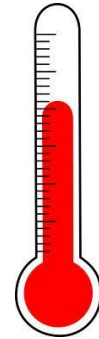


# Temperaturas Negativas



Negatives Absolute Temperatures for  
Motional Degrees of Freedom

*S. Braun, J. P. Ronzheimer, M. Schreiber, S. S. Hodgman, T.  
Rom, I. Bloch, U. Schneider*

# Temperatura Absoluta

- Concepto central de la mecánica estadística.
- En un gas ideal es una medida de la cantidad de movimiento desordenado del mismo.

$$\langle \varepsilon_c \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

- Nada puede estar mas frío que  $T=0K$ , donde las partículas clásicas estarían en reposo.

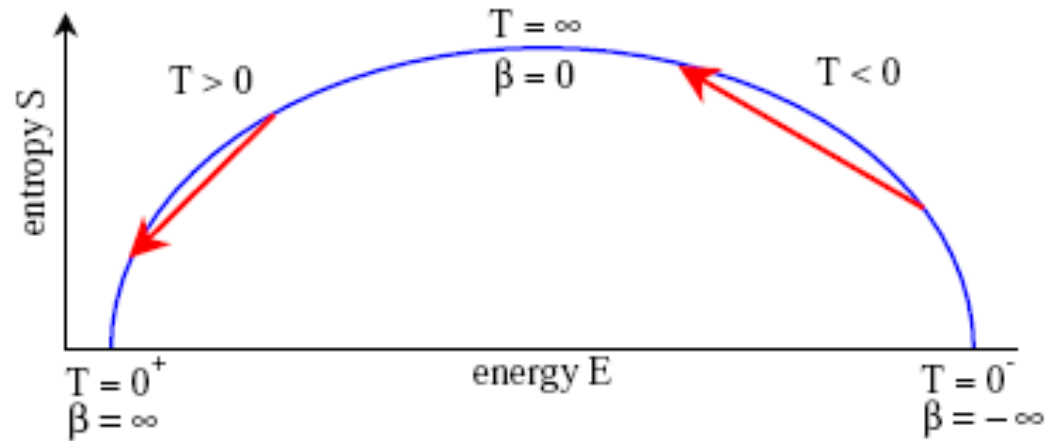
# Definición de Temperatura Negativa

- El sistema posee temperatura negativa siempre que:  $\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_x = \frac{1}{T} < 0$
- El máximo de la curva de entropía con respecto a la energía:  $\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_x = 0 \Rightarrow T = \infty$
- El sistema al pasar de temperatura positiva  $T(+)$  a temperatura negativa  $T(-)$  debe pasar por  $T = \infty K$
- Las  $T(-)$  no son mas frías que el cero absoluto. Son mas calientes que la temperatura infinita.

# Escala de Temperaturas

- El cuerpo mas caliente entre dos es aquél desde el cuál el calor fluye al ser puestos en contacto.
- La escala de temperaturas de frío a caliente:  
 $+0K, \dots, +300K, \dots, +\infty K, -\infty K, \dots, -300K, \dots, -0K$
- Las leyes de la termodinámica son igualmente aplicables a  $T(-)$  y a  $T(+)$  (se reemplaza  $T$  por  $-T$ ).
- A  $T(-)$  varios procesos cíclicos, como ciclos de Carnot pueden ser operados.

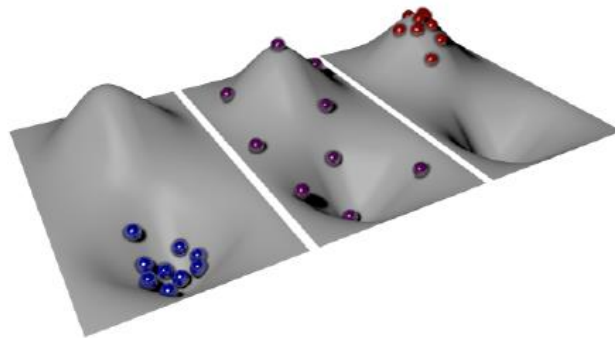
# Ciclo de Carnot



- La eficiencia en un ciclo de Carnot:  $\eta = 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$
- Tanto a T(+) como a T(-):  $-1 < \eta < 1$
- Un ciclo de Carnot que opera entre dos reservorios, uno a T(+) y el otro a T(-) tiene eficiencia mayor a la unidad:  $\eta = \frac{W}{Q_1}$

