Nombre: Mecánica estadística 2015

14 de Mayo de 2015

Primer Parcial

1- Considere un gas de N partículas y energía E, dentro de un recipiente de volumen V. Partiendo de la fórmula de Sackur-Tetrode para la entropía:

$$S(E,V,N) = Nk\left\{\frac{5}{2} - ln\left[\left(\frac{3\pi\hbar^2}{m}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N^{\frac{5}{2}}}{VE^{\frac{3}{2}}}\right]\right\}$$

a- Demuestre que

$$E(S,V,N) = \left(\frac{3\pi\hbar^2}{m}\right)\frac{N^{5/2}}{V^{2/3}} exp\left[\frac{2S}{3Nk} - 5/3\right]$$

b- Determine la expresión de la energía libre de Helmholtz $F(T,V,N) = E - TS$ (Ayuda: utilice el primer principio de la termodinámica $dE = TdS - pdV + \mu dN$).

c- Calcule la entalpia $H(S,p,N) = E + pV$. Note que la expresión final solo debe depender de las variables S,p,N.

d- Calcule el potencial de Gibbs $\Phi(p,T,N) = F + pV$ (Ayuda: tenga en cuenta la expresión del gas ideal).

e- Verifique que los potenciales termodinámicos obtenidos, son variables extensivas.

2- Dos sistemas estadísticos independientes (A y B), se componen de N niveles de energía y m_A y m_b cuantos indistinguibles de energía distribuidos en dichos niveles de energía ($m_{A,B} \gg 1$).
La energía de cada sistema es proporcional al número asociado de cuantos

$$E_A = \alpha_A m_A$$
$$E_B = \alpha_B m_B$$

a- Escriba el número de microestados de cada sistema, (explique brevemente la diferencia en el conteo de estados de cuantos distinguibles o indistinguibles).

b- Calcule la entropía de los sistemas.

c- Suponga que se establece contacto entre ambos sistemas, determine las condiciones de equilibrio.

d- En la condición anterior, determine la relación entre $m_A, m_B, \alpha_A, \alpha_B$.

3- Un gas de átomos de masa m, se encuentra contenido dentro de un recipiente de volumen V, a una dada temperatura T. Los átomos emiten luz, que pasa en dirección x a través de una pequeña ventana practicada en el recipiente, y puede observarse como una línea espectral en un espectroscopio.

Un átomo estacionario emite luz a una frecuencia bien definida ν_0. Sin embargo, debido al efecto Doppler, la frecuencia de la luz observada que haya sido emitida desde un átomo con componente v_x de velocidad, será:

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$$

con c, la velocidad de la luz.

Suponiendo que la distribución de Maxwell-Boltzmann es aplicable a este problema, calcule:

a- La distribución de frecuencias $F(\nu)$. ¿Cuál es el valor medio de la frecuencia observada en el espectroscopio?

b- La anchura de la línea espectral, $\sigma(\nu) = \sqrt{\overline{(\Delta\nu)^2}}$. Demuestre que $\sigma(\nu) \propto \sqrt{T}$.

c- Si el recipiente contiene átomos de H y O, ¿Cuál de las dos líneas observadas será más ancha, si corresponden aproximadamente a la misma frecuencia básica?. Justifique su respuesta

$$\int_0^\infty e^{-cx^2} dx = \frac{\pi^{1/2}}{2c^{1/2}}$$

$$\int_0^\infty x e^{-cx^2} dx = \frac{1}{2c}$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-cx^2} dx = \frac{\pi^{1/2}}{4c^{3/2}}$$