



# Distribuciones populares en el Ajedrez

Bernd Blasius and Ralf Tönjes

Physical  
Review Letters  
Publicación:  
Noviembre de  
2009



# Introducción

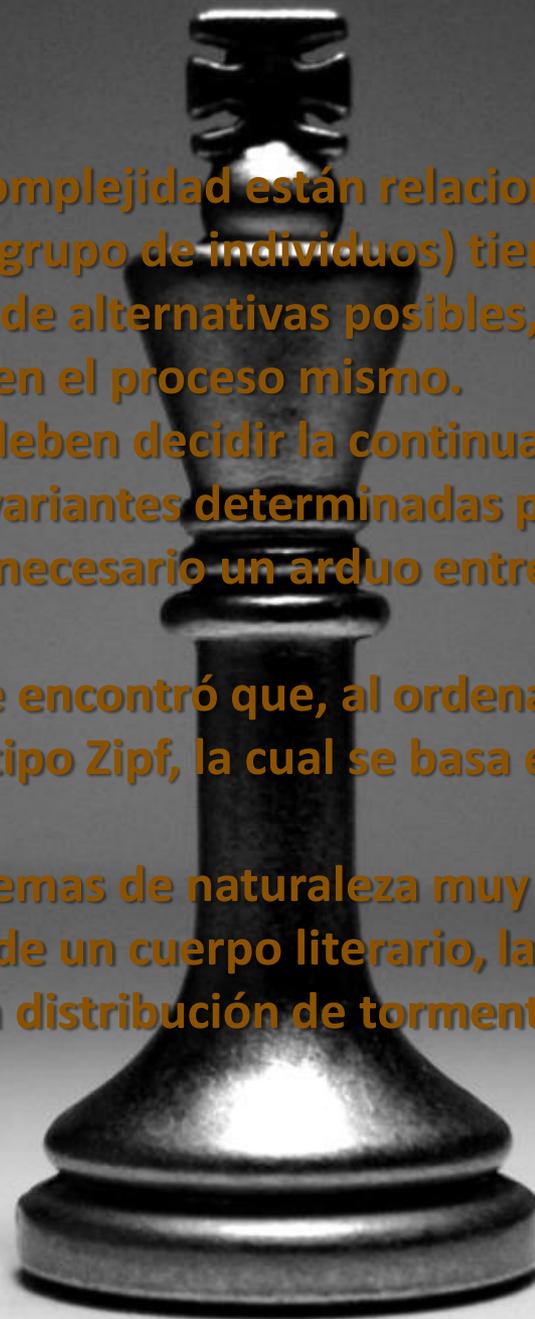


La mayoría de los sistemas con alta complejidad están relacionados con la toma de decisiones, donde un individuo (o grupo de individuos) tiene que elegir un curso acción entre una gran variedad de alternativas posibles, donde además, un gran número de factores influyen en el proceso mismo.

En un juego de mesa dos oponentes deben decidir la continuación de una partida de entre un gran número de variantes determinadas por las reglas del juego. En particular, en el ajedrez, es necesario un arduo entrenamiento para tener un buen desempeño.

Estudiando un registro de partidas se encontró que, al ordenarlas de acuerdo a su popularidad, estas siguen una ley tipo Zipf, la cual se basa en una ley de potencias.

La ley de Zipf se ha observado en sistemas de naturaleza muy diversa, incluyendo la frecuencia de palabras de un cuerpo literario, la distribución del producto bruto interno en países, y la distribución de tormentas solares por citar algunos ejemplos.



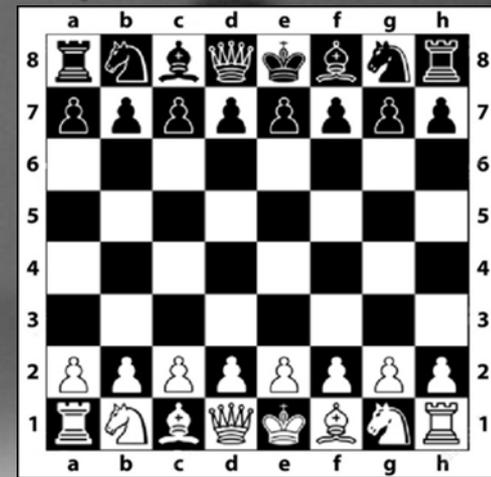
# Reglas y aspectos generales

El Ajedrez es un juego de estrategia entre dos jugadores y toma lugar en un tablero de 8x8 casilleros (ocho filas numeradas del 1 al 8, y ocho columnas, denotadas por letras de “a” a “h” ). Cada jugador comienza con 16 piezas (blancas o negras según quede determinado): un rey, una dama, dos torres, dos caballos, dos alfiles y ocho peones, cada una de las cuales se mueve de forma diferente. Las piezas son utilizadas para atacar y capturar las piezas del oponente, con el objetivo de realizar “jaque mate” al rey del oponente colocándolo situación de inminente captura.

El jugador blanco siempre mueve primero. Un jugador no puede realizar ningún movimiento el cual deje en situación de jaque a su rey; si no tiene movimientos legales posibles el juego concluye, ya sea en jaque mate o en empate (tablas).

## Movimiento de cada pieza

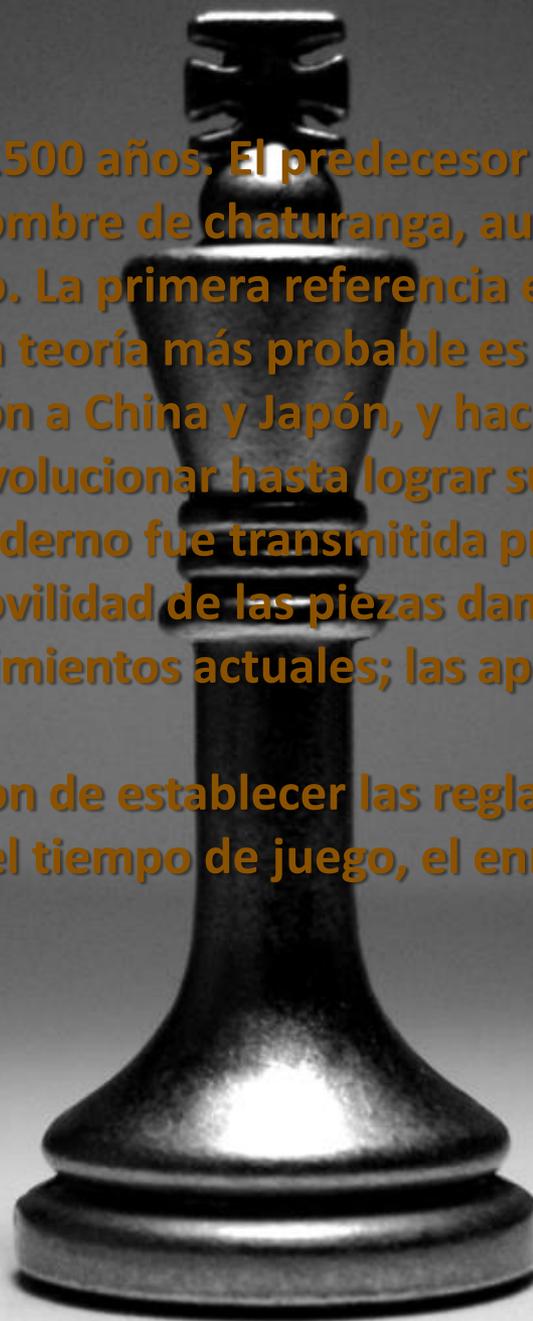
Rey “K”(enroque), dama “Q”, torre “R”, caballo “N”, alfil “B” y peón (captura al paso). \*Más la coordenada de destino de la misma. (Ejemplo Qg5). x,+.



# Historia

El ajedrez ha sido jugado por más de 1500 años. El predecesor más similar tuvo origen en el norte de la India con el nombre de chaturanga, aunque ha sido imposible determinar su origen exacto. La primera referencia escrita al juego es en un poema de finales del Siglo VI. La teoría más probable es que el chaturanga se expandiera hacia el este en dirección a China y Japón, y hacia el oeste a Persia, donde el ajedrez comienza a evolucionar hasta lograr su forma actual. Esta versión más parecida al juego moderno fue transmitida primero a España y de allí al resto de Europa, donde la movilidad de las piezas dama y alfil pasaron de moverse de a una casilla a los movimientos actuales; las aperturas eran en comparación increíblemente lentas.

Entre los Siglos XVII y XIX se terminaron de establecer las reglas que persisten en la actualidad, como la limitación del tiempo de juego, el enroque y las tablas, en la que el juego termina en empate.

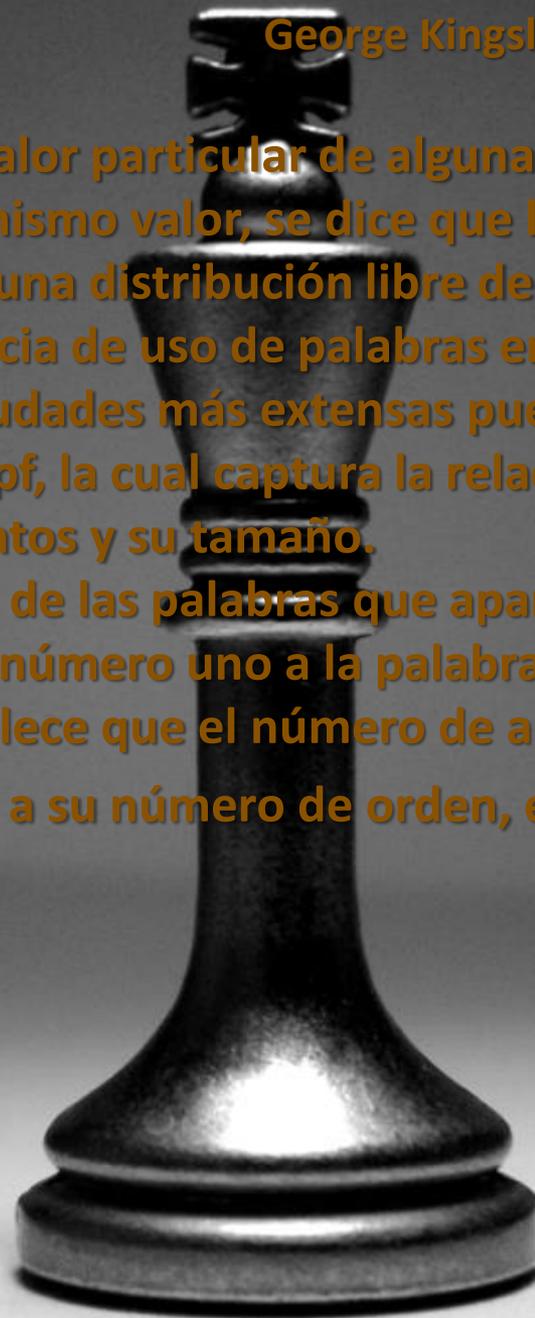


# Ley de Zipf

George Kingsley Zipf (1902-1950).

Cuando la probabilidad de medir un valor particular de alguna cantidad varía inversamente como potencia de ese mismo valor, se dice que la cantidad en cuestión sigue una ley de potencias o una distribución libre de escala, también conocida como Ley de Zipf. La frecuencia de uso de palabras en múltiples lenguas, las tormentas solares y las ciudades más extensas pueden ser descritos en términos de la Ley de Zipf, la cual captura la relación entre la frecuencia de un set de objetos o eventos y su tamaño.

