Guía 6

Operador densidad, matriz densidad

Problema 6.1

Demuestre que el operador dendidad de la representación canónica es:

$$\hat{\rho} = \frac{exp[-\beta H]}{Tr(exp[-\beta H])}$$

• Calcule la expresión de la energía media.
• Calcule la expresión de la entropía.

Problema 6.2

Repita el procedimiento del problema anterior para el conjunto gran canónico.

Problema 6.3

Muestre que la representación en q de la matriz densidad (no normalizada) del hamiltoniano $H(p,q)$ $\rho = exp(-\beta H)$ es:

$$\langle \acute{q}|\exp(-\beta H)|\acute{\acute{q}}\rangle = exp\left[-\beta H\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial \acute{q}}, \acute{q}\right)\right]\delta(\acute{q} - \acute{\acute{q}})$$

Donde $H\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial \acute{q}}, \acute{q}\right)$ es el hamiltoniano en la representación q.

• Aplique este resultado para una partícula libre $H = p^2/2m$ y evalúe la matriz densidad en la representación q.

Problema 6.4

Calcule el operador densidad de un oscilador armónico unidimensional en la representación q. Discuta el límite de $\frac{\hbar\omega}{kT} = \beta\hbar\omega \ll 1$.

Problema 6.5

Evalúe los valores medios $\langle q^2 \rangle$ y $\langle p^2 \rangle$, para el oscilador armónico del problema anterior.

Problema 6.6

Sea un sistema de N partículas distinguibles y no interactuantes cuyo hamiltoniano es:

$$H = \sum \frac{\boldsymbol{p}_i{}^2}{2m} + V(\boldsymbol{r}_1, .., \boldsymbol{r}_N)$$

- Calcule la representación-$\boldsymbol{r}$ del operador densidad.
- Muestre que en el límite $h \to 0$ la función partición tiende a la expresión clásica.