# Mecánica Estadística a T(-)

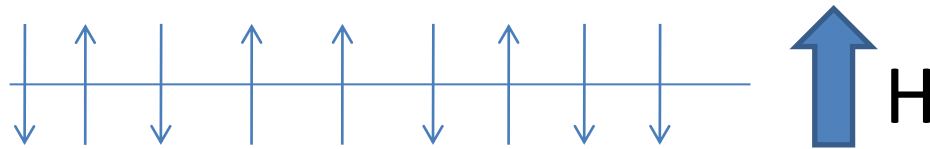
- El nº de elementos en el i-esimo estado es proporcional al factor de Boltzmann:  $P_i \propto e^{-E_i/kT}$
- Un ensamble a T(+) es descrito por una distribución de ocupación que decrece con la energía.
- Para T(-) resulta crecimiento exponencial.



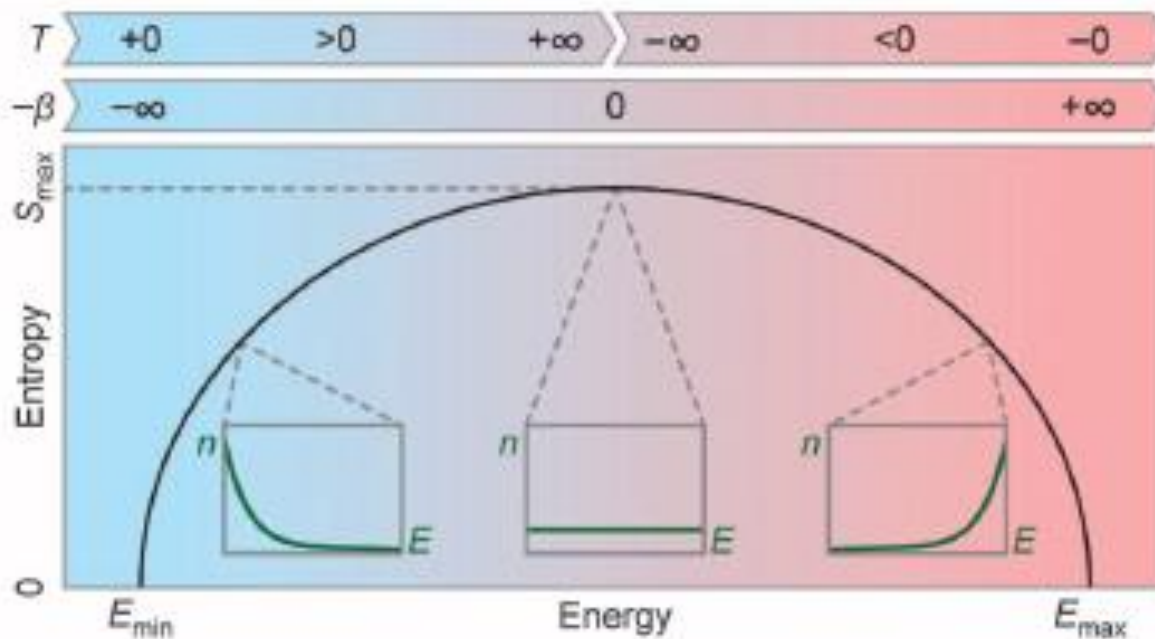
# Condición Necesaria Para T(-)

