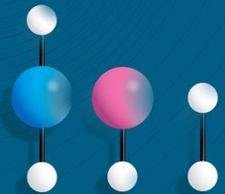


# Guía 6



Operador densidad, matriz densidad



## Problema 6.1

Demuestre que el operador densidad de la representación canónica es:

$$\hat{\rho} = \frac{\exp[-\beta H]}{\text{Tr}(\exp[-\beta H])}$$

- Calcule la expresión de la energía media.
- Calcule la expresión de la entropía.

## Problema 6.2

Repita el procedimiento del problema anterior para el conjunto gran canónico.

## Problema 6.3

Muestre que la representación en  $q$  de la matriz densidad (no normalizada) del hamiltoniano  $H(p, q)$   $\rho = \exp(-\beta H)$  es:

$$\langle \hat{q} | \exp(-\beta H) | \hat{q}' \rangle = \exp \left[ -\beta H \left( \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \hat{q}}, \hat{q} \right) \right] \delta(\hat{q} - \hat{q}')$$

Donde  $H \left( \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \hat{q}}, \hat{q} \right)$  es el hamiltoniano en la representación  $q$ .

- Aplique este resultado para una partícula libre  $H = p^2/2m$  y evalúe la matriz densidad en la representación  $q$ .

## Problema 6.4

Calcule el operador densidad de un oscilador armónico unidimensional en la representación  $q$ . Discuta el límite de  $\frac{\hbar\omega}{kT} = \beta\hbar\omega \ll 1$ .

## Problema 6.5

Evalúe los valores medios  $\langle q^2 \rangle$  y  $\langle p^2 \rangle$ , para el oscilador armónico del problema anterior.



## Problema 6.6

---

Sea un sistema de  $N$  partículas distinguibles y no interactuantes cuyo hamiltoniano es:

$$H = \sum \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + V(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$$

- Calcule la representación- $\mathbf{r}$  del operador densidad.
- Muestre que en el límite  $\hbar \rightarrow 0$  la función partición tiende a la expresión clásica.