MECANICA CUANTICA I (2do. Cuatrimestre/2017) Prof. N.J. Castellani.

Guía de Problemas Nº 6.

1) En el caso de un oscilador armónico tridimensional los autovalores de energía son de la forma:

$$E_{k,l} = \hbar\omega(k + l + 3/2),$$

donde "k" es un entero positivo o nulo y "l" es el número cuántico azimutal. Demuestre que, tomando n=k+l, la degeneración de un nivel de energía discreto E_n es $g_n= (n + 1)(n+2)/2$.

2) Considere que un deuterón está confinado a un pozo esférico de radio r_0 y profundidad $-V_0$. Calcule aproximadamente el primer nivel de energía para un estado de tipo S considerando $r_0= 2.0 \times 10^{-15}$ m, $V_0= 25$ MeV y $\mu= 3.34 \times 10^{-27}$ kg.

3) Considere el potencial coulombiano $V(r)= -e^2/r$. Demuestre que usando las definiciones $\rho=r/a_0$ y $\lambda_{kl}= (-E/Ry)^{1/2}$ se obtiene la siguiente ecuación adimensionalizada:

$$[d^2/d\rho^2 - l(l+1)/\rho^2 + 2/\rho - (\lambda_{kl})^2]u_{kl}(\rho)= 0$$

Tomando $u_{kl}(\rho)= y_{kl}(\rho)\exp(-\lambda_{kl}\rho)$, obtenga la ecuación diferencial correspondiente a $y_{kl}(\rho)$. ¿Qué ocurre cuando $\rho \to 0$?

4) Encuentre una expresión explícita completa para la función de onda correspondiente al estado $|n, n-1, 0\rangle$ del átomo de hidrógeno. Demuestre que el máximo de probabilidad de encontrar al electrón ocurre en $r_m=n^2a_0$. Demuestre que el valor medio de r es $\langle r\rangle= n^2a_0[1+(1/2n)]$. ¿Qué ocurre cuando n aumenta, desde el punto de vista físico?
Observación: $\int_0^\infty x^p e^{-ax}\, dx= p!/(a^{p+1})$, con p positivo.

5) Demuestre que la degeneración de un nivel de energía discreto E_n de un potencial coulombiano es $g_n=n^2$.