La Gran Función Zombie (Z)

Julián Juan
Departamento de Física
Av. Alem 1253,
8000 Bahía Blanca, Argentina

Mecánica Estadística, Julio 2016

Paper principal:

"You can run, you can hide: The epidemiology and statistical mechanics of zombies"

Alemi, A.A.[a] , Bierbaum, M.[a] , Myers, C.R.[ab] , Sethna, J.P.[a]

Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics
Volume 92, Issue 5, 2 November 2015, Article number 052801

[a] Laboratory of Atomic and Solid State Physics, Cornell University, Ithaca, NY, United States
[b] Institute of Biotechnology, Cornell University, Ithaca, NY, United States

Resumen

- Introducir técnicas usadas en modelado de epidemiologia moderna para estudiar distintas enfermedades.

- Considerar varios modelos de zombies, desde dinámica temporal continua a una simulación estocástica de una epidemia zombie a gran escala.

- Crear un mapa de susceptibilidad promedio de diferentes lugares geográficos de Estados Unidos.

SIMULACION

- http://mattbierbaum.github.io/zombies-usa/.

Casos a tratar:

1) Pocos Zombies promedio en Nueva York y Los Angeles.

2) Muchos Zombies promedio en los estados centrales.

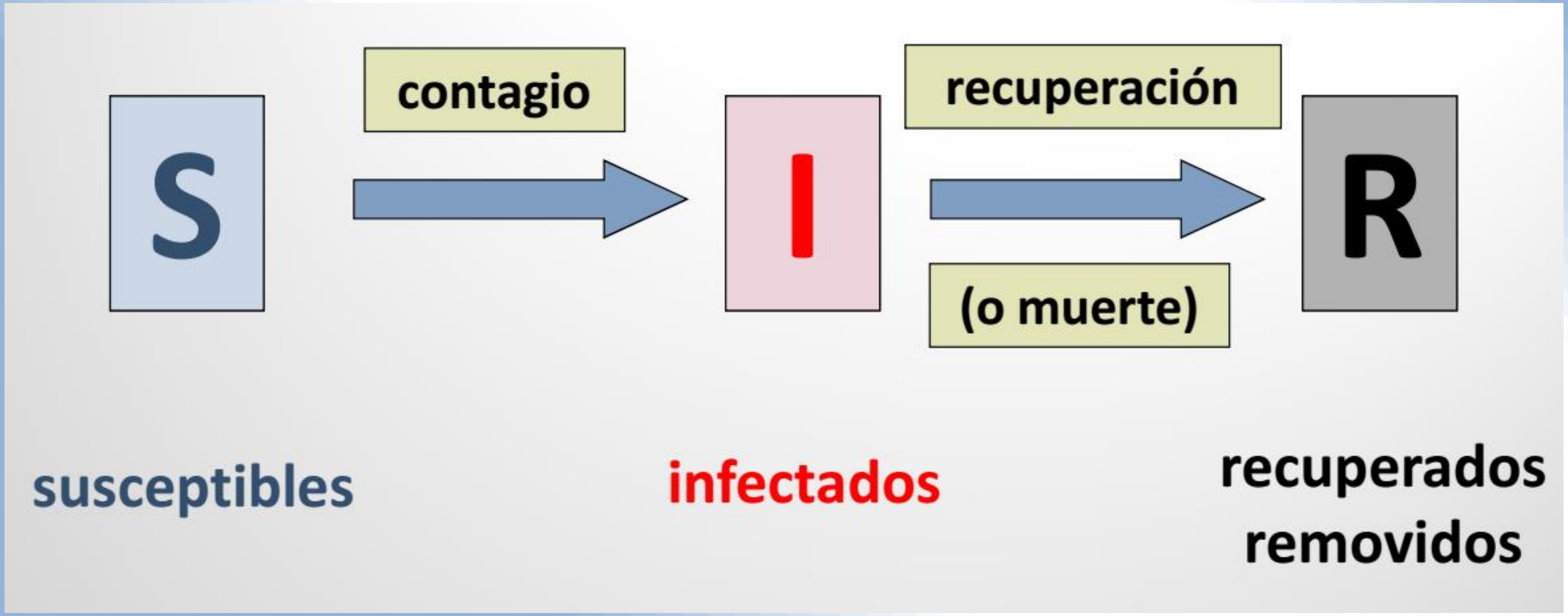
3) Pocos MegaZombies en Nueva York y Los Angeles.

4) Muchos MegaZombies en los estados centrales.

- Debemos usar Mecánica Estadística para determinar si la humanidad sobrevive.
- Para ello, antes debemos ver el resultado entre encuentros humanos-zombies.
- Vamos a empezar generalizando el modelo SIR, (Susceptible-Infectado-Recuperado).

Modelo SIR

- William Kermack (1898-1970)
- Anderson McKendrick (1876-1943)
- Teoría de transmisiones.



Nuestro Modelo: SZR

- Hay dos transiciones posibles:

Humano $\longrightarrow$ Zombie

Zombie $\longrightarrow$ Removido

- Transiciones con parámetros:

Parámetro de mordida β

Parámetro de muerte κ

SZR

- Consideramos un sistema de ecuaciones acopladas de la siguiente forma:

$$\dot{S} = -\beta S Z$$

$$\dot{Z} = (\beta - \kappa) S Z$$

$$\dot{R} = \kappa S Z$$

- Dependencia con la densidad en el lugar.

- Adimensionalizamos para una población relevante N, considerando un parámetro de tiempo y una virulencia adimensional de:

$$\tau = t\beta N \qquad \alpha = \kappa/\beta$$

$$\dot{S} = -\beta S Z$$
$$\dot{Z} = (\beta - \kappa) S Z$$
$$\dot{R} = \kappa S Z$$

$$\frac{dS}{d\tau} = -\frac{SZ}{N}$$
$$\frac{dZ}{d\tau} = (1-\alpha)\frac{SZ}{N}$$
$$\frac{dR}{d\tau} = \alpha\frac{SZ}{N}$$

- Este modelo admite las siguientes condiciones iniciales:

$$R(0) = 0 \qquad Z_0 \equiv Z(0) \qquad S_0 \equiv S(0)$$

- Obteniendo una solución analítica:

$$P \equiv Z_0 + (1-\alpha)S_0$$

$$\mu \equiv \frac{S_0}{Z_0}(1-\alpha) = \frac{P}{Z_0} - 1$$

$$f(\tau) \equiv \frac{P\mu}{e^{\tau P/N} + \mu}$$

$$Z(\tau) = P - f(\tau)$$

$$S(\tau) = \frac{f(\tau)}{1-\alpha}$$

- El signo de P gobierna si en el estado final van a haber solo zombies o humanos.

$$\lim_{\tau\to\infty} f(\tau) = 0$$
$$\lim_{\tau\to\infty} Z(\tau) = P = Z_0 + (1-\alpha)S_0$$
$$\lim_{\tau\to\infty} S(\tau) = 0$$