- Dado que la distribución debe ser normalizable, deben haber cotas en la energía dependiendo del caso.
- A T(+) un ínfimo en la energía es necesario, dado que:  $P_i \rightarrow \infty$  si  $E_i \rightarrow -\infty$
- A T(-) un supremo en la energía es necesario, dado que:  $P_i \rightarrow \infty$  si  $E_i \rightarrow +\infty$
- Por lo tanto es necesario un límite superior en la energía para que se puedan realizar T(-)

# Ejemplo: Arreglo de espines



$$h = -\mu_B H \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad \sigma_i = \pm \frac{1}{2}$$





# Sistema con Energía Equiespaciada

Se considera un Hamiltoniano de la forma:

$$h = h_0 + h_{\text{int}} \quad h_0 = \sum_{k=1}^N h_{0k}$$

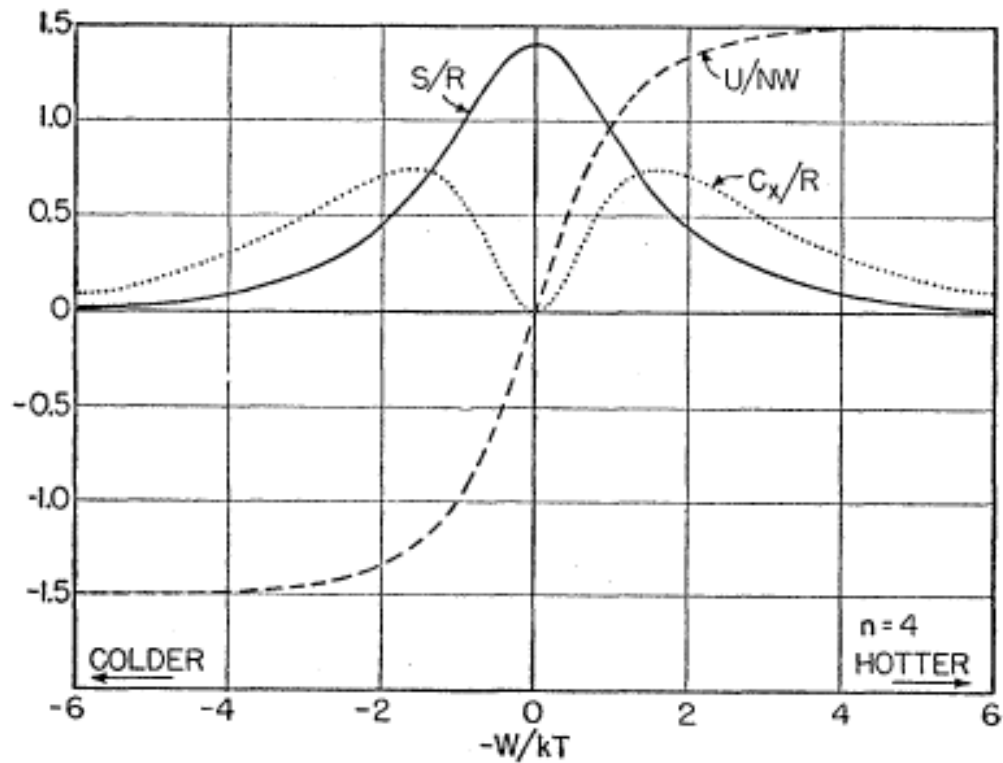
- $h_0$  es la parte del Hamiltoniano que depende del k-esimo elemento
- $h_{\text{int}}$  es la parte del Hamiltoniano que no puede ser separada en términos de un único elemento.
- Los procedimientos de la mecánica estadística son generales, no distinguen en si hay o no cotas en la energía.
- Se desprecia el termino de interacción del Hamiltoniano por simplicidad en los cálculos. Este término esta asociado a fenómenos cooperativos, como el ferromagnetismo.

- “n” niveles de energía equiespaciados:

$$W_m = mW$$

$$m = -(n-1)/2, \dots, +(n-1)/2$$

$$Z = \sum_{m=-(n-1)/2}^{+(n-1)/2} \exp(-mW\beta) = \frac{\sinh(nW\beta/2)}{\sinh(W\beta/2)}$$



# Arreglos de Átomos Enfriados Confinados por Laser

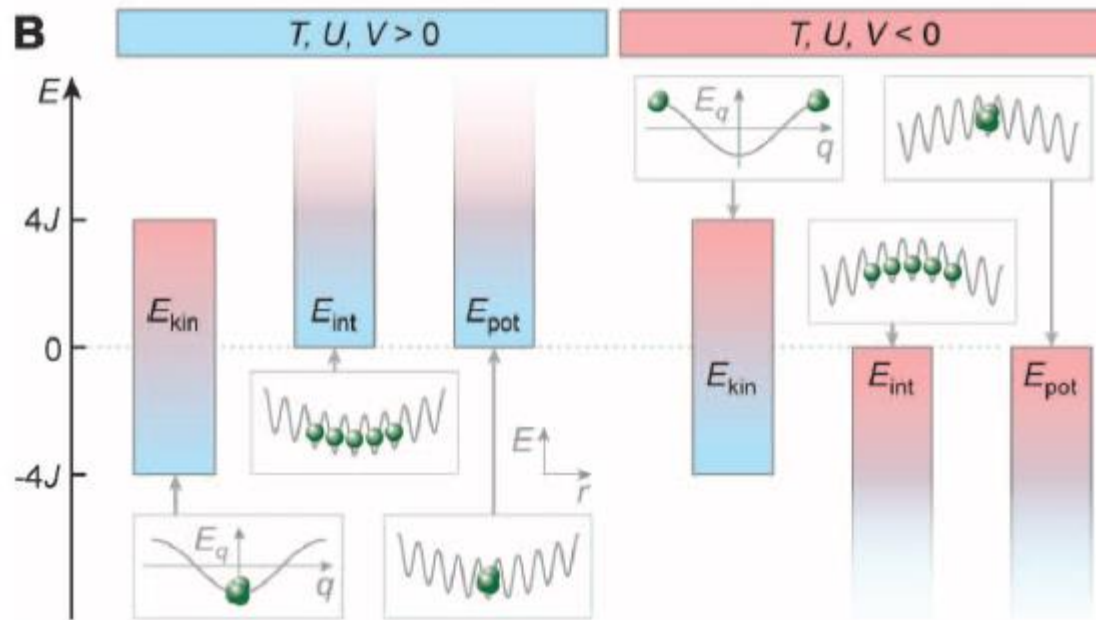
- Arreglo óptico: potencial generado por laser análogo a un arreglo cristalino.
- Mediante interferencia se generan máximos y mínimos.
- Los átomos ocupan los mínimos de potencial.
- Gran nivel de aislamiento con el ambiente y control sobre los parámetros del sistema.
- La energía cinética se divide en bandas.
- Implementar una cota superior para los grados de libertad dinámicos exige energía potencial y de interacción limitadas.
- A través de análisis de estabilidad se demostró que temperaturas negativas en grados de libertad dinámicos implican presión negativa

# Hamiltoniano de Bose Hubbard

- Átomos bosónicos en un pozo de potencial suficiente profundo generado por laser son descritos por el Hamiltoniano de Bose Hubbard.

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) + V \sum_i r_i^2 \hat{n}_i$$

- $J$  es la matriz de tuneleo entre lugares vecinos  $i, j$ .
- $b_i^\dagger$  y  $b_j$  denotan el operador de aniquilación y creación de un boson en el sitio  $i$ .
- $U$  es el potencial de interacción en el sitio,  $n_i = b_i^\dagger b_i$  es el operador de numero local.
- $V$  describe el confinamiento armónico exterior, con  $r_i$  la posición del sitio  $i$  con respecto al centro de la trampa de potencial.

