

# ELECTROMAGNETISMO II

Guia 1: Ondas electromagneticas

April 17, 2012

## Problema 1

Dos vectores  $\mathbf{A}(t)$  y  $\mathbf{B}(t)$  se representan por las partes reales de las cantidades  $A \exp(i\omega t)$  y  $B \exp(-i\omega t)$ . Muestre que el promedio temporal del producto vectorial satisface:

$$\langle \mathbf{A}(t) \times \mathbf{B}(t) \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(A^* \times B) = \frac{1}{2} \text{Re}(A \times B^*)$$

## Problema 2

Determinar el campo magnético y tipo de polarización de los siguientes campos eléctricos:

- $\mathbf{E}(z,t) = -3i e^{i(\omega t - kz)} \hat{y}$
- $\mathbf{E}(z,t) = (3\hat{x} + 4\hat{y}) e^{i(kz + \omega t)}$
- $\mathbf{E}(z,t) = (3e^{i\pi/3}\hat{x} + 3\hat{y}) e^{i(kz + \omega t)}$
- $\mathbf{E}(z,t) = (3e^{-i\pi/8}\hat{x} + 4e^{i\pi/8}\hat{y}) e^{i(kz + \omega t)}$

## Problema 3

Una onda plana propagando en el vacío tiene el siguiente campo eléctrico:

$$\mathbf{E}(z, t) = 2\cos(\omega t - kz)\mathbf{i} + 4\sin(\omega t - kz)\mathbf{j} \quad (1)$$

Escribir  $\mathbf{E}$  en forma de fasor  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$ , determinar la polarización y el campo asociado  $\mathbf{H}(z,t)$  en su forma real.

## Problema 4

Considere una posible solución de las ecuaciones de Maxwell dada por:

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A}_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t} \\ \phi(\mathbf{x}, t) = 0 \end{cases}$$

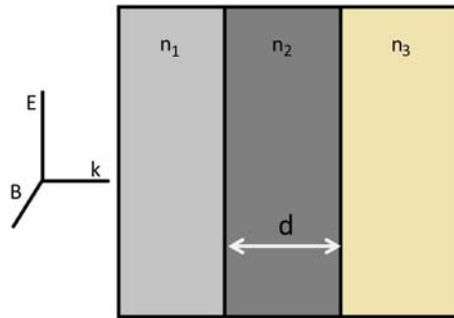


Figure 1: Problema 7.

donde  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$  y  $\phi(\mathbf{x}, t)$  son el potencial vector y potencial escalar. Suponga que  $\mathbf{A}_0$ ,  $\mathbf{k}$  y  $\omega$  son constantes. Dar las restricciones sobre  $\mathbf{A}_0$ ,  $\mathbf{k}$  y  $\omega$  impuestas por las ecuaciones de Maxwell:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

### Problema 5

Se tiene una onda plana monocromática viajando en la dirección  $x$  y linealmente polarizada en la dirección  $y$ . Encuentre el valor medio temporal de la energía, el vector de Poynting y el momento transportado por el campo.

### Problema 6

Considere el caso de reflexión de una onda plana cuando la polarización es paralela al plano de incidencia. Encuentre el coeficiente de reflexión y transmisión. Dichos coeficientes se definen como el cociente entre la intensidad reflejada (o transmitida) y la intensidad total incidente. Grafique en forma aproximada.

### Problema 7

Una onda plana incide sobre una interface con distintas capas como muestra la figura. Los índices de refracción de los tres medios no permeables son  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$ . El ancho del medio 2 es  $d$  y los otros medios son semi-infinitos.

**A)** Calcular los coeficientes de transmisión y reflexión (cocientes entre los flujos de Poynting transmitido y reflejado, respecto del incidente). Hacer un gráfico como función de la frecuencia para  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$ ,  $n_3 = 3$ ;  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 2$ ,  $n_3 = 1$ ; y  $n_1 = 2$ ,  $n_2 = 4$ ,  $n_3 = 1$ .

**B)** El medio  $n_1$  es parte de un sistema óptico (por ejemplo una lente); el medio  $n_3$  es aire ( $n_3 = 1$ ). Se desea colocar un cubrimiento óptico (medio  $n_2$ ) sobre la superficie tal que no exista onda reflejada para una frecuencia  $\omega_0$ . Cuál es ancho  $d$  e índice de refracción  $n_2$  necesarios?