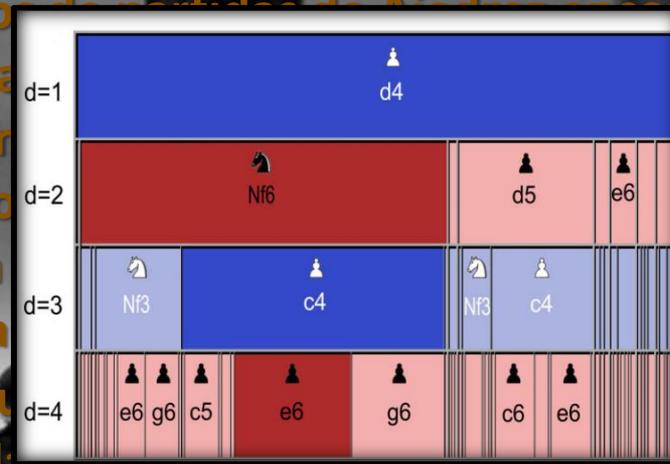
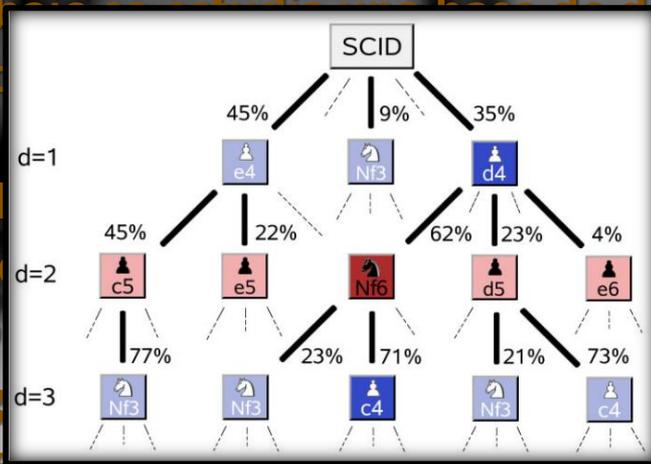
Supongamos que hacemos un ranking de las palabras que aparecen en una biblioteca de forma que asignamos el número uno a la palabra más frecuente, el dos a la segunda, etc. La ley Zipf establece que el número de apariciones de una palabra es inversamente proporcional a su número de orden, es decir  $f(n) = \frac{c}{n}$



# Ley de Zipf en el ajedrez

Las partidas de Ajedrez pueden describirse como las ramas de un árbol cuya raíz es la posición inicial del juego. Cada enlace o link de dicho árbol representa una movida permitida y cada nodo, una de las posibles posiciones. Una partida en particular puede representarse por una secuencia de nodos  $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_d$  o de manera equivalente, por una secuencia de links  $l_1, l_2, \dots, l_d$ , en el árbol. La raíz del árbol  $\sigma_0$  está presente en todas las partidas posibles. El árbol de partidas posee aproximadamente  $10^{120}$  nodos, correspondiendo a un factor de ramificación promedio igual a 30 ramas por nodo y a una longitud promedio de las partidas en 40 movidas. Sin embargo, sólo una pequeña fracción de las partidas son ejecutadas en la práctica.

En el trabajo de Zipf, estudiando los datos de las partidas de Ajedrez, encontró que la población de las partidas obedecía a la Ley de Zipf. Este hallazgo muestra que las partidas de Ajedrez son muy raras y que los jugadores de élite juegan pocas partidas. La Ley de Zipf continúa aplicándose a las partidas de Ajedrez, incluso en los procesos de toma de decisiones,  $n_{\sigma}$  denota la población con la cual es jugada la correspondiente apertura o línea de juego.

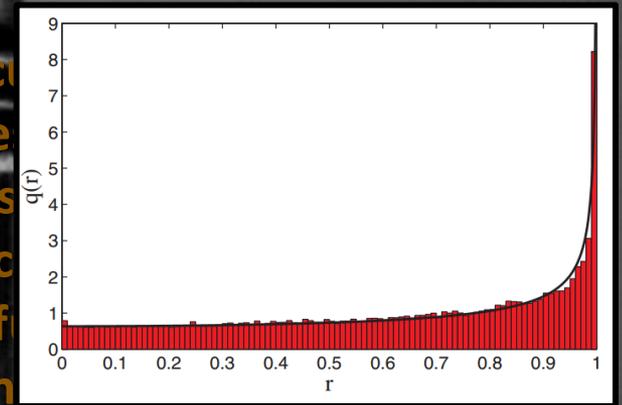


De acuerdo con Blasius and Tönjes, la fracción de partidas con popularidad  $n$  satisface una ley de potencias  $S(n) \sim n^{-\alpha}$ , con  $\alpha \sim 2$ . Al estudiar sólo las frecuencias  $S_d(n)$  correspondientes a los primeros  $d$  movimientos se encuentra este mismo comportamiento:  $S_d(n) \sim n^{-\alpha_d}$ , donde los  $\alpha_d$  pueden ser explicados mediante caminatas aleatorias multiplicativas. La propuesta de Blasius y Tönjes consiste en un modelo basado en un nº número  $n_d$  de partidas tras  $d$  movimientos que viene dado por la ecuación

$$n_d = N \prod_{i=1}^d r_i, \text{ con } N = n_0$$

Se asume que el árbol de partidas es autosimilar (secc manera que cada factor de ramificación  $r_i \in [0, 1]$  e correspondiente a una distribución de probabilidades independiente del nodo  $\sigma$  en consideración. En partic independiente del número de partidas  $N$ , y de la prof La distribución  $q(r)$  está descrita por la expresión  $n$

$q(r) = \frac{2}{\pi\sqrt{1-r^2}}$ , correspondiente a la distribución arco seno (cte.  $p/r \rightarrow 0$  y divergente para  $r \rightarrow 1$ ). Lo cual sugiere que no existe un proceso de crecimiento preferencial sino un factor relacionado con el proceso de decisión en la apertura.



A su vez el trabajo provee una derivación analítica de las distribuciones  $S(n)$  y  $S_d(n)$  partiendo de una aproximación a la distribución  $q(r)$  dada por  $q(r) = (1 + \beta)r^\beta$ ,  $r_i \in [0, 1]$ , con lo cual se determina que

$$S_d(n) = \frac{(1+\beta)^d}{N(d-1)!} \left( \log \left( \frac{N}{n} \right) \right)^{d-1} \left( \frac{N}{n} \right)^{1-\beta}$$

Utilizando una expansión logarítmica en el rango  $1 \ll n \ll N$  esta expresión exhibe un comportamiento tipo ley de potencias con exponente  $-\alpha_d$  dado por

$$\alpha_d = (1 - \beta) + \frac{1}{\log N} (d - 1)$$

de modo que  $\alpha_d$  crece linealmente con la profundidad  $d$  más una corrección logarítmica.

Una de las consecuencias de la teoría de Blasius y Tönjes es que en un proceso de  $d$  decisiones mutuamente excluyentes, la distribución de las secuencias de decisiones, o estrategias, que toman lugar  $n$  veces  $S_d(n) \sim n^{-\alpha_d}$ , pone en evidencia una transición desde exponentes  $\alpha_d \leq 2$ , donde existen unas pocas estrategias que son comunes, a exponentes elevados  $\alpha_d > 2$ , donde todas las estrategias resultan uniformemente dominantes.

El número crítico de decisiones  $d_{cr}$  para el cual ocurre la transición es calculado  $d_{cr} = 1 + (1 + \beta) \log N$ .

Para una simulación donde  $N = 1,4 \times 10^6$ , se tiene que  $d_{cr} = 15$ . Esto separa a la base en dos regímenes diferentes: en la fase inicial ( $d < d_{cr}$ ) la mayor parte de las partidas de ajedrez están distribuidas entre un pequeño número de aperturas populares, mientras que más allá de la profundidad de juego crítica, las secuencias utilizadas raramente son las dominantes, de modo que al considerarlas todas juntas comprenden la mayoría de las partidas. Es importante resaltar que este resultado es un efecto de la estadística y no indican un cambio de comportamiento de los jugadores al incrementarse la profundidad del juego.



# Conclusiones

La experiencia de un jugador se refleja en la combinación de su habilidad para calcular variaciones (búsqueda) y su habilidad para reconocer y recordar patrones significativos en el tablero. Por lo tanto el ajedrez es un juego con memoria; al menos a nivel de cada jugador.

La presencia de correlaciones de largo alcance está relacionada al nivel de los jugadores.

Sólo en las partidas entre jugadores de alto nivel puede hallarse una correlación en las distintas jugadas.





Muchas gracias.

