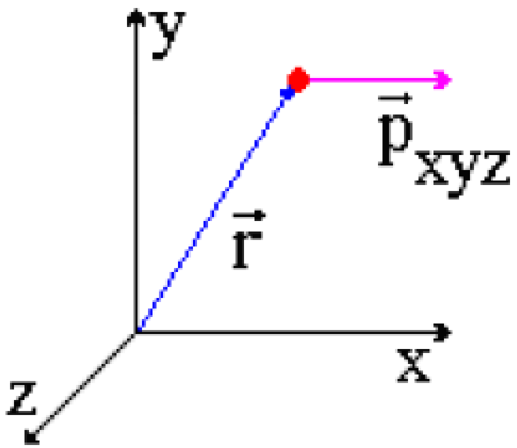
Cantidad de movimiento



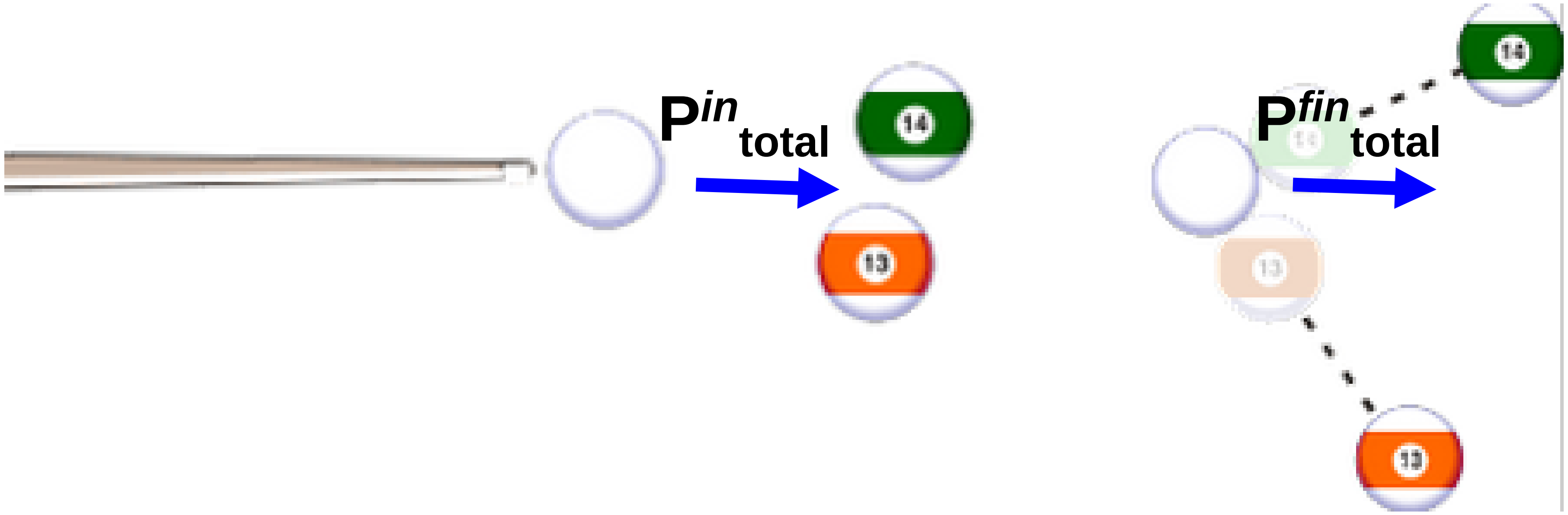
$$\boxed{\vec{p}_{xyz} = m\vec{v}_{xyz}}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Resultante de las fuerzas