- Si hacemos un cambio de variable:

$$P \equiv Z + (1-\alpha)S \longrightarrow \begin{aligned} \frac{dP}{d\tau} &= P' = Z' + (1-\alpha)S' \\ &= (1-\alpha)\frac{SZ}{N} - (1-\alpha)\frac{SZ}{N} = 0 \end{aligned}$$

- De la conservación de P, podemos decir:

$$P(\tau) = P_0 = Z(\tau) + (1-\alpha)S(\tau) = Z_0 + (1-\alpha)S_0$$

- Llegamos a una configuración estable, donde se tiene para S = 0 o Z = 0 :

$$Z_\infty = Z_0 + (1-\alpha)S_0$$

$$S_\infty = S_0 - \frac{Z_0}{\alpha - 1}$$

Modelo SIR

- Las ecuaciones para el modelo SIR son:

$$\frac{dS}{d\tau} = -\frac{SZ}{N}$$
$$\frac{dZ}{d\tau} = (1-\alpha)\frac{SZ}{N}$$
$$\frac{dR}{d\tau} = \alpha\frac{SZ}{N}$$

$$\longrightarrow$$

$$\frac{dS}{d\tau} = -\frac{SI}{N}$$
$$\frac{dI}{d\tau} = \left(\frac{S}{N} - \mu\right) I$$
$$\frac{dR}{d\tau} = \mu I$$

$$\tau = t\beta N$$

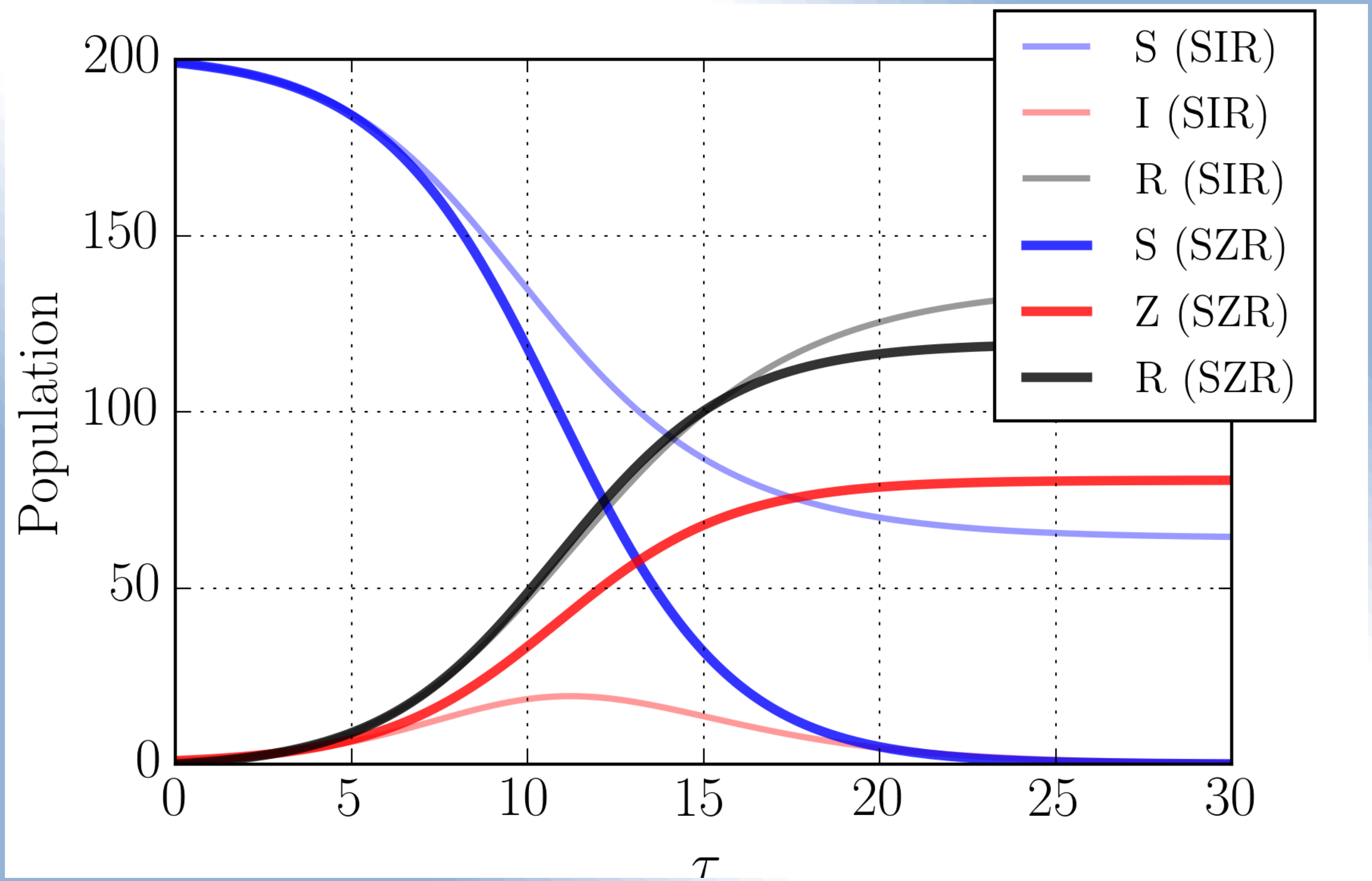
$$\mu = \nu/(\beta N) = R_0^{-1}$$

- En cambio que el SZR, no admite solución analítica: $S(\tau) = S_0 e^{-\frac{(R(\tau)-R_0)}{\mu N}}$

$$S_0 + I_0 + R_0 = N = S_\infty + R_\infty$$

$$R_\infty = N - S_0 e^{-\frac{(R_\infty - R_0)}{\mu N}}$$

Comparacion modelos



Simulacion estocastica

- Debemos analizar poblaciones discretas, y considerar fluctuaciones al azar en pequeñas poblaciones.
- De nuevo, teniendo en cuenta las transiciones:

