

Prof: Sergio Vera

Guía Nro. 3
Sistemas continuos**Problema 3.1**

Calcular (a) La amplitud, (b) la constante de fase, y (c) la amplitud compleja para la onda sinusoidal viajera dada por

$$\psi = (10 \text{ mm}) \cos(\omega t - kz) + (17 \text{ mm}) \sin(\omega t - kz)$$

Problema 3.2

Calcular (a) la frecuencia, (b) la longitud de onda, y (c) la velocidad de fase, para una onda dada por

$$\psi = (0.001 \text{ m}) \cos((15 \text{ s}^{-1})t + (7,5 \text{ m}^{-1})z)$$

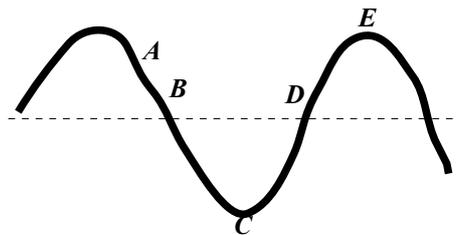
(d) Cuál es la distancia entre dos puntos adyacentes sobre la cuerda cuyos desplazamientos tienen una diferencia de fase de 45°

Problema 3.3

Encontrar para la onda del problema anterior: (a) la mayor velocidad transversal alcanzada por cada punto de la cuerda, y (b) el mayor porcentaje de estiramiento producido en cada punto de la cuerda

Problema 3.4

La figura muestra una fotografía de una cuerda que porta una onda viajera que se mueve de izquierda a derecha. Para cada uno de los puntos marcados, establecer si la cuerda se está moviendo hacia arriba o hacia abajo cuando se tomó la fotografía. El punto A se está moviendo más rápido que el B?

**Problema 3.5**

Calcular el espectro de frecuencias propias y los modos de vibración de las oscilaciones transversales de una cuerda con masa por unidad de longitud μ y tensión T cuyas condiciones de borde son:

- (a) ambos extremos fijos
- (b) ambos extremos libres
- (c) un extremo fijo y otro libre

Sugerencia: utilice el método de separación de variables

Problema 3.6

Considere el problema de una cuerda de guitarra punteada. Para esto puede considerar que en el instante inicial la cuerda es estirada una distancia h en el punto medio.

- (a) Hallar los coeficiente de Fourier
- (b) Explicar físicamente la ausencia de alguno de ellos

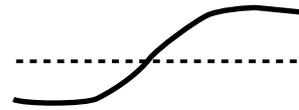
Problema 3.7

Repita el mismo problema pero ahora la cuerda es golpeada. Esto puede ser modelado si la velocidad inicial es:

$$v_0 = \begin{cases} \left(\frac{4\mu x}{l}\right) & (0 < x < l/4) \\ \left(\frac{4\mu}{l}\right)\left(\frac{l}{2} - x\right) & (l/4 < x < l/2) \\ 0 & (l/2 < x < l) \end{cases}$$

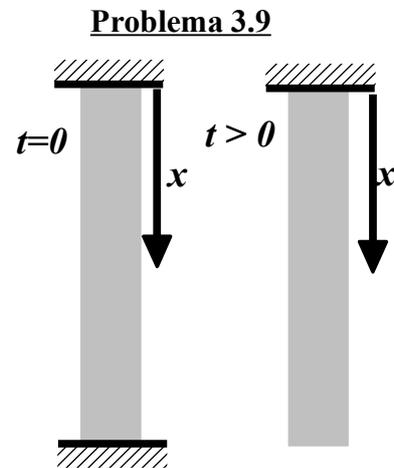
Problema 3.8

Una cuerda está terminada en un amortiguador, como muestra la figura. Cuando una onda viajera se propaga por ella, aparece una perturbación vertical producto de la reflexión. La altura de la onda reflejada es la mitad de la altura de la incidente. Como haría para eliminar esta reflexión?



Considere el problema de las vibraciones longitudinales de una barra de acero cuyas constantes físicas son: densidad ρ , longitud L , sección transversal A_0 y módulo de elasticidad E .

- (a) Si la barra tiene un extremo fijo y el otro libre, hallar las frecuencias naturales y los modos de oscilación.
- (b) Describa las oscilaciones longitudinales luego que la barra es sometida a su propio peso en forma súbita, ver figura.
- (c) Calcule el esfuerzo dinámico $N(x,t)$ para el acero ($\rho=8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $E= 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$). Hallar su valor máximo y mínimo.
- (d) Graficar la deformación y la fuerza en función del tiempo en ambos extremos.



Problema 3.10



El sistema que se muestra en la figura consiste de una masa rígida m aferrada a una barra que posee una densidad ρ , longitud l , módulo de elasticidad E y sección transversal S . Determinar las frecuencias naturales de oscilación y los modos de las oscilaciones transversales.

Problema 3.11

Se observa que una perturbación longitudinal generada por un terremoto viaja 5000 km en 15 minutos. Estimar el módulo de Young para la roca a través de la cual la perturbación viaja, suponiendo que la densidad promedio es 2700 kg/m^3 .

Problema 3.12

Una barra uniforme tiene un extremo fijo y el otro libre. Para cada una de las siguientes condiciones iniciales hallar la solución general de vibraciones longitudinales:

- (a) $u(x,0)=A_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right)$ y $\dot{u}(x,0)=0$
- (b) $u(x,0)=A_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2l}\right)$ y $\dot{u}(x,0)=0$
- (c) $u(x,0)=0$ y $\dot{u}(x,0)=V_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right)$

Problema 3.13

Una cuerda de longitud l y masa por unidad de longitud μ está bajo tensión T , con el extremo izquierdo fijo y el derecho unido a un sistema resorte-masa como se muestra en la figura. Determine las frecuencias naturales.

