MECANICA CUANTICA I (2do. Cuatrimestre/2017) Prof. N.J. Castellani.

Guía de Problemas Nº 8.

1) Una partícula cargada de masa m se encuentra en un pozo de potencial unidimensional de ancho “a” de paredes infinitas. La partícula está sometida a una perturbación W de la forma $W(x)= cx/(a/2)$ ($c>0$) debida a un campo eléctrico homogéneo y constante en el interior del pozo.
a) Calcule hasta segundo orden la modificación producida por W(x) sobre el nivel fundamental de energía.
b) Calcule hasta primer orden la modificación producida por W(x) sobre la autofunción del estado fundamental.

2) Considere una partícula de masa m dentro de un potencial bidimensional de la forma:

$$V(x, y)=0 \text{ si } 0\leq x\leq a,\ 0\leq y\leq a;$$
$$=+\infty \text{ si } x>a,\ x<0,\ y>a,\ y<0.$$

Esta partícula está sometida a una perturbación W tal que:

$$W(x, y)=w_0 \text{ si } 0\leq x\leq a/2,\ 0\leq y\leq a/2,$$
$$=0 \text{ si } x>a/2,\ x<0,\ y>a/2,\ y<0.$$

a) Calcular aplicando teoría de perturbaciones la corrección a primer orden de la energía del estado fundamental.
b) Calcular aplicando teoría de perturbaciones la corrección a orden cero de las autofunciones del primer estado excitado.

3) Aplique el método variacional para determinar la energía del estado fundamental de una partícula de masa m en un pozo de potencial infinito:

$$V(x)=0 \text{ si } |x| \leq a \text{ y } V(x)=+\infty \text{ si } |x| > a.$$

a) Comience por aproximar, en el intervalo [-a,+a], la función de onda por el polinomio más simple que se anula en $x=\pm a$:

$\psi(x)= a^2 -x^2$ (familia variacional reducida a una sola función de ensayo).

Calcule el valor medio del hamiltoniano en este estado. Compare con el verdadero valor evaluando el error cometido.

b) Utilice ahora el polinomio de cuarto grado:

$\psi_\alpha(x)= (a^2 -x^2)(a^2 -\alpha x^2)$ (familia variacional dependiente del parámetro real α).

Pruebe que el valor medio de H para el estado $\psi_\alpha(x)$ es:

$$\langle H\rangle(\alpha)= (\hbar^2/2ma^2)(33\alpha^2 -42\alpha +105)/(2\alpha^2 -12\alpha +42)$$

c) Demuestre que los valores de α que hacen extremo a $<H>(\alpha)$ están dados por las raíces de $13\alpha^2 -98\alpha +21= 0$. Verifique que una de las raíces reemplazada en $<H>(\alpha)$ da un valor de la energía fundamental más precisa que la obtenida en a). Evaluar la precisión de esta determinación.

4) El electrón de un átomo hidrogenoide se encuentra en un estado definido del operador L^2. Supongamos que se introduce el átomo en una región con campo magnético constante y uniforme $\underline{B}$ en la dirección del eje z. El Hamiltoniano del sistema resulta ser:

$$H= H_0 + W(r)\underline{L}.\underline{S} - \underline{\mu}_L.\underline{B} - \underline{\mu}_S.\underline{B} ,$$

donde H_0 es el Hamiltoniano sin perturbar, el segundo término da cuenta de la interacción spin-órbita y los dos últimos de la interacción con el campo magnético. $\underline{\mu}_L$ y $\underline{\mu}_S$ son los momentos magnéticos asociados con los momentos angulares orbital y de spin, respectivamente. Calcule el desdoblamiento de un nivel de energía E_n cuando $B >> 10$ gauss, en cuyo caso predomina la interacción con el campo externo. Especifique para $l=1$. (Efecto Paschen-Bach).