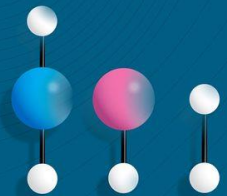


Guía 6



Operador densidad, matriz densidad



Problema 6.1

Demuestre que el operador densidad de la representación canónica es:

$$\hat{\rho} = \frac{\exp[-\beta H]}{\text{Tr}(\exp[-\beta H])}$$

- Calcule la expresión de la energía media.
- Calcule la expresión de la entropía.

Problema 6.2

Repita el procedimiento del problema anterior para el conjunto gran canónico.

Problema 6.3

Muestre que la representación en q de la matriz densidad (no normalizada) del hamiltoniano $H(p, q)$ $\rho = \exp(-\beta H)$ es:

$$\langle \hat{q} | \exp(-\beta H) | \hat{q}' \rangle = \exp \left[-\beta H \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \hat{q}}, \hat{q} \right) \right] \delta(\hat{q} - \hat{q}')$$

Donde $H \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \hat{q}}, \hat{q} \right)$ es el hamiltoniano en la representación q .

- Aplique este resultado para una partícula libre $H = p^2/2m$ y evalúe la matriz densidad en la representación q .

Problema 6.4

Calcule el operador densidad de un oscilador armónico unidimensional en la representación q . Discuta el límite de $\frac{\hbar\omega}{kT} = \beta\hbar\omega \ll 1$.

Problema 6.5

Evalúe los valores medios $\langle q^2 \rangle$ y $\langle p^2 \rangle$, para el oscilador armónico del problema anterior.



Problema 6.6

Sea un sistema de N partículas distinguibles y no interactuantes cuyo hamiltoniano es:

$$H = \sum \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + V(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$$

- Calcule la representación- \mathbf{r} del operador densidad.
- Muestre que en el límite $\hbar \rightarrow 0$ la función partición tiende a la expresión clásica.