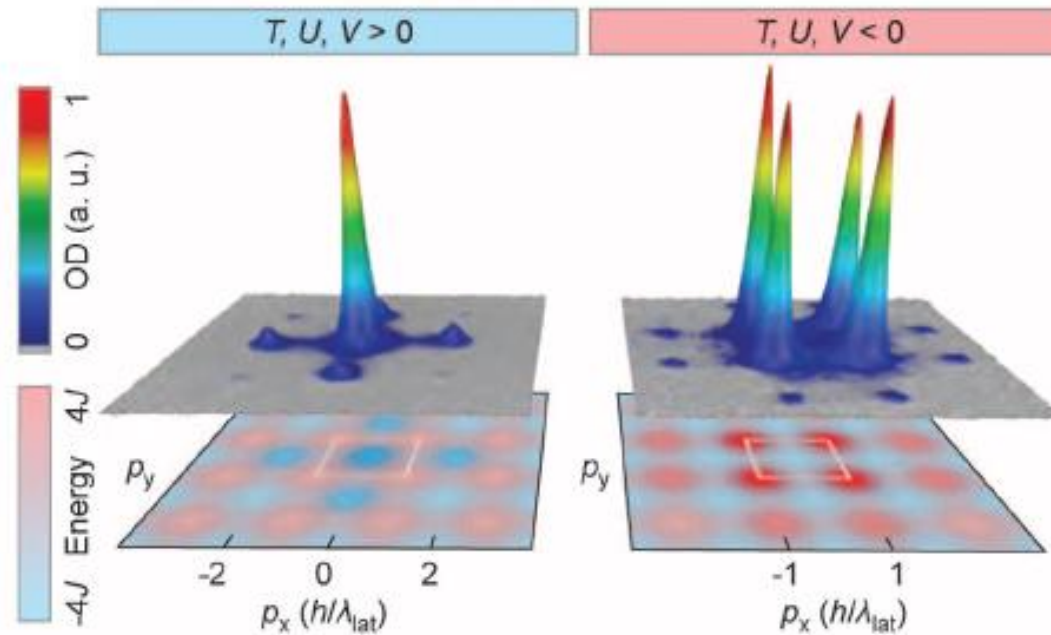


- La imagen muestra como se pueden lograr límites superiores e inferiores en el Hamiltoniano de BH.
- La restricción a una única banda da límites superior e inferior para la energía cinética.
- El término de interacción presenta la dificultad de que todos los bosones pueden ocupar el mismo lugar. La energía de interacción puede divergir en el límite termodinámico.

- Para interacciones repulsivas ( $U > 0$ ) la energía de interacción está limitada solo por debajo, el sistema solo puede adquirir  $T(+)$
- Para interacciones atractivas ( $U < 0$ ) la energía de interacción está limitada solo por arriba, y el sistema solo puede adquirir  $T(-)$ .
- Con Fermiones se evita la dificultad en la energía de interacción.

- Para el potencial de Fermi-Hubbard el principio de exclusión da un límite superior de  $U/2$  por átomo y habilita T(-) incluso en el caso de interacción repulsiva.
- Similarmente, un potencial tipo trampa ( $V>0$ ) da solo un límite inferior a  $E_{pot}$ .
- Un potencial anti trampa ( $V<0$ ) da un límite superior.
- Por lo tanto, T(-) estables en bosones solo pueden lograrse para interacciones atractivas y potencial anti trampa.