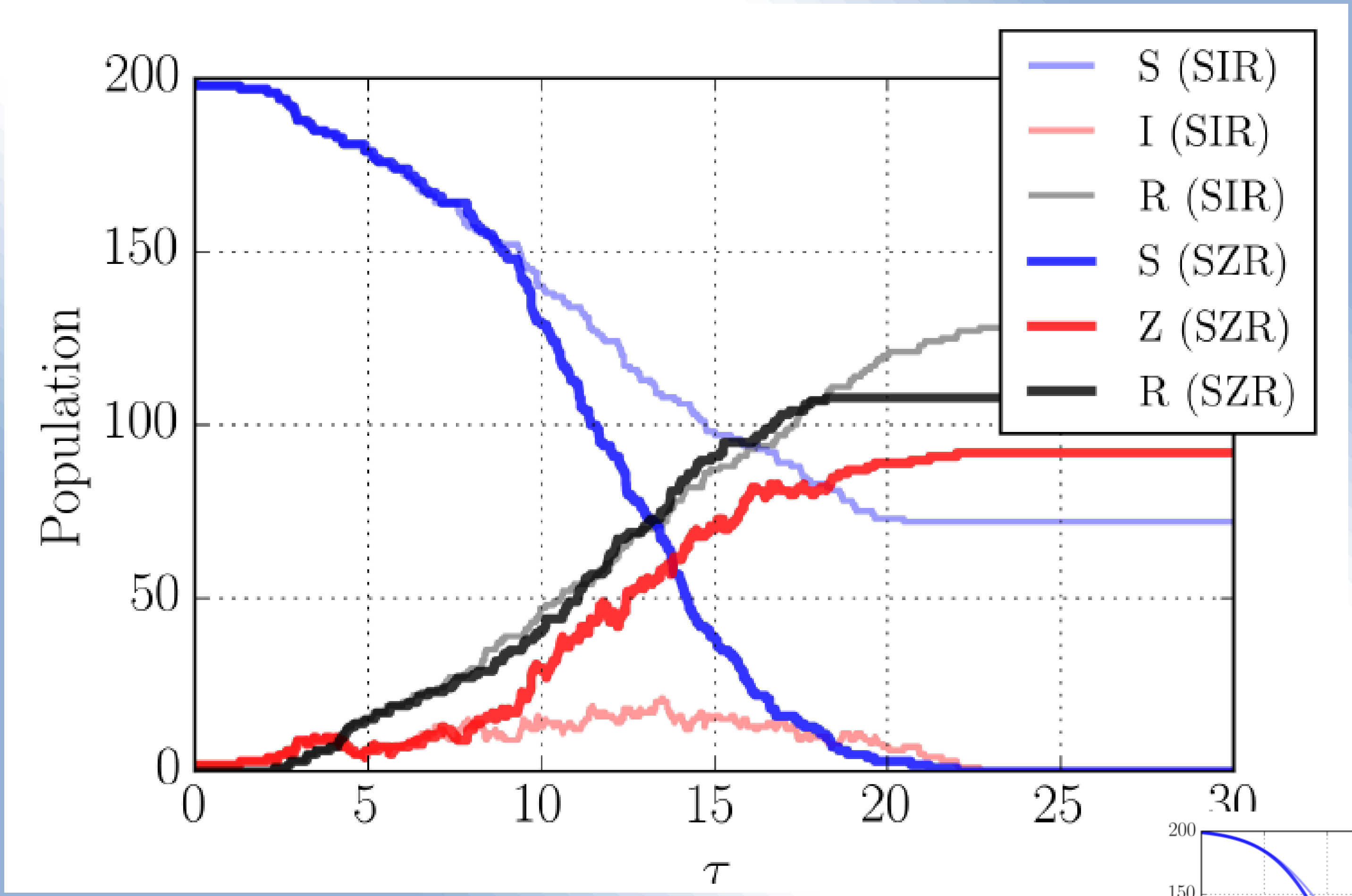
$$(S, Z) \xrightarrow{\beta SZ} (Z, Z)$$
$$(S, Z) \xrightarrow{\kappa SZ} (S, R)$$

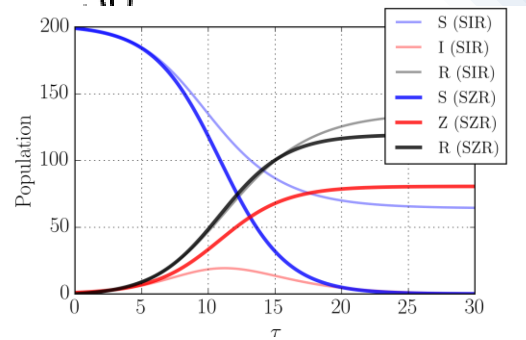
- Vamos a utilizar el algoritmo de Gillespie para simular las batallas uno a uno (utilizado en reacciones químicas).
- El objetivo es simular un brote en una planilla inhomogénea de población.

Ideas Basicas Algoritmo Gillespie

- Inicializar: poner parámetros (número moléculas sistema) y generadores de números al azar.
- Monte Carlo Step: genere números al azar para saber cual reacción va a ocurrir y el intervalo de tiempo. La probabilidad para que una dada reacción sea elegida es proporcional a la cantidad moléculas.
- Update: incremente el paso de tiempo por el tiempo generado aleatoriamente en el segundo paso. Aumente número de moléculas.
- Iterate.

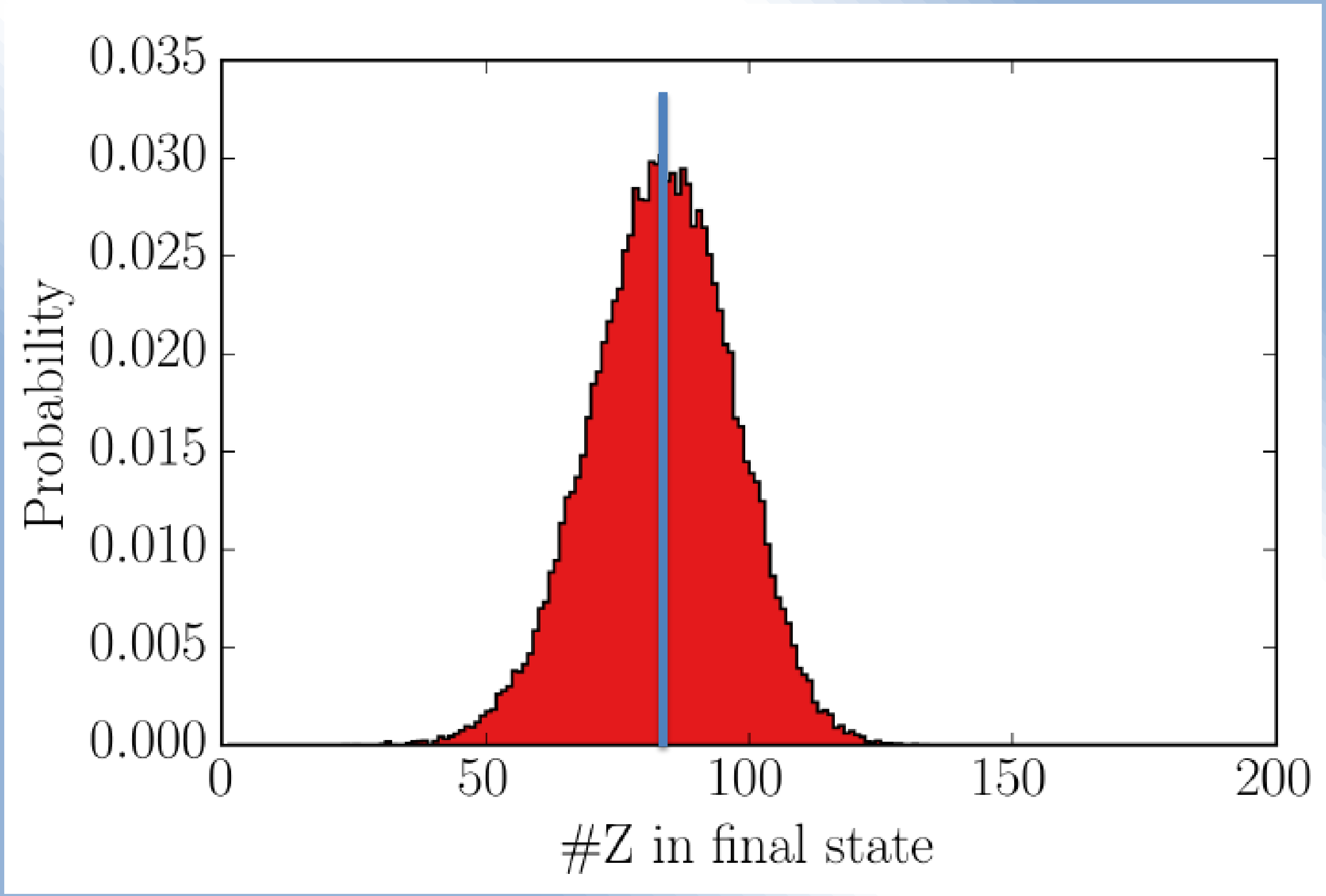
- Utilizando los mismos parámetros que en la comparación anterior, tendremos:





