

## Primer parcial

- 1-** Si están pensando en construir una bomba atómica, una de las primeras cosas que necesitan conseguir es uranio enriquecido. El uranio natural  $^{235}\text{U}$  no es lo suficientemente pesado como para obtener una masa crítica, sin embargo el isótopo más abundante  $^{238}\text{U}$  nos servirá perfectamente. Para obtener el  $^{238}\text{U}$  se necesita una centrífuga de gases. Un modelo simplificado de centrífuga supone un recipiente cilíndrico de radio  $a$ , que rota con velocidad angular cte.  $\omega$ .

El uranio no se encuentra de forma gaseosa en la naturaleza, sin embargo, podemos combinarlo con fluoruro, para formar hexafluoruro de uranio ( $\text{UF}_6$ ).

Considere entonces que la centrífuga está llena de una mezcla de dos gases ideales, correspondientes a los elementos  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ .

- a- Obtenga la densidad de cada especie en función de la distancia al centro del recipiente  $n(r)_{235}$  y  $n(r)_{238}$ .
- b- Calcule la presión en la pared del recipiente.
- c- Calcule la expresión:

$$\alpha \equiv \frac{n_{235}(0)n_{238}(a)}{n_{235}(a)n_{238}(0)} - 1$$

Suponiendo  $\alpha \ll 1$ , obtenga una expresión simplificada de  $\alpha$ .

- d- Para enriquecer el uranio, retire el gas cercano a la pared de la centrífuga ¿por qué?, y colóquelo en una nueva centrífuga. Si se repite este proceso  $N$  veces, calcule la razón de enriquecimiento,  $\eta \equiv \frac{n_{235}(0)}{n_{238}(0)}$ .

- 2-** Sea un conjunto de  $N$  osciladores cuánticos.

- a- Calcule el calor específico en los límites de alta y baja temperatura (explique el criterio utilizado para establecer el criterio de altas y bajas temperaturas).
- b- Ahora, repita el mismo problema pero considerando un conjunto de  $N$  osciladores de Fermi, es decir, donde el número de ocupación es  $n = 0,1$ . Desarrolle tanto el enfoque canónico como microcanónico y calcule el  $C_v$  para  $T \gg$  y  $T \ll$ , compare los resultados con el inciso anterior.

- 3-** Un sistema de  $N$  espines a temperatura negativa ( $E > 0$ ), se pone en contacto con un gas ideal formado por  $N'$  moléculas, que hace las veces de termómetro. Explique el estado de equilibrio térmico de ambos sistemas, ¿la temperatura es positiva o negativa?, ¿cómo afecta la relación  $N/N'$ ?

- 4-** Considere un reloj molecular¿?, que puede tomar 4 posiciones,  $\theta = n(\pi/2)$ , con  $n = 0,1,2,3$ , con energía:

$$\varepsilon = -A\cos(\theta)$$

Considere un conjunto de  $N$  elementos en contacto con una fuente térmica a una temperatura  $T$ .

- a- Determine  $\langle \cos(\theta) \rangle$  en los límites de  $T \gg$  y  $T \ll$  interprete físicamente.
- b- Determine  $\langle \cos(\theta)^2 \rangle$  en los límites de  $T \gg$  y  $T \ll$  interprete físicamente.
- c- Si se utiliza el sistema para almacenar un mensaje, ¿Cuál es la probabilidad de poder leer ese mensaje?