Repaso

En un sistema aislado $\mathbf{P}_{\mathbf{total}}$ = cte



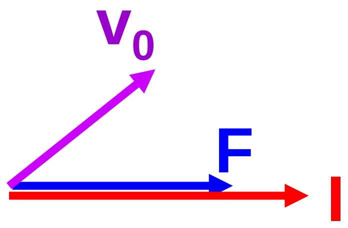
Repaso

Impulso de la resultante

$$\boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{F}\, dt = \Delta\vec{p}}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \textbf{i)}\ \ I_x = m\,(v_{2x} - v_{1x}) \\ \\ \textbf{j)}\ \ I_y = m\,(v_{2y} - v_{1y}) \end{array}\right.$$

ejemplo



i) $I_x \neq 0$ *cambia* v_x

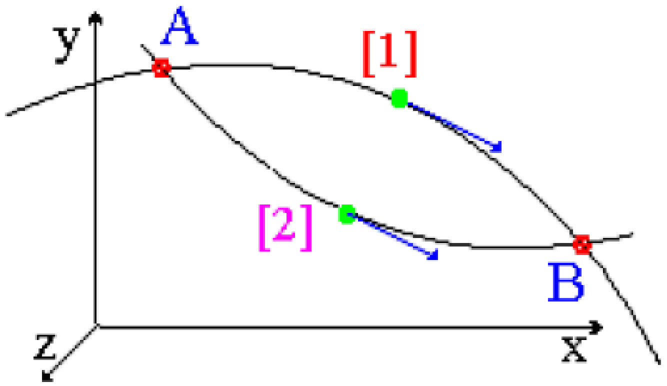
j) $I_y = 0 \longrightarrow v_{fy} = v_{iy}$

Sobre cantidad de movimiento e impulso →problemas 1 al 7 de la guía de energía

Trabajo mecánico

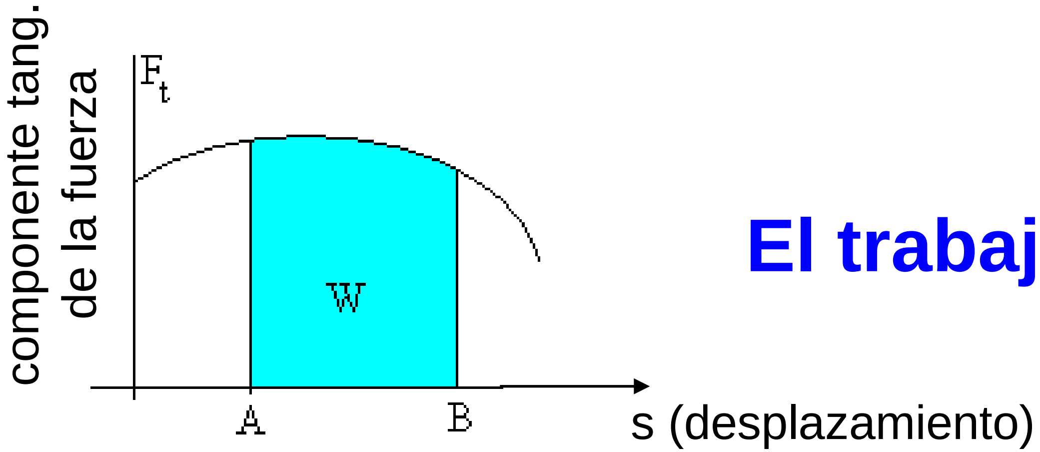
$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$W_{A,B} = \int_A^B \underbrace{F\cos\alpha}_{F_t}\; ds$$



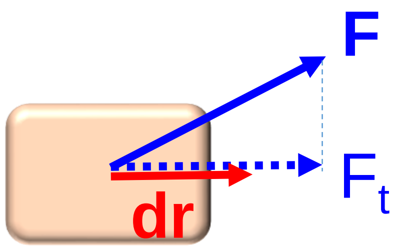
$$\int_A^B F\cos\alpha\; ds_1 \neq \int_A^B F\cos\alpha\; ds_2$$