Diferencia dinamica estocastica:

- Los zombies no ganan siempre



- El nro de zombies al final no esta fijo. Podemos encontrar la probabilidad de extinción, dada por la virulencia:

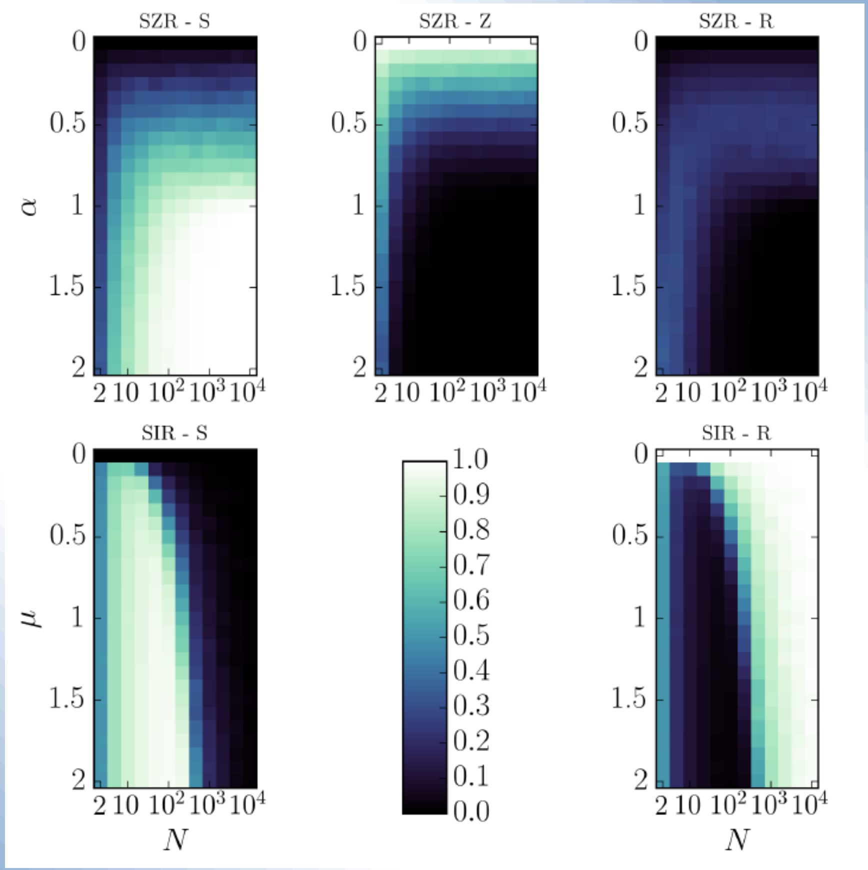
$$P_{\text{ext}} = \frac{\kappa}{\beta} = \alpha$$

- Para el modelo SIR va a ser de: $P_{\text{ext}} = \mu$
- Si reescribimos a S como : $S_0 - \delta S$

$$\frac{dZ}{d\tau} = (1-\alpha)\frac{S_0 Z}{N} - (1-\alpha)\frac{(\delta S)Z}{N}$$
$$\frac{dI}{d\tau} = \left(1 - \frac{\mu N}{S_0}\right)\frac{S_0 I}{N} - (\mu N + \delta S)\frac{I}{N}$$

- Llegamos a lo mismo para $\delta S \to 0$

- Para ver el efecto de la estocacidad, estados finales promedio:



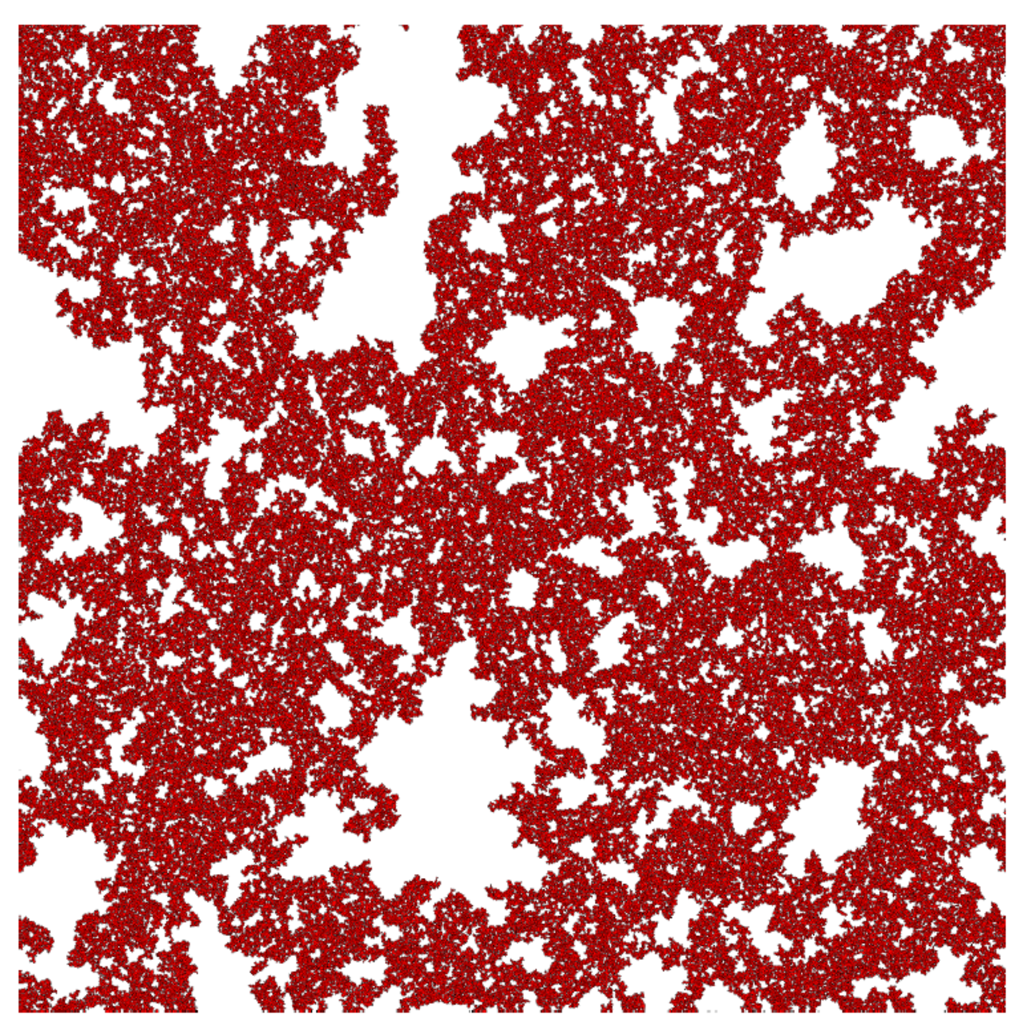
- Para cada casilla, 1000 simulaciones, 1 zombie en cada una.
- Efecto en pequenas poblaciones.
- Dependencia de la poblacion mayor de SIR.