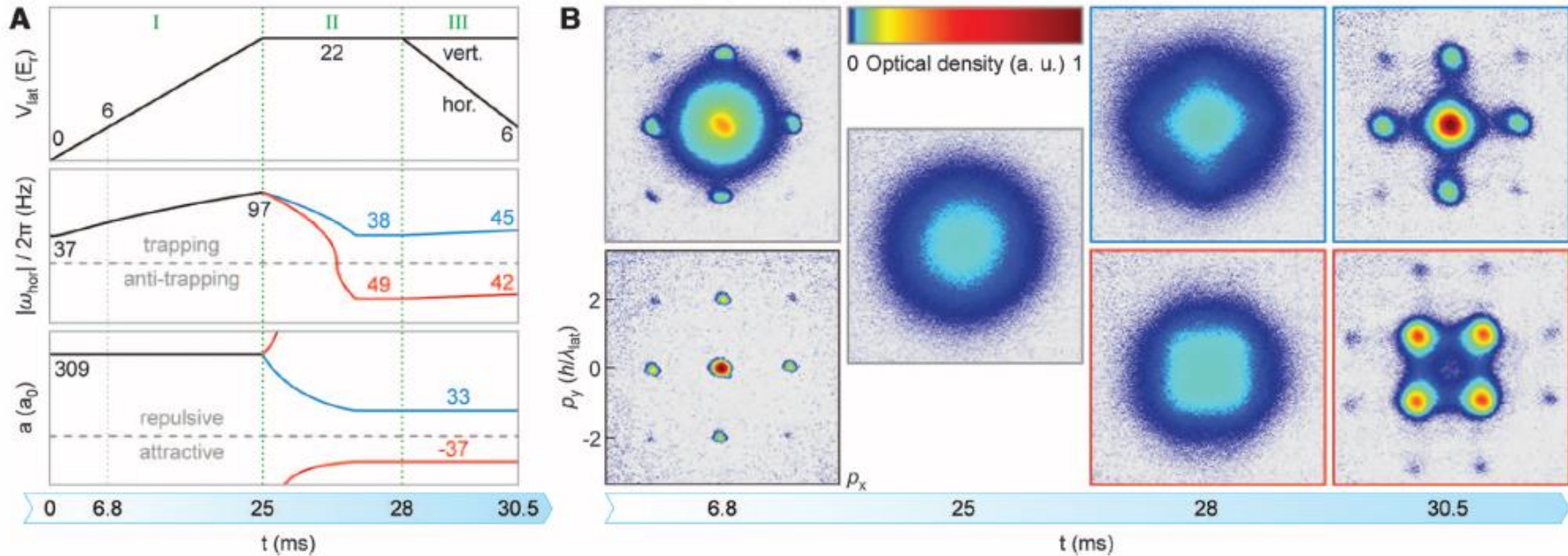
# Resultados



Measured momentum distributions (TOF images) for positive (left) and negative (right) temperature states. Both images are averages of about 20 shots; both optical densities (OD) are individually scaled. The contour plots below show the tight-binding dispersion relation; momenta with large occupation are highlighted. The white square in the center indicates the first Brillouin zone.