El trabajo depende de la trayectoria

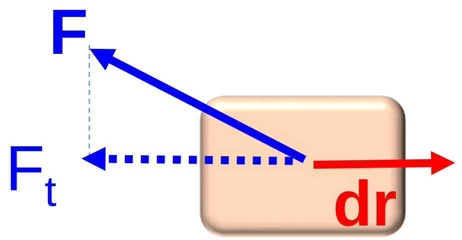


El trabajo es el área debajo de la curva

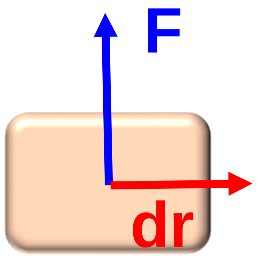
El trabajo es un <u>escalar</u> que puede ser positivo o negativo



W_F (+) F_t mismo sentido que **dr**



W_F (-) F_t distinto sentido que **dr**

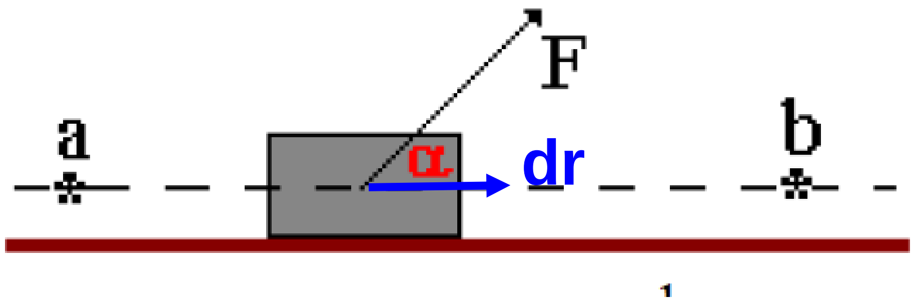


$W_F = 0$ **F** $\perp$ **dr**

unidades de trabajo $\rightarrow$ Nm=J

Ejemplo 1:

Considere el caso muy particular de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una trayectoria recta sometido a una fuerza cuyo módulo y dirección permanece constante



$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$W_{A,B} = \int_A^B F\cos\alpha \; ds$$

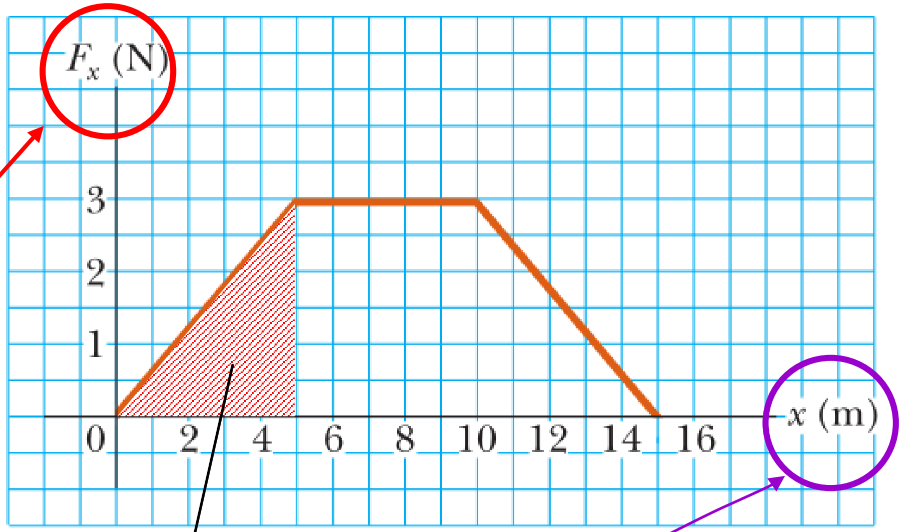
$$W_{ab} = F\cos\alpha \int_a^b ds$$

$$W_{ab} = FD\cos\alpha$$

Ejemplo 2:

Una partícula está sometida a la acción de una fuerza en el eje x que varía con la posición como se muestra en la figura. Hallar el trabajo hecho por la fuerza cuando la partícula se mueve a) desde x= 0 hasta x = 5 m y b) desde x= 0 hasta x = 15 m