$$Z' = (1 - \alpha)SZ/N$$

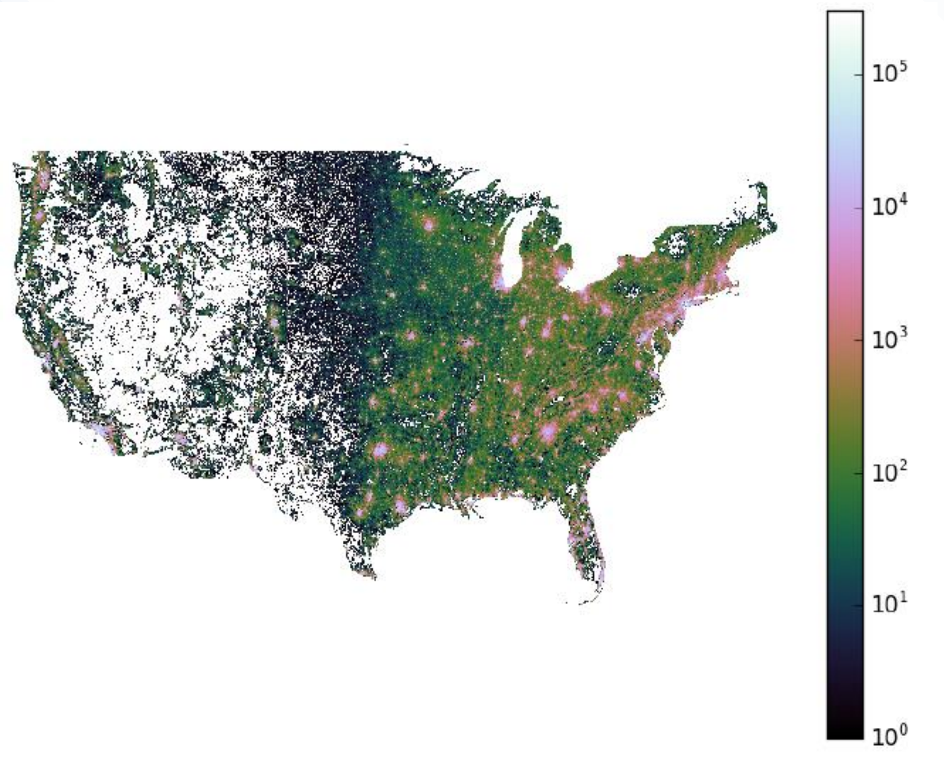
$$I' = (S/N - \mu)I$$

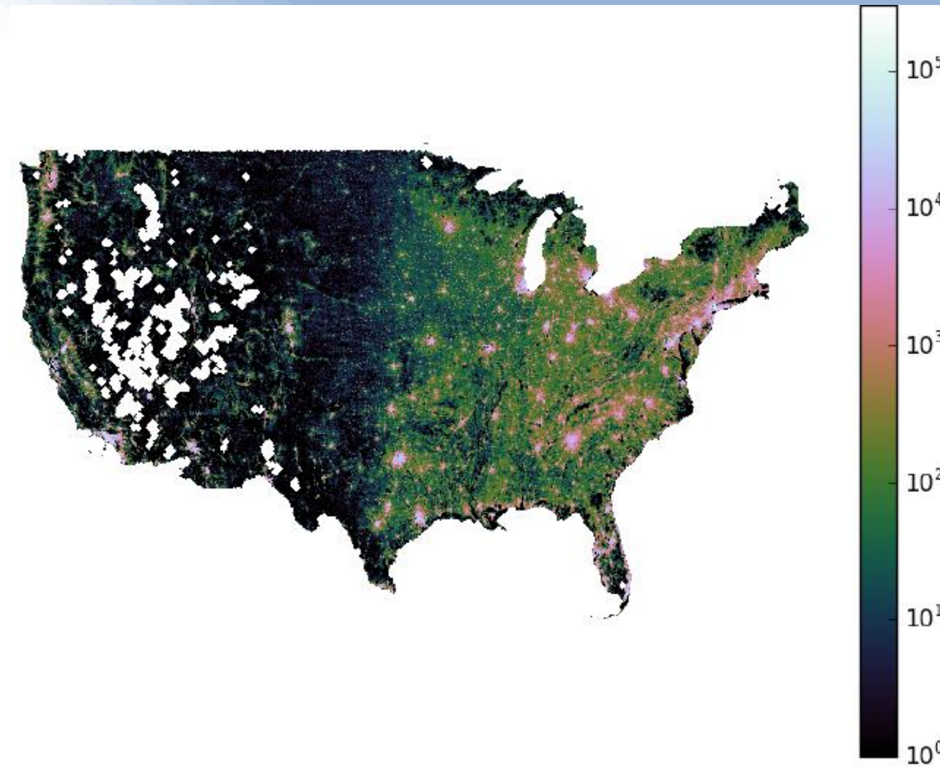
Modelo de Red

- Ciencia redes.
- Consideramos una red, con un individuo en cada sitio.
- Vemos un comportamiento crítico, transiciones de fase.



Modelo aumentado: Red inhomogenea





- Grilla de 1500 x 900 (Censo USA 2010).

  Izquierda resultados groseros (color blanco al oeste sin gente!).

  Derecha: mapa resultante adicionando población.
- Media = 420.

