Nombre: Mecánica Estadística 2018

31 de mayo de 2018

Segundo Parcial

1- Sea un sistema de bosones con $\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$ y $s = 1$, demuestre que:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kTV \left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{3/2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\exp(l\mu/kT)}{l^{5/2}}$$

a- Utilice este resultado para obtener la expresión de la presión $p(z)$ a temperatura ambiente.

b- Obtenga la expresión de la fugacidad z a temperatura ambiente y utilice dicho resultado para expresar $p(T)$.

c- Realice los mismos cálculos para un sistema de fermiones con $s = 1/2$. Compare con los bosones.

d- Obtenga la dependencia con la temperatura de la presión y la entropía para los sistemas de bosones/fermiones considerados, en el límite T<<, describa las características de ambos sistemas cuando $T \to 0$.

2- Determine la dependencia con la temperatura de la energía emitida por un cuerpo negro en un espacio de dimensión d.

a- Suponga una expansión adiabática del universo desde el estado de recombinación ($T = 3000K$) al estado actual ($T = 3K$), calcule la diferencia de tamaño del universo en el periodo de tiempo considerado, considere $d = 3$.
Ayuda: primeramente calcule la entropía y su dependencia con T y V.

3- Describa el modelo de Debye para un sólido cristalino de dimensión d.

a- Utilice el resultado anterior para describir el calor específico de un metal tridimensional.

b- Describa la contribución al calor específico de los electrones de conducción.

4- Un electrón en campo magnético H tiene una energía $\pm\mu_B H$ si el momento magnético de espín es paralelo o antiparalelo al campo. Calcule la suceptibilidad de un sistema de electrones completamente degenerado.

5- La decoherencia cuántica explica cómo un estado cuántico entrelazado puede dar lugar a un estado físico clásico (no entrelazado). En este caso, nos interesa mostrar como la interacción del sistema cuántico con resto del universo, un observador, en este caso representado por un fotón, produce un cambio en la entropía.
Para eso consideramos el estado del electrón:

$$|\psi_e\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$$

con $|\uparrow\rangle$ y $|\downarrow\rangle$ los estados espín arriba y abajo respectivamente y $\alpha^2 + \beta^2 = 1$
y el estado del electrón y el fotón:

$$|\psi_{e/f}\rangle = \alpha|\uparrow\rangle \otimes |+\rangle + \beta|\downarrow\rangle \otimes |-\rangle$$

con $|+\rangle$ y $|-\rangle$ los estados del fotón.

a- Obtenga la expresión de la matriz densidad de ambos estados.

b- Calcule la entropía antes y después de la observación y discuta el resultado.