El trabajo es el área debajo de la curva de la componente tangencial de la fuerza vs desplazamiento



$W_{0\rightarrow 5\ m}$

Ejemplo 3:

Un cuerpo de masa m se deja caer por un plano inclinado con rozamiento, hallar el trabajo total

Rta. $W_{TOTAL} = mgH - \mu_d mg \cos\alpha \, D$

trabajo que realizan TODAS las fuerzas al ir desde A hasta B:

$$W = \frac{1}{2} m v_{B/xyz}^2 - \frac{1}{2} m v_{A/xyz}^2$$

$$\boxed{T = \frac{1}{2} m v^2}$$

Energía cinética

- **Escalar**
- **Nm = J**
- **Siempre +**
- **Medida en un SRI**

$$\boxed{W_{AB} = \Delta T = T_B - T_A}$$

Teorema de las Fuerzas Vivas

El trabajo efectuado por todas las fuerzas que se ejercen sobre una partícula cuando se desplaza de A a B es igual a la correspondiente variación en la energía cinética

Si expresamos la fuerza en componentes cartesianas

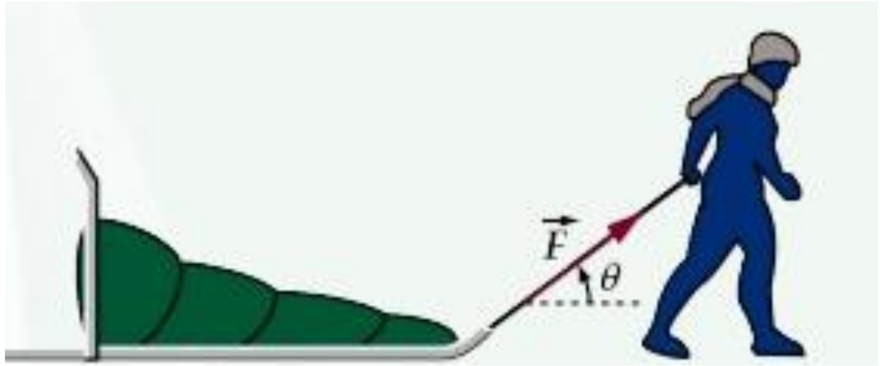
$$\vec{F}(\vec{r}) = F_x(xyz)\vec{i} + F_y(xyz)\vec{j} + F_z(xyz)\vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

$$W_{A,B} = \int_A^B F_x(xyz)dx + F_y(xyz)dy + F_z(xyz)dz$$

Ejemplo 4:

Una persona tira de un trineo de 80 Kg de masa con una cuerda cuya fuerza es de 180 N y que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Determinar la velocidad del trineo después de recorrer 5 m.



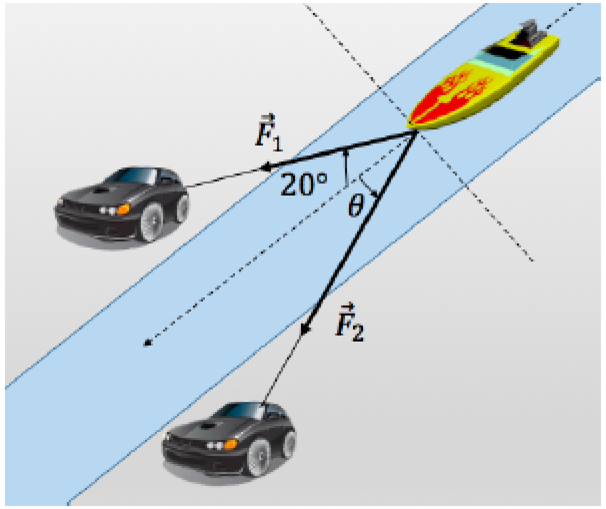
Con lo visto hasta acá pueden hacer los problemas 8, 9 y 10

Problema 8. Dos automóviles, uno a cada lado de un río, tiran una lancha de 10 toneladas, a velocidad constante, una distancia de 10 km. Uno de ellos ejerce una fuerza F_1 de 300 N, formando un ángulo de 20° con respecto a la dirección del río, y el otro ejerce una fuerza $\vec{F_2}$ de 500 N. Calcule:

a) El ángulo θ formado entre la fuerza $\vec{F_2}$ y la dirección de avance.