Modelo aumentado

$$
\begin{aligned}
\dot{S}_i &= -\beta S_i Z_i \\
\dot{E}_i &= -\nu E_i \\
\dot{Z}_i &= \nu E_i - \kappa S_i Z_i \\
\dot{R}_i &= \kappa S_i Z_i \\
\dot{Z}_i &= \mu \sum_{\langle j \rangle} Z_j - \mu Z_i
\end{aligned}
$$

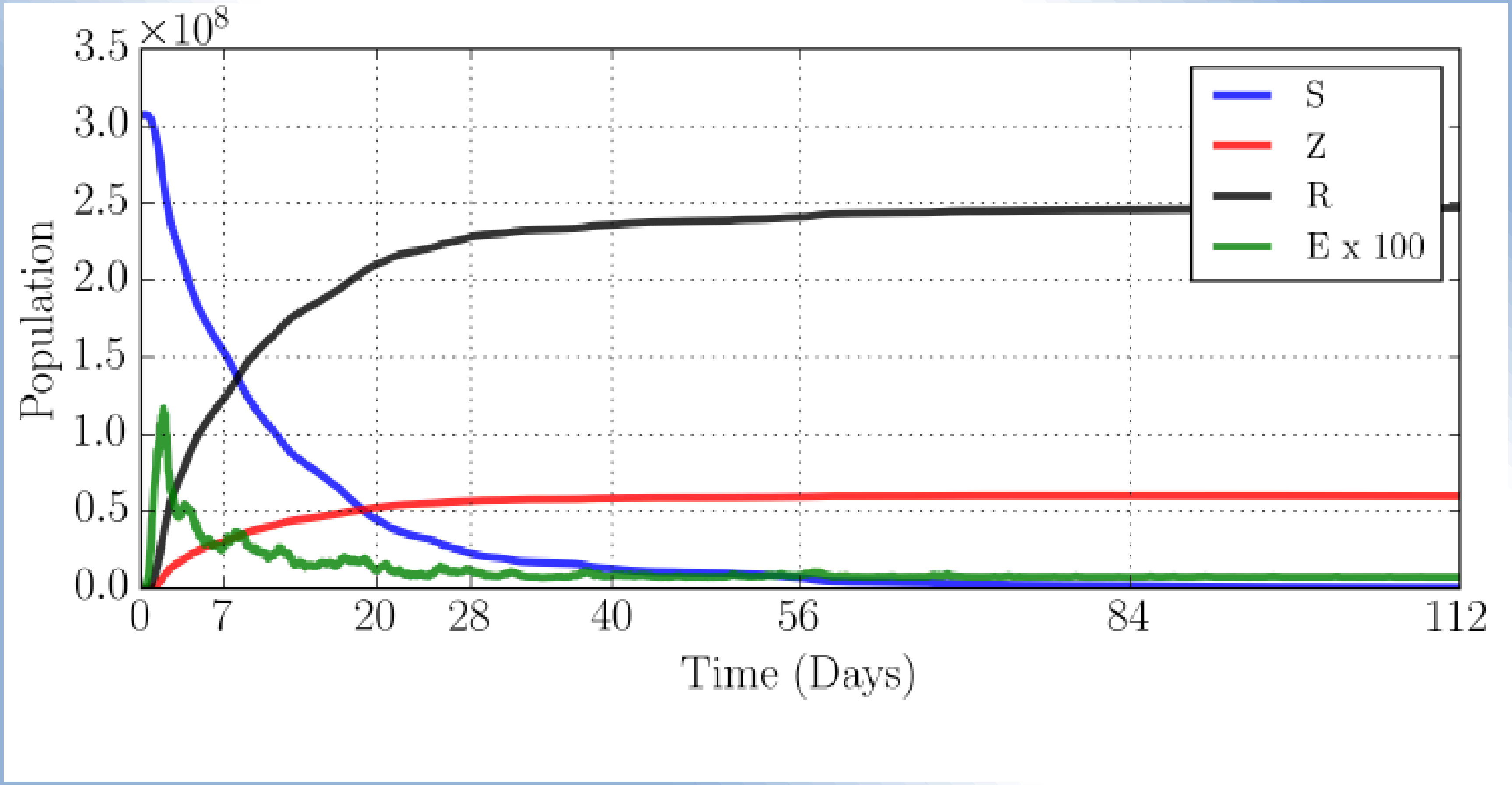
- Sin movimiento humano.
- La noche de los muertos vivientes:

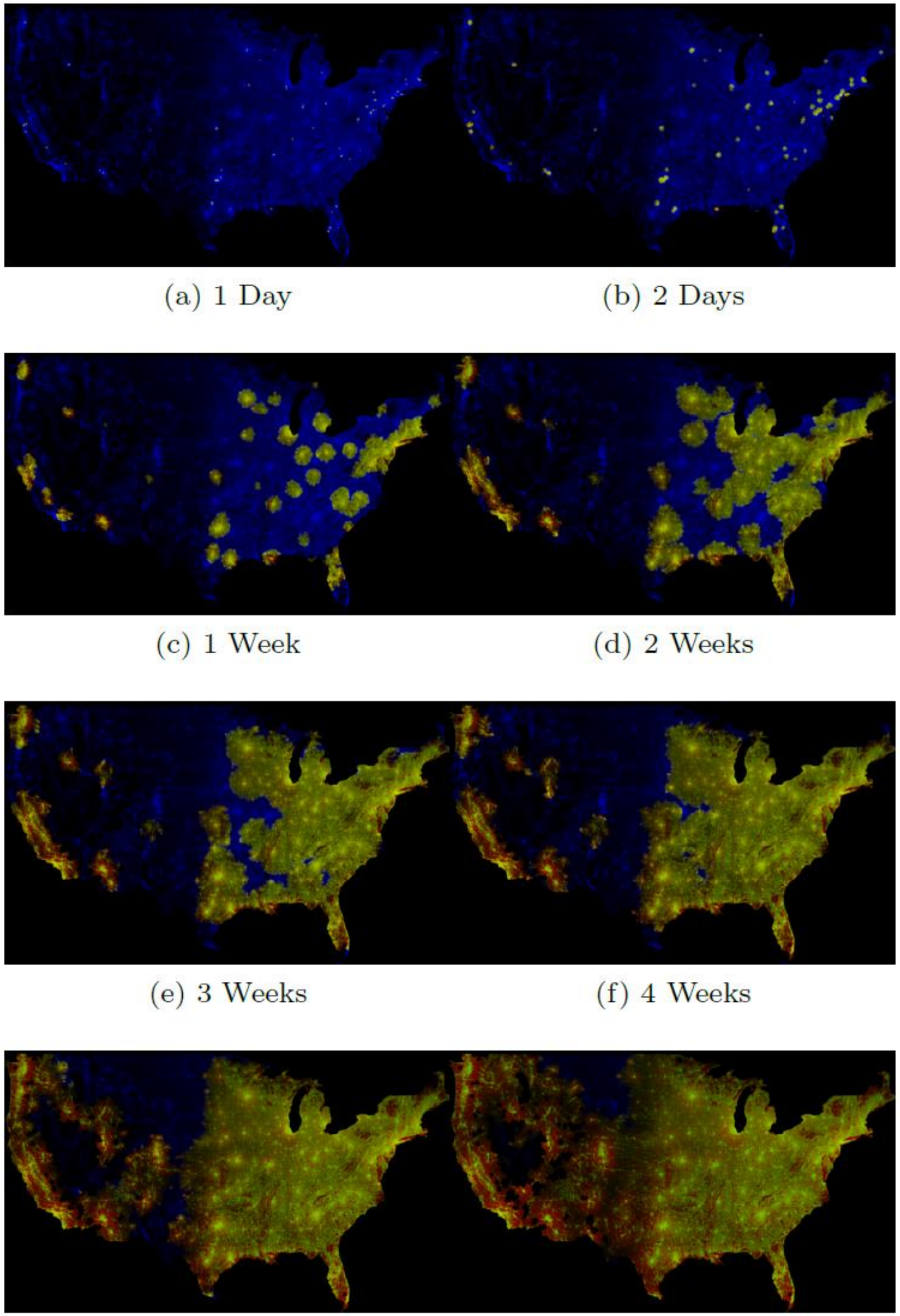
β	3.6×10^{-3} /hr/person
α	0.8
κ	$\alpha\beta$

$$
\begin{aligned}
(S_i, E_i) &\xrightarrow{\beta S_i Z_i} (S_i - 1, E_i + 1) \\
(Z_i, E_i) &\xrightarrow{\nu E_i} (Z_i + 1, E_i - 1) \\
(Z_i, R_i) &\xrightarrow{\kappa S_i Z_i} (Z_i - 1, R_i + 1) \\
\langle i\, j \rangle : (Z_i, Z_j) &\xrightarrow{\mu Z_i} (Z_i - 1, Z_j + 1)
\end{aligned}
$$

Resultados

- USA inciando con 1 expuesto en cada millón de humanos.





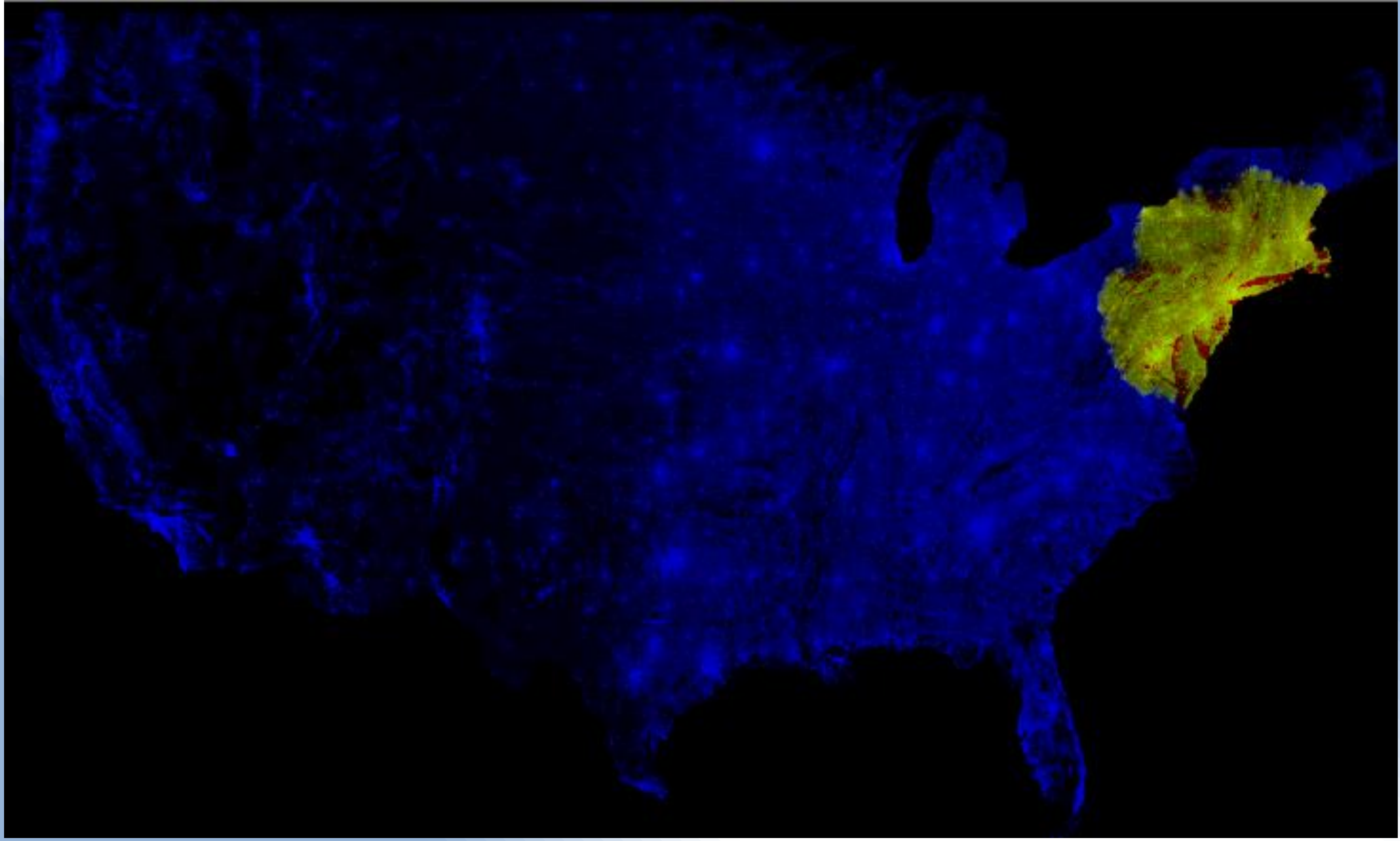
(a) 1 Day (b) 2 Days

(c) 1 Week (d) 2 Weeks

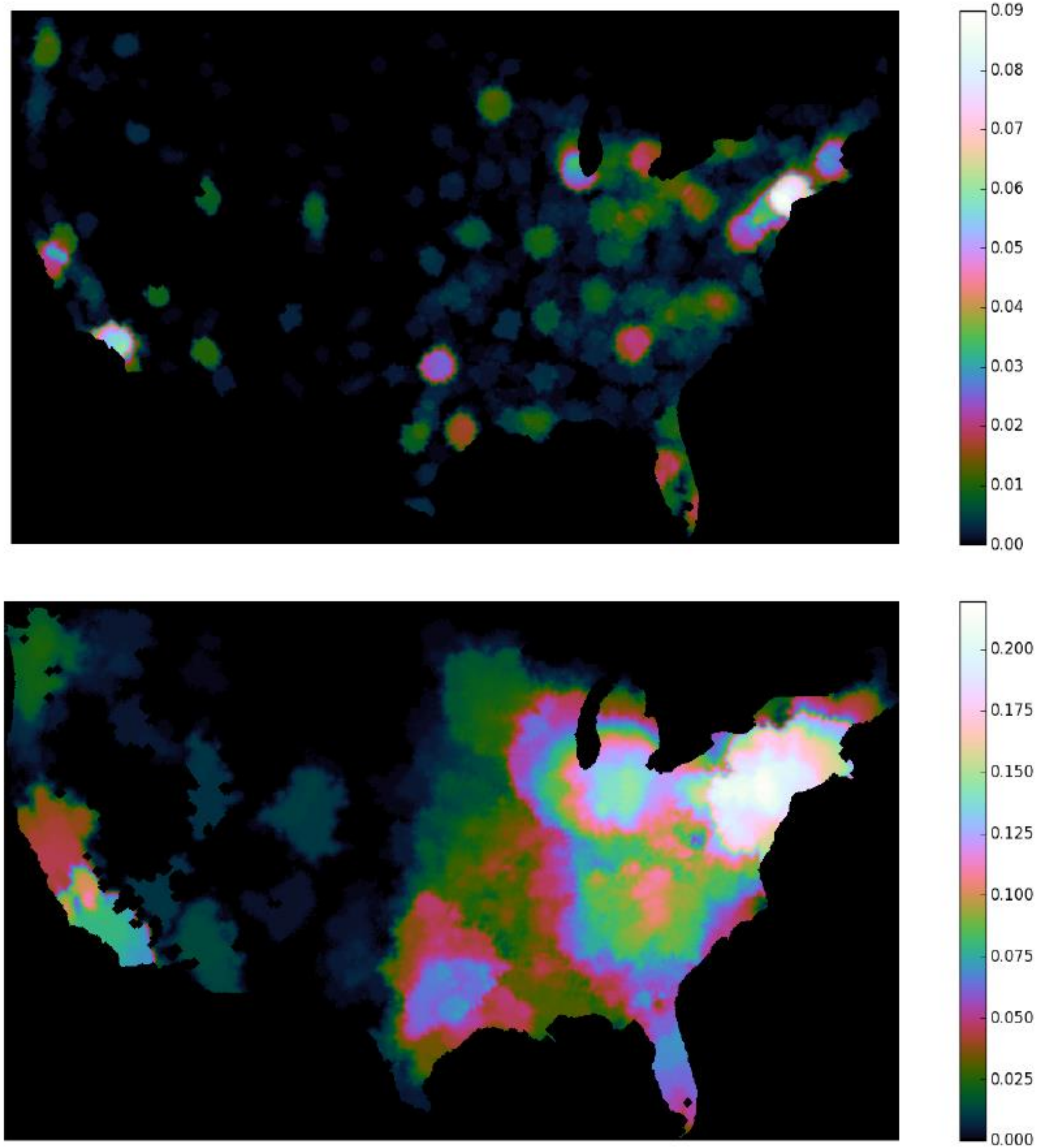
(e) 3 Weeks (f) 4 Weeks

(g) 2 Months (h) 4 Months

- Simulación de plaga zombie, empezando con 1 en cada millón de individuos al azar.
- S en azul (logarítmico)
- Z rojo
- Removidos R en verde.
- Peor lugar para encontrarse: entre zonas metropolitanas.



- 7000 simulaciones diferentes con 1 zombie. Situación a los 28 días de una inicio zombie en NYC.



- Sobrevida promedio a escala USA. Probabilidad desde 1 individuo infectado al azar. Arriba, 7 días, abajo 28 días. 7000 corridas, arriba: 1467 casos que duraron al menos 7 días, abajo 1458 casos durando 28 dias.

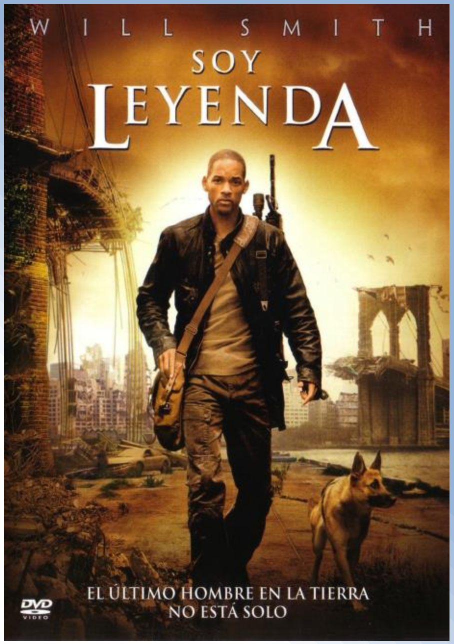
- RESULTADOS SIMULACIONES?????

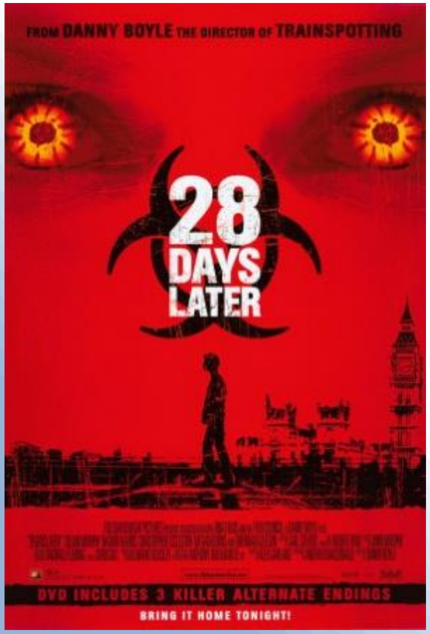
Conclusiones

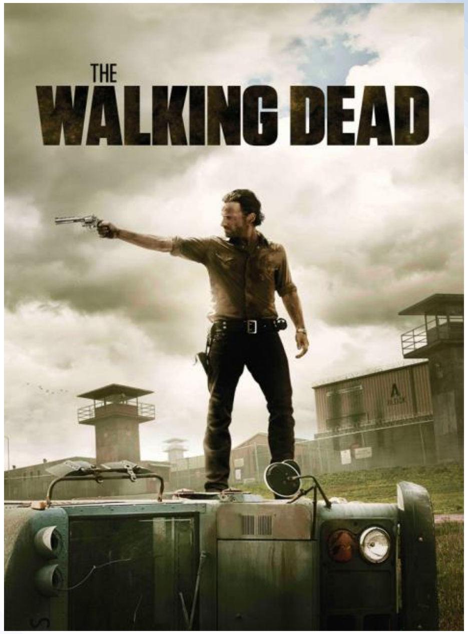
- Comparamos dos modelos de infección
- Empezamos por un modelo simple y consideramos un sistema estocástico, hasta poder estudiar una epidemia en todo un país.
- Dimos una solución analítica al sistema de ecuaciones diferenciales.
- Uno puede pensar en este fenómeno para una enfermedad infecciosa donde se requiera intervención medica. Sistemas SZR para propagación de ideas y opiniones.

Para ver:


BRAD PITT
GUERRA Z MUNDIAL


WILL SMITH
SOY LEYENDA
EL ÚLTIMO HOMBRE EN LA TIERRA
NO ESTÁ SOLO


FROM DANNY BOYLE THE DIRECTOR OF TRAINSPOTTING
28 DAYS LATER
DVD INCLUDES 3 KILLER ALTERNATE ENDINGS
BRING IT HOME TONIGHT!


THE WALKING DEAD

MUCHAS GRACIAS!

Transición Físico/Zombie: