / (1'42 - 1'336) = 162'22 \text{ mm}$$

$$f_{x1}' = 1'42 \cdot 10'20 / (1'42 - 1'336) = 172'43 \text{ mm}$$

$$D' = 1 / 0'17243 = 5'8 \text{ D}$$

$$f_{x2} = 1'42 \cdot (-6) / (1'336 - 1'42) = -101'42 \text{ mm}$$

$$f_{x2}' = 1'336 \cdot (-6) / (1'336 - 1'42) = 95'48 \text{ mm}$$



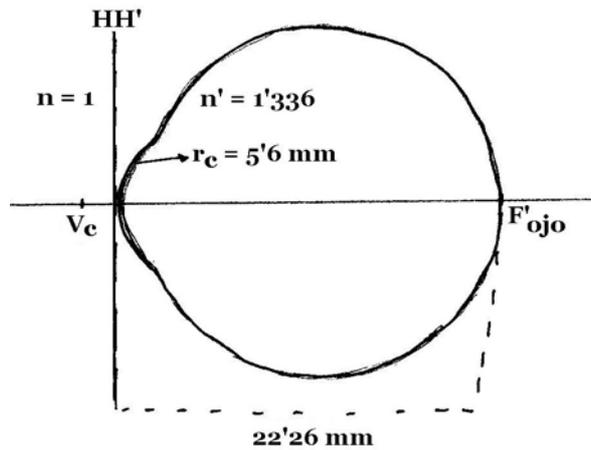
Modelo reducido del ojo.

Aún existe un modelo de ojo más simplificado que el anterior.

En base a considerar la proximidad de los planos principales del ojo completo.

Consiste en un única superficie esférica que separa medios de índice de refracción 1 y 1'336 y hace suponer que la potencia del ojo es de 60 D.

Bajo estas condiciones, el radio es 5'6 mm. y la longitud focal es $f_{\text{ojo}} = 22'26 \text{ mm}$.



$$f' = n' \cdot r / (n' - n) = 1.336 \cdot 5.6 / (1.336 - 1) = 22.26 \text{ mm}$$

$$D' = 44.91 \text{ D} \quad F' = 60 \text{ D}$$

En este modelo de ojo las simplificaciones son demasiado fuertes como para que su uso sea el adecuado cuando pretendemos caracterizar el ojo como sistema óptico de una forma adecuada.

Pupilas del ojo.

El iris es el diafragma de apertura. Regula el paso de luz al interior del ojo y reduce las aberraciones.

La pupila de entrada es la imagen del diafragma de apertura a través de las lentes que hay a su izquierda.

La pupila de salida es la imagen del diafragma de apertura a través e las lentes que hay a su derecha.

La pupila de entrada será la imagen de la pupila real del ojo a través de la córnea y es aproximadamente un 13% mayor que la pupila real. Es la que vemos cuando miramos a los ojos a un sujeto.

La pupila de salida será la imagen de la pupila real del ojo a través del cristalino. Se encuentra muy próxima a la pupila del ojo, detrás de ella, y es sólo un 3% mayor de diámetro.

Pupila de entrada.

$$f'_c = 31.57 \text{ mm} \implies F' = 42.36 \text{ D}$$

$$s' = 3.6 \text{ mm} \quad n = 1 \quad n' = 1.3374$$

$$n'/s' - n/s = n'/f' = F'$$

$$1.3374 / 0.0036 - 1 / s_{PE} = 42.36$$

$$371.5 - 42.36 = 1 / s_{PE} \quad s_{PE} = 3.04 \text{ mm.}$$

$$\beta = y'/y = (s' \cdot n) / (s \cdot n')$$

$$\beta = (3.6 \cdot 1) / (3.04 \cdot 1.3374) = 0.89$$

$$y = y' / \beta = 4 / 0.89 = 4.52 \text{ mm}$$

Pupila de salida.

$$f_x' = 61'34 \quad ==> \quad F' = 21'74 \text{ D}$$

$$s = -2'42 \text{ mm} \quad n = 1'3374 \quad n' = 1'336$$

$$n'/s' - n/s = n'/f' = F'$$

$$1'336 / s_{ps}' - 1'3374 / (-0'00242) = 21'74$$

$$1'336 / s_{ps}' = 21'74 - 552'64 = -530'90 \quad s_{ps}' = -2'52 \text{ mm}$$

$$\beta = y'/y = (s' \cdot n) / (s \cdot n')$$

$$\beta = (-2'52 \cdot 1'3374) / (-2'42 \cdot 1'336) = 1'038$$

$$y' = y \cdot \beta = 4 \cdot 1'038 = 4'15 \text{ mm}$$

Tabla de valores

	Gullstrand		Le Grand		Le Grand (simplif.)	
	Desacom.	Acom.	Desacom.	Acom.	Desacom.	Acom.
Indices de refracción						
Córnea	1'3760	1'3760	1'3771	1'3771	1'3360	1'3360
Humor acuoso	1'3360	1'3360	1'3374	1'3374	1'3360	1'3360
Cristalino (efectivo)	1'4085	1'4260	1'4200	1'4270	1'4208	1'4260
Humor vítreo	1'3360	1'3360	1'3360	1'3360	1'3360	1'3360
Distancias respecto al vértice corneal						
Cara post. córnea	0'50	0'50	0'55	0'55		
Cara ant. cristalino	3'60	3'20	3'60	3'20	6'37	5'78
Cara post. cristalino	7'20	7'20	7'60	7'70	6'37	5'78
Radios de curvatura						
Cara ant. córnea	7'70	7'70	7'80	7'80	8'00	8'00
Cara post. córnea	6'80	6'80	6'50	6'50		
Cara ant. cristalino	10'00	5'33	10'20	6'00	10'20	6'00
Cara post. cristalino	-6'00	-5'33	-6'00	-5'50	-6'00	-5'5
Poderes refractores						
Cara ant. córnea	48'830	48'830	48'350	48'350	42'000	42'000
Cara post. córnea	-5'880	-5'880	-6'110	-6'110		
Cara ant. cristalino	7'250	9'375	8'100	14'930	8'310	15'000
Cara post. cristalino	12'080	9'375	14'000	16'550	14'130	16'37
Córnea						
Poder refractor	43'0530	43'0350	42'3600	42'3600	42'000	42'000
Posición H	-0'0496	-0'0496	-0'0600	-0'0600	0	0
Posición H'	-0'0506	-0'0506	-0'0600	-0'0600	0	0
Posición F	-23'2270	-23'2270	-23'6100	-23'6100	-23'8100	-23'8100
Posición F'	31'0310	31'0310	31'5700	31'5700	31'8100	31'8100
Cristalino						
Poder refractor	19'110	33'060	21'7801	30'700	22'440	31'370
Posición H	5'678	5'145	6'020	5'470	6'370	5'780
Posición H'	5'807	5'225	6'200	5'650	6'370	5'780
Focal objeto	-69'908	-40'416	-61'41	-43'56	-59'55	-42'58
Focal imagen	69'908	40'416	61'34	43'52	59'55	42'58
Ojo completo						
Poder refractor	58'636	70'570	59'940	67'680	59'640	67'680

Posición H	1'348	1'772	1'590	1'820	1'790	2'000
Posición H'	1'602	2'086	1'910	2'190	1'910	2'190
Posición F	-15'707	-12'397	-15'090	-12'960	-14'900	-12'770
Posición F'	24'387	21'016	24'200	21'930	24'200	21'930
Focal objeto	-17'055	-14'169	-16'680	-14'780	-16'680	-14'780
Focal imagen	22'785	18'930	22'290	19'740	22'290	19'740
Posición N	7'078	6'533	7'200	6'780	7'390	6'970
Posición N'	7'332	6'847	7'510	7'160	7'510	7'160
Posición P.E.	3'045	2'667	3'040	2'660	3'040	2'660
Posición P.S.	3'664	3'211	3'680	3'260	3'490	3'030
Aumento pupilas	0'909	0'941	0'920	0'950	0'930	0'960
Acomodación	0	10'660	0	6'960	0	6'960