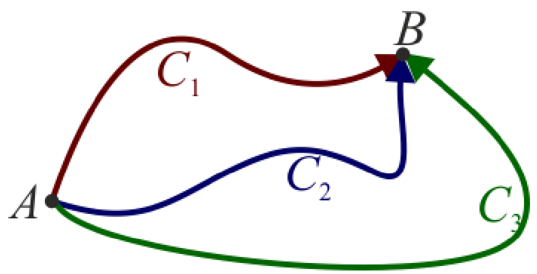
b) El trabajo efectuado por cada automóvil durante todo el trayecto.

c) El trabajo de la fricción entre la lancha y el agua, para la misma distancia.



La aclerarcion es 0

Entonces la F_{neta}?



Fuerzas conservativas

el trabajo entre dos puntos es independiente del camino

$$W_{AB,C1} = W_{AB,C2} = W_{AB,C3}$$

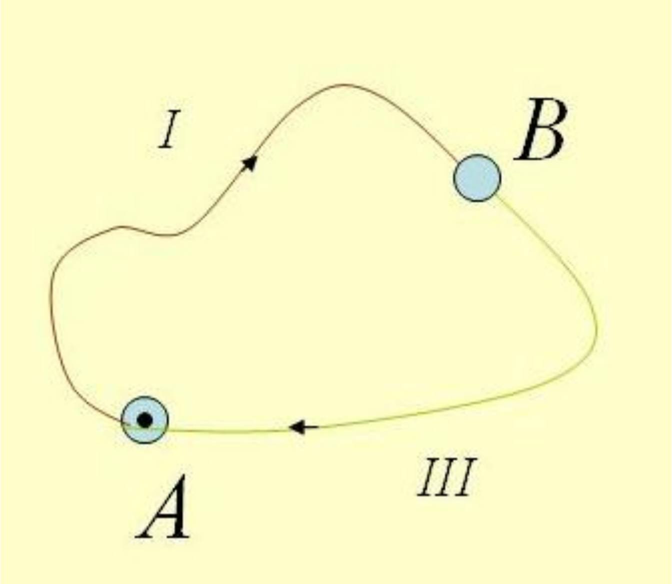
Una fuerzas es <u>Conservativa</u> cuando el trabajo mecánico realizado por dicha fuerza es independiente de la trayectoria a lo largo de la que se lo calcula y puede ser expresado como la diferencia, cambiada de signo, de una función escalar de las coordenadas de los puntos extremos (función energía potencial)

$$\int_a^b \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -\left[\Phi\,(\vec{r}_b) - \Phi\,(\vec{r}_a)\right]$$

$\Phi = \Phi\,(\vec{r})$ **función energía potencial**

- **función escalar**
- **depende solo de la posición**
- **y de la naturaleza de la fuerza**

Entonces el trabajo realizado por una fuerza conservativa a lo largo de una trayectoria cerrada es nulo



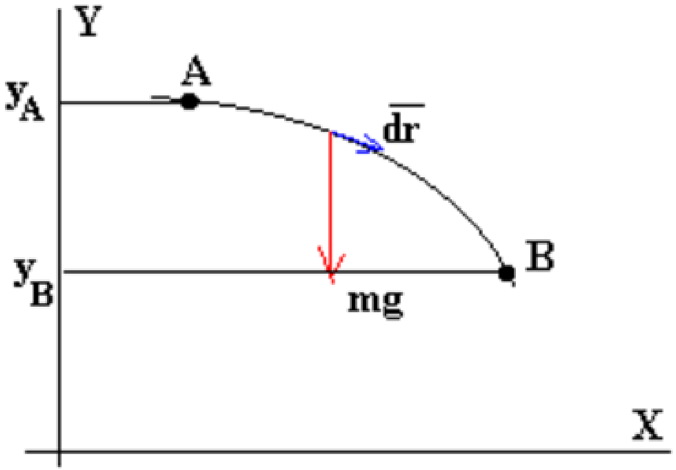
trayectoria cerrada $A \rightarrow B \rightarrow A$

$$W_{AB} + W_{BA} = 0$$

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

Ejemplos de fuerzas conservativas: **fuerza gravitatoria, fuerza elástica**

Energía potencial gravitatoria (corto alcance)



$$W_{AB} = \int_A^B \mathbf{F_g} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B -\mathrm{mg}\,\mathbf{j} \cdot (dx\,\mathbf{i} + dy\,\mathbf{j})$$

$$W_{AB} = \int_{y_A}^{y_B} -\mathrm{mg}\ dy = -[mgy_B - mgy_A]$$

Comparo con el caso general

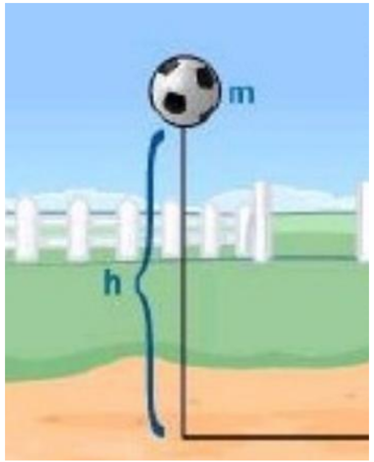
$$\int_a^b \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -\left[\Phi\,(\vec{r}_b) - \Phi\,(\vec{r}_a)\right]$$

$$\Phi_{gc}(r) = mgy + cte \qquad \boxed{\Phi_{gc}(r) = mgy}$$

ϕ no está unívocamente definida

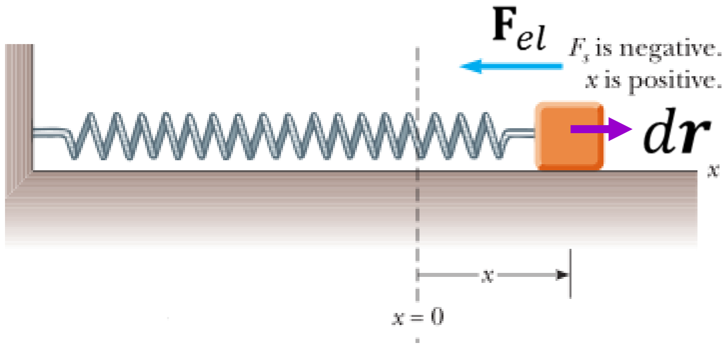
hay una constante arbitraria

*lo que tiene sentido físico es **la diferencia** de energía potencial*



Cuando una partícula **sube gana energía potencial** gravitatoria

Energía potencial elástica



$$\mathbf{F}_{el} = -kx\ \mathbf{i}$$

$$d\boldsymbol{r} = dx\ \mathbf{i}$$

$$W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} -kx\,dx = -\frac{1}{2}k[x_B^2 - x_A^2]$$

$$\varphi_{el} = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

tomando la ϕ=0 cuando el resorte está sin deformar

$$\boxed{\varphi_{el} = \frac{1}{2}kx^2}$$

deformación

Energía potencial gravitatoria (largo alcance)

Comparo con el caso general

$$\int_a^b \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = -\left[\Phi(\vec{r}_b) - \Phi(\vec{r}_a)\right]$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{mM}{r^2}\vec{e}_r \qquad d\vec{r} = dr\,\vec{e}_r + r d\theta\,\vec{e}_\theta$$

$$W = -\int_{r_A}^{r_B} G\frac{mM}{r^2}dr \qquad W = -GmM\left[\left(-\frac{1}{r_B}\right) - \left(-\frac{1}{r_A}\right)\right]$$

$$\Phi_g(r) = -G\frac{mM}{r} + cte \qquad \boxed{\Phi_g(r) = -G\frac{mM}{r}}$$

Se acostumbra tomar nula a la energía potencial gravitatoria cuando $r \rightarrow \infty$

ENERGÍA MECÁNICA

$$\int_A^B \left(\vec{F}_C + \vec{F}_{NC}\right) \cdot d\vec{r} = T_B - T_A$$

trabajo que realizan todas las de las fuerzas (TFV)

$$\int_A^B \vec{F}_C \cdot d\vec{r} + \int_A^B \vec{F}_{NC} \cdot d\vec{r} = T_B - T_A$$

$$W_C^{AB} + W_{NC}^{AB} = T_B - T_A \qquad W_C^{AB} = -(\phi_B - \phi_A)$$

$$-(\phi_B - \phi_A) + W_{NC}^{AB} = T_B - T_A \qquad W_{NC}^{AB} = (T_B + \phi_B) - (T_A + \phi_A)$$

$$\boxed{E = T + \phi}$$

Energía mecánica del sistema

$$\boxed{W_{NC}^{AB} = E_B - E_A}$$

$$\boxed{W_{NC}^{AB} = E_B - E_A}$$

$$\boxed{E = T + \Phi}$$

los cambios observados en la energía mecánica de un sistema se deben al trabajo mecánico que realizan las fuerzas no conservativas a que esta sometido

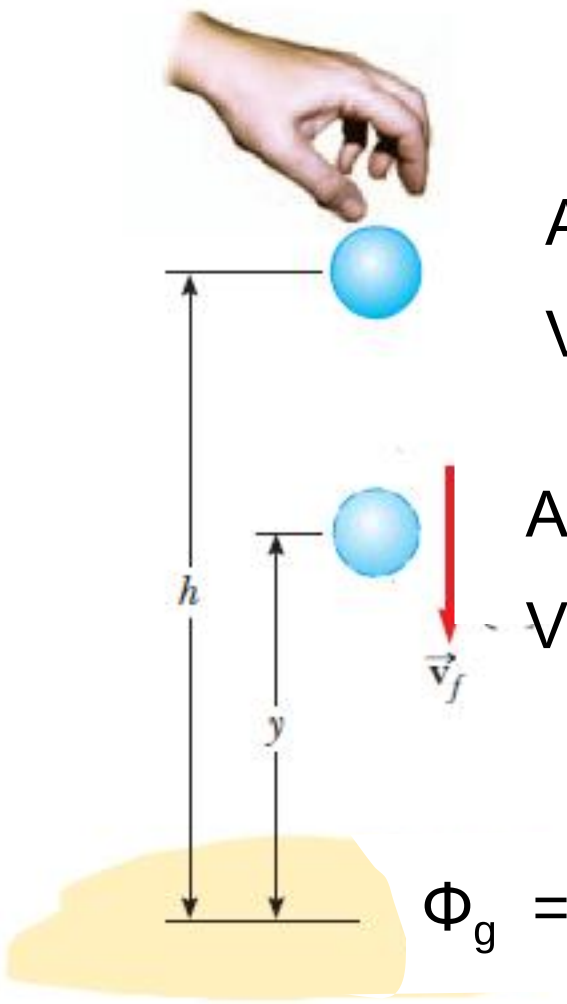
Teorema de conservación de la energía mecánica: si el trabajo realizado por la resultante de las fuerzas no conservativas es nulo o bien si la totalidad de las fuerzas actuantes son conservativas, entonces la energía mecánica del sistema permanecerá constante e igual al valor que tenía en el instante inicial

$$\boxed{E = E_o}$$

Un cuerpo de masa m se deja caer desde una altura h del piso. Ignorar la resistencia del aire

Única fuerza presente: mg → conservativa

Sistema conservativo E = cte



Altura h → $\Phi_g = mgh$

Velocidad 0 → $T = 0$

$E_i = mgh$

Cuando desciende

- ↓ y → ↓ Φ_g
- ↑ v → