Radiación-Materia

Autor.: *Ilán Gómez* 2° cuatrimestre, 2018

Ejercicio 1.

(a) ¿Cómo es el Hamiltoniano perturbativo completo en la interacción átomo-onda electromagnética?
(b) Mostrar que el término del Hamiltoniano relacionado con el campo magnético es mucho menor que el asociado al campo eléctrico.

Ejercicio 2.

Probar la siguiente identidad $\left[\vec{p}, \vec{A}\left(\vec{R}, t\right)\right] = -i\hbar\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\left(\vec{R}, t\right)$

Ejercicio 3.

Verificar que a partir de $\mathcal{L}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 + q\,\dot{\vec{r}}\cdot\vec{A}\,(\vec{r}, t) - q\,U\,(\vec{r}, t)$ y de $\mathcal{H}(\vec{r}, t) = \vec{p}\cdot\dot{\vec{r}} - \mathcal{L}$, que $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}\left(\vec{p} - q\,\vec{A}\right)^2 + q\,U$, donde $p_i = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}$

Ejercicio 4.

Si el Hamiltoniano se expresa como $H = H_0 + W(t)$, donde $H_0 = \dfrac{P^2}{2m} + V(\mathbf{R})$ y $W(t) = \dfrac{-q}{m}\mathbf{P}\cdot\mathbf{A}(\mathbf{R}, t)$

(a) ¿Qué consideraciones se están haciendo con respecto a átomo y a la onda electromagnética?
(b) ¿Qué calibre se utilizó y qué implica?
(c) ¿Qué se entiende cuando pedimos que "la intensidad de la onda sea débil" pensándolo en términos de la emisión de fotones?

Ejercicio 5.

Considerando un sistema con dos estados, a y b, y que se encuentra inicialmente en un estado estacionario bien definido (el estado a), autoestado del Hamiltoniano atómico independiente del tiempo de energía E_a, y sometido a la acción de un campo externo que se enciende a $t = 0$.

(a) Hallar el coeficiente perturbativo correspondiente a una transición a primer orden al estado final b, cuando el vector potencial se expresa como

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 2 \int_{\Delta\omega} A_0(\omega) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\, \hat{\epsilon}\, d\omega \tag{1}$$

(b) Demostrar que la razón de transición por absorción, $E_b = E_a + \hbar\omega$, es proporcional a la intensidad del campo aplicado. A partir de la misma definir la sección eficaz de absorción e interpretar físicamente.

(c) Mostrar que, para el mismo campo de radiación, la razón de transición por emisión estimulada, $E_b = E_a - \hbar\omega$, es igual a la debida por absorción. (*Principio de Balance Detallado*). Sin embargo en la práctica esto no es así ¿a qué se debe?

(d) Halar la probabilidad de emisión espontánea.

Ejercicio 6. Aproximación dipolar-eléctrica (DE)

(a) ¿En qué consiste la aproximación dipolar-eléctrica, tanto matemáticamente como físicamente?

(b) Escribir la forma que adoptan los elementos de matriz del Hamiltoniano dipolar-eléctrico, H_{DE}.

(c) Hallar las razones de transición de emisión estimulada y espontánea y compararlas con las obtenidas en el ejercicio anterior.

(d) Deducir las reglas de selección pertinentes. Darles una interpretación en términos del espín de los fotones.

Ejercicio 7.

Mediante la integración sobre los ángulos sólidos y suma sobre las polarizaciones probar que las probabilidades por unidad de tiempo para la emisión espontánea es

$$\mathcal{W}_{f \to i} = \frac{4}{3} \alpha \frac{\omega_{fi}^3}{c^2} \left| \langle \varphi_f | z | \varphi_i \rangle \right|^2$$

Ejercicio 8.

Calcular la probabilidad de emisión espontánea por unidad de tiempo para pasar del estado $2p_z$ al estado $1s$ del átomo de hidrógeno.

Ejercicio 9.

Verificar integrando directamente sobre la coordenada angular ϕ que en una transición dipolar eléctrica se debe satisfacer $\Delta m = \{0, \pm 1\}$.

Ejercicio 10.

Demostrar la regla de Thomas-Reiche-Kuhn

$$\sum_n f_{n0} = 1$$

donde $f_{n0} = \frac{2m\omega_{n0}}{3\hbar} \left| \langle \varphi_n | \, \vec{r} \cdot \hat{\varepsilon} \, | \varphi_0 \rangle \right|^2$

Ejercicio 11.

Mencionar las reglas de selección para los casos de transición dipolar eléctrica, dipolar magnética y cuadrupolar eléctrica.