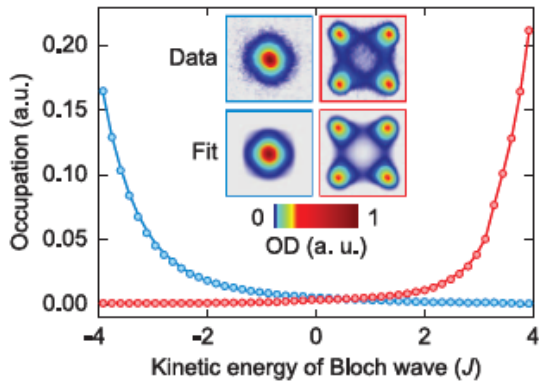
# Resultados



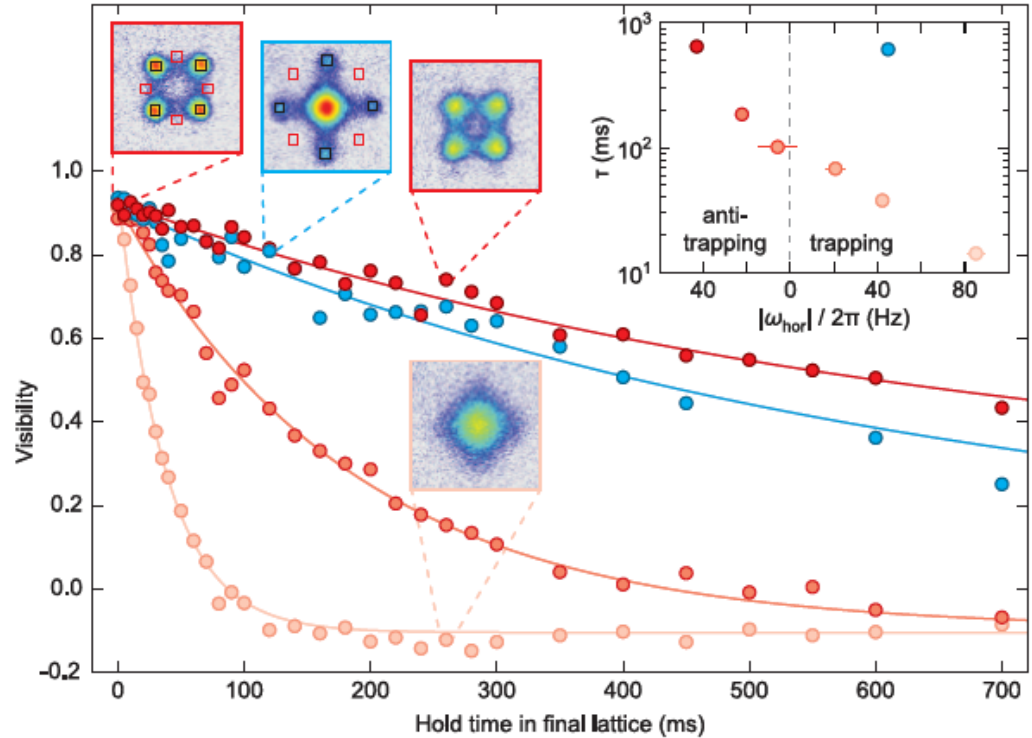
**Fig. 2.** Experimental sequence and TOF images. **(A)** Top to bottom: lattice depth, horizontal trap frequency, and scattering length as a function of time. Blue indicates the sequence for positive, red for negative temperature of the final state. **(B)** TOF images of the atomic cloud at various times  $t$  in the sequence. Blue borders indicate positive, red negative temper-

atures. The initial picture in a shallow lattice at  $t = 6.8$  ms is taken once for a scattering length of  $a = 309(5) a_0$  (top) as in the sequence, and once for  $a = 33(1) a_0$  (bottom; OD rescaled by a factor of 0.25), comparable to the final images. All images are averages of about 20 individual shots. See also Fig. 1C.

# Resultados



**Fig. 3.** Occupation distributions. The occupation of the kinetic energies within the first Brillouin zone is plotted for the final positive (blue) and negative (red) temperature states. Points show experimental data extracted from band-mapped pictures. Solid lines are fits to a noninteracting Bose-Einstein distribution assuming a homogeneous system. (**Insets**) Top row: Symmetrized positive (left) and negative (right) temperature images of the quasimomentum distribution in the horizontal plane. Bottom row: Fitted distributions for the two cases. All distributions are broadened by the in situ cloud size (9).



**Fig. 4.** Stability of the positive (blue) and negative (red) temperature states. Main figure: Visibility  $V = (n_b - n_r)/(n_b + n_r)$  extracted from the atom numbers in the black ( $n_b$ ) and red ( $n_r$ ) boxes (indicated in the TOF images) plotted versus hold time in the final state for various horizontal trap frequencies. Dark red,  $|\omega_{\text{hor}}|/2\pi = 43(1)$  Hz anti-trapping; medium red, 22(3) Hz anti-trapping; light red, 42(3) Hz trapping; blue, 45(3) Hz trapping. (**Inset**) Coherence lifetimes  $\tau$  extracted from exponential fits (solid lines in main figure). The statistical error bars from the fits are smaller than the data points. The color scale of the images is identical to Fig. 2B (see also fig. S3).

# Referencias

1. N. F. Ramsey, Phys. Rev. 103, 20 (1956).
2. A. Rapp, S. Mandt, A. Rosch, Phys. Rev. Lett. 105, 220405 (2010).
3. S. Braun et al. Negative Absolute Temperature for Motional Degrees of Freedom. Science 339: 52-55(2013).