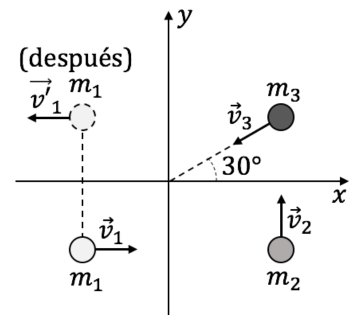
Problema 1. En un determinado instante, tres partículas se mueven como se muestra en la figura. Están sujetas únicamente a sus interacciones mutuas, de modo que no hay fuerzas exteriores. Después de un cierto tiempo, son observadas de nuevo y se encuentra que m_1 se mueve en la forma que se muestra, mientras que m_2 está en reposo.



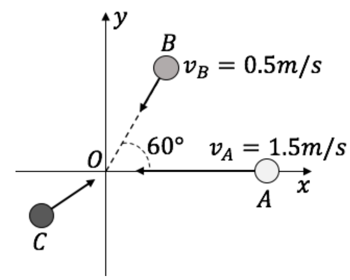
a) Halle la velocidad de m_3. Suponga que $m_1 = 2\,kg$, $m_2 = 0.5\,kg$, $m_3 = 1\,kg$, $v_1 = 1\,m/s$, $v_2 = 2\,m/s$, $v_3 = 4\,m/s$ y $v_1' = 3\,m/s$.

b) Halle la velocidad del CM del sistema en los dos instantes mencionados en el problema.

c) Dibuje una línea que muestre la trayectoria del CM del sistema sabiendo que en cierto momento las posiciones de las masas son: $\vec{r}_{m_1} = (-0.8\hat{\imath} - 1.1\hat{\jmath})\,m$, $\vec{r}_{m_2} = (0.8\hat{\imath} - 1.1\hat{\jmath})\,m$ y $\vec{r}_{m_3} = (1.4\hat{\imath} - 0.8\hat{\jmath})\,m$.

Problema 2. Defina la velocidad del centro de masa. ¿Bajo qué condiciones permanece constante dicha magnitud? Si un sistema está formado por partículas en movimiento ¿el centro de masa del sistema estará necesariamente en movimiento?

Problema 3. Las esferas A ($m_A = 0.02\,kg$), B ($m_B = 0.03\,kg$) y C ($m_C = 0.05\,kg$), se acercan al origen deslizándose sobre una mesa horizontal de aire sin fricción como se muestra en la figura. Las velocidades iniciales de A y B se indican en la figura. Al encontrarse, las tres esferas se pegan.



a) Si en el instante mostrado en la figura $\vec{r}_A = (4.5\hat{\imath})\,m$, $\vec{r}_B = (2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})\,m$ y $\vec{r}_C = (-1.5\hat{\imath} - 1.5\hat{\jmath})\,m$, determine la posición inicial del CM.

b) ¿Qué velocidad inicial tiene C si después del choque los tres objetos tienen una velocidad de $0.5\,m/s$ en la dirección x positiva?

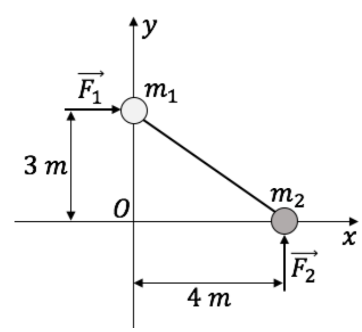
c) ¿Cuánto vale la velocidad del centro de masa antes del choque? ¿Y después?

d) Encuentre la cantidad de movimiento lineal de cada partícula antes del choque. ¿Se conservan dichas magnitudes?

e) Encuentre la cantidad de movimiento lineal inicial del CM. ¿Permanece constante?

f) Calcule el impulso recibido de la interacción por cada esfera.

Problema 4. Las masas $m_1 = 10\,kg$ y $m_2 = 6\,kg$ están unidas por una barra rígida de masa despreciable como se muestra en la figura. Estando inicialmente en reposo, se hallan bajo la acción de las fuerzas $\vec{F}_1 = (8\hat{\imath})\,N$ y $\vec{F}_2 = (6\hat{\jmath})\,N$, como se muestra.

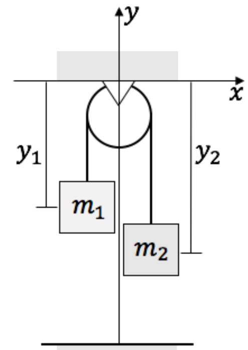


a) Determine la posición inicial del CM.

b) Determine la aceleración del mismo.

c) Determine y grafique la velocidad del CM en función del tiempo.

d) Determine la ecuación de la trayectoria del CM.



Problema 5. Las masas de la figura están inicialmente en reposo en la posición mostrada. Suponiendo que m_1 es igual a $2m_2$, y que el radio de la polea fija es R, determine:

a) La posición inicial del CM del sistema.
b) La aceleración del CM.
c) La velocidad del CM.
d) Grafique la trayectoria del CM.

Problema 6. Dos objetos se hallan en una superficie plana y sin fricción. No están conectados ni se tocan. Una fuerza $\vec{F}$ se aplica a uno de ellos y como consecuencia se mueve con aceleración $\vec{a}$. El centro de masa del sistema, ¿se mueve con una aceleración que deberá ser mayor, menor o igual que $\vec{a}$?

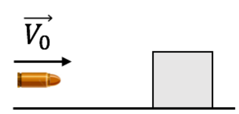
Problema 7. Dos partículas de masas $2\,kg$ y $3\,kg$ se mueven, con relación a un observador, a velocidades de $10\,m/s$ a lo largo del eje $+x$ y $8\,m/s$ en un ángulo de $120°$ con el mismo eje, respectivamente.

a) Halle la velocidad del CM.
b) Exprese la velocidad de cada partícula respecto al CM.
c) Halle la cantidad de movimiento de cada partícula en el sistema CM.
d) Halle la velocidad relativa de las partículas.
e) Determine la energía cinética total de las partículas y además el término intrínseco. Use dos métodos diferentes para el segundo cálculo.

Problema 8. Desde la superficie de la Tierra se dispara un proyectil con una velocidad inicial de $300\,m/s$ formando $30°$ con la horizontal. Cuando alcanza su altura máxima explota y se divide en 2 fragmentos de masas $m_1 = M$ y $m_2 = 3M$. Se observa que m_2 cae a $3000\,m$ del punto de lanzamiento.

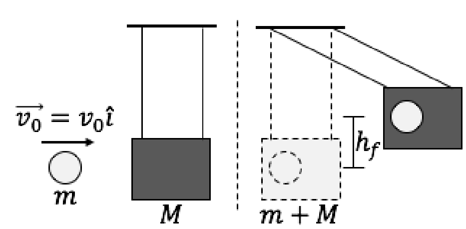
a) Realice una gráfica cualitativa de la trayectoria del CM.
b) Determine dónde cae la más liviana.

Problema 9. Un proyectil de masa $50\,g$ se mueve horizontalmente con una rapidez $V_0 = 400\,m/s$ y queda incrustado en un bloque de masa $500\,g$, que inicialmente está en reposo sobre una mesa horizontal lisa.



a) Calcule la velocidad final que tienen el bloque y la bala.
b) ¿Cuál es la energía mecánica inicial del sistema bala-bloque?
c) Indique qué porcentaje de la energía inicial pierde el sistema luego del choque.

Problema 10. Una bala de masa m y rapidez v_0 se incrusta en un péndulo de masa M inicialmente en reposo y que luego del impacto adquiere una rapidez v_d. Encuentre expresiones en función de m, M y v_0 para:

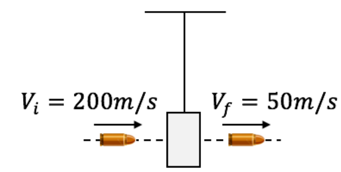


a) El vector cantidad de movimiento lineal del sistema inmediatamente después del impacto ($\vec{p}_d$) ¿Se conserva esta cantidad?
b) La rapidéz (v_d) que el bloque y la bala adquieren inmediatamente después del impacto.
c) La máxima altura (h_f) que adquiere el sistema.
d) La energía mecánica del sistema antes y después del impacto ¿Se conserva esta cantidad?

e) Encuentre una expresión que relacione v_0 y h_f.

f) Si en el laboratorio se miden los valores las masas y se realizan mediciones cambiando la velocidad inicial de la bala, obteniéndose una serie de valores de v_0 y h_f, encuentre una forma de linealizar la relación hallada en el inciso e), de forma tal de poder aplicar regresión lineal para estimar el valor de la gravedad (g).

Problema 11. Una bala de $50\,g$ que se mueve con una velocidad de módulo $V_i = 200\,m/s$ atraviesa un bloque muy delgado de $2\,kg$ suspendido de una cuerda ligera de $1\,m$ de largo. La bala se mueve con una velocidad de módulo $V_f = 50\,m/s$ al salir del bloque. Calcule:



a) La variación de la cantidad de movimiento de la bala. Suponga que la bala atraviesa al bloque cuando éste aún no se apartó de su posición de equilibrio.

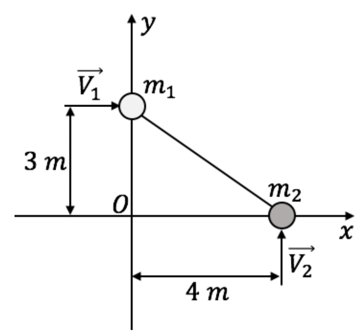
b) La velocidad del bloque después que la bala sale de él.

c) La máxima altura que alcanza el bloque.

d) El mínimo valor de V_i para que el bloque de una vuelta completa si $V_f = \frac{1}{2}V_i$.

Problema 12. Las fuerzas internas, ¿pueden modificar el movimiento del centro de masa de un sistema de partículas? ¿Y a la energía cinética del sistema? Justifique.

Problema 13. El sistema de dos partículas mostrado en la figura, está libre de interacciones exteriores, sabemos que $m_1 = 4\,kg$, $m_2 = 6\,kg$, $V_1 = 2\,m/s$ y $V_2 = 3\,m/s$.



a) Determine el momento angular total del sistema respecto a O y relativo al CM, y verifique la relación entre ambos valores.

b) Determine la energía cinética total y el correspondiente término intrínseco. Verifique la relación entre ambos valores.

c) Determine y grafique en el esquema la posición inicial y velocidad del CM del sistema.

Si ahora se une a las partículas mediante resorte elástico de constante $100\,N/m$, inicialmente sin estirar.

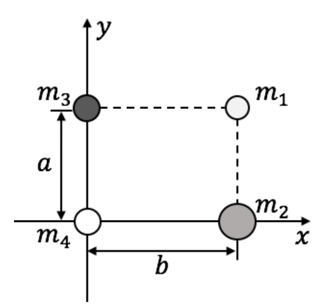
d) ¿Cómo afectará esto al CM del sistema?

e) ¿Cuál es la energía interna total del sistema?

f) En cierto instante, el resorte está comprimido en $4\,cm$. Determine la energía cinética intrínseca y la energía potencial del sistema en dicho instante.

g) Determine la máxima compresión del resorte.

Problema 14. Cuatro partículas de masas $m_1 = 100\,g$, $m_2 = 200\,g$ y $m_3 = m_4 = 150\,g$ inicialmente se encuentran ubicadas como muestra la figura, siendo $a = 40\,cm$ y $b = 50\,cm$. Cada una tiene una velocidad $\vec{v}_0 = (3\hat{\jmath})\,m/s$ cuando sobre las partículas m_1 y m_2 se aplican fuerzas constantes, $\vec{F}_1 = (0.8\hat{\imath} + 0.8\hat{\jmath})\,N$ y $\vec{F}_2 = (0.5\hat{\jmath})\,N$, respectivamente.



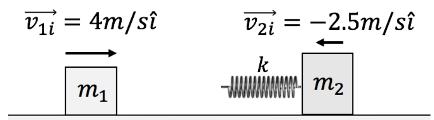
a) Calcule la velocidad y aceleración del centro de masa en función del tiempo.

b) Determine la cantidad de movimiento, $\vec{p}$, y la velocidad del centro de masa del sistema, $\vec{v}_{CM}$, en $t = 2\,s$.

c) Calcule la energía cinética total y la energía cinética intrínseca del sistema en $t = 2\,s$.

d) Calcule el momento angular total respecto del origen del sistema de referencia y el momento angular intrínseco en el instante inicial.

Problema 15. En el sistema libre de rozamiento que se muestra en la figura dos bloques se mueven en el sentido mostrado, siendo $m_1 = 1.6\,kg$, $m_2 = 2.1\,kg$ y $k = 600\,N/m$. Calcule:



a) La velocidad del CM en el instante representado. ¿Es constante esa magnitud?

b) La energía interna “U” del sistema y el término orbital de la energía cinética en el instante mostrado. ¿Es constante esta última magnitud? Justifique.

c) La cantidad de movimiento del sistema.

d) ¿Puede considerar a la interacción como un choque elástico?

e) La compresión máxima del resorte.

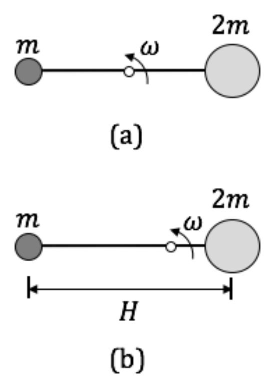
f) Las velocidades de ambos cuerpos cuando el resorte recupera su longitud original.

Problema 16. Dado el teorema de las fuerzas vivas para un sistema de partículas:

$$\int \left(\sum_i \vec{F}_i\right) \cdot d\vec{r}_C + \sum_i \int \left(\vec{F}_i + \vec{f}_i\right) \cdot d\vec{r}_{i/C} = \Delta\left(\frac{1}{2}mv_C^2\right) + \Delta\left(\sum_i \frac{1}{2}mv_{i/C}^2\right)$$

donde C hace referencia al centro de masa del sistema e i es un índice que cuenta sobre cada partícula que conforma al sistema. Separe la ecuación anterior en dos ecuaciones y explique el significado de cada término en forma muy breve.

Problema 17. La figura muestra dos sistemas (a) y (b) formados por cuerpos de masa m y $2m$ unidos mediante una varilla rígida de masa despreciable y longitud H. Suponiendo que ambos sistemas giran en un plano horizontal con una velocidad ω constante alrededor del eje que en el sistema (a) pasa por el centro de la varilla y en el sistema (b) pasa por el CM.



a) Obtenga expresiones para la resultante de las fuerzas exteriores a que está sometido cada sistema.

b) Obtenga expresiones para el término orbital e intrínseco de la energía cinética de cada sistema y compare la energía cinética de ambos.

c) Obtenga expresiones para la componente orbital e intrínseca del vector momento angular de cada uno de los sistemas respecto del punto que permanece fijo a Tierra.

Algunas respuestas

1) a) $(4.32\,\hat{i}–1\,\hat{j})\,m/s$, b) $(-0.417\,\hat{i}–0.286\,\hat{j})\,m/s$

3) a) $\vec{r}_{CM} = (0.75\,\hat{i} + 0.45\,\hat{j})\,m$, b) $\vec{v}_C = (1.75\,\hat{i} + 0.26\,\hat{j})\,m/s$, c) $\vec{v}_{CM} = 0.5\,\hat{i}\,m/s$
d) $\vec{p}_{Ai} = -0.03\,\hat{i}\,kg\,m/s$, $\vec{p}_{Bi} = (-7.5\,\hat{i} - 13\,\hat{j}) \times 10^{-3}\,kg\,m/s$, $\vec{p}_{Ci} = (9\,\hat{i} + 13\,\hat{j}) \times 10^{-3}\,kg\,m/s$
e) $\vec{p}_{CM} = 0.05\,\hat{i}\,kg\,m/s$
f) $\vec{I}_A = (0.04\,\hat{i})\,N/s$, $\vec{I}_B = (2.25\,\hat{i} + 1.3\,\hat{j}) \times 10^{-2}\,kg\,m/s$, $\vec{I}_C = (-6.3\,\hat{i} - 1.3\,\hat{j}) \times 10^{-2}\,kg\,m/s$

4) a) $\vec{r}_{CMi} = (\frac{3}{2}\,\hat{i} + \frac{15}{8}\,\hat{j})\,m$, b) $\vec{a}_{CM} = (\frac{1}{2}\,\hat{i} + \frac{3}{8}\,\hat{j})\,m/s^2$, c) $\vec{v}_{CM} = \frac{1}{2}t\,\hat{i} + \frac{3}{8}t\,\hat{j}$, d) $y_C = \frac{3}{4}(1 + x_C)$

5) a) $\vec{r}_{CMi} = -\frac{R}{3}\,\hat{i} - \frac{(2y_1+y_2)}{3}\,\hat{j}$, b) $\vec{a}_{CM} = -\frac{g}{9}\,\hat{j}$, c) $\vec{v}_{CM} = -\frac{g}{9}t\,\hat{j}$

7) a) $\vec{v}_{CM} = (1.6\,\hat{i} + 4.16\,\hat{j})\,m/s$
b) $\vec{v}_{1/C} = (8.4\,\hat{i} - 4.16\,\hat{j})\,m/s$, $\vec{v}_{2/C} = (-5.6\,\hat{i} + 2.77\,\hat{j})\,m/s$
c) $\vec{p}_{1/C} = (16.8\,\hat{i}–8.30\,\hat{j})\,kg\,m/s$, $\vec{p}_{2/C} = (-16.8\,\hat{i} + 8.30\,\hat{j})\,kg\,m/s$
d) $\vec{v}_{1/2} = (14.00\,\hat{i}–6.93\,\hat{j})\,m/s$, e) $T = 196\,J$, $T' = 146.3\,J$

8) b) $22812\,m$

9) a) $36.4\,m/s$, b) $4000\,J$, c) $91\,\%$

11) a) $-7.5\,\hat{i}\,kg\,m/s$, b) $3.75\,\hat{i}\,m/s$, c) $0.72\,m$, d) $V_{i_{min}} = 560\,m/s$

13) a) $\vec{L}_O = 48\,\hat{k}\,kg\,m^2/s$, $\vec{L}_{CM} = 14.4\,\hat{k}\,kg\,m^2/s$, b) $T = 35\,J$, $T' = 15.6\,J$,
e) $U = 15.6\,J$, f) $T' = 15.52\,J$, $\Phi = 0.08\,J$, g) $0.56\,m$

14) a) $\vec{v}_{CM} = [(1.33t)\,\hat{i} + (3 + 2.17t)\,\hat{j}]\,m/s$, $\vec{a}_{CM} = (1.33\,\hat{i} + 2.17\hat{j})\,m/s^2$
b) $\vec{p}_{total} = (1.6\,\hat{i} + 4.4\,\hat{j})\,kg\,m/s$, $\vec{v}_{CM} = (2.66\,\hat{i} + 7.33\,\hat{j})\,m/s$
c) $T = 38.6\,J$, $T' = 20.36\,J$
d) $\vec{L}_O = 0.45\,\hat{k}\,kg\,m^2/s$, $L' = 0$

15) a) $\vec{v}_{CM} = 0.31\,m/s\,\hat{i}$, b) $U = 19.18\,J$, $T_{or} = 0.18\,J$ c) $\vec{p} = 1.15\,kg\,m/s\,\hat{i}$, e) $0.25\,m$,
f) $\vec{v}_{f_1} = -3.38\,m/s\,\hat{i}$, $\vec{v}_{f_2} = 3.12\,m/s\,\hat{i}$

17)
- Caso A
  a) $\frac{m\omega^2 H}{2}$
  b) $T_{or} = \frac{m\omega^2 H^2}{24}$, $T' = \frac{m\omega^2 H^2}{3}$
  c) $\vec{L}_{or} = \frac{m\omega H^2}{12}\,\hat{k}$, $\vec{L}' = \frac{2m\omega H^2}{3}\,\hat{k}$
- Caso B
  a) 0
  b) $T_{or} = 0$, $T' = \frac{m\omega^2 H^2}{3}$
  c) $\vec{L}_{or} = 0$, $\vec{L}' = \frac{2m\omega H^2}{3}\,\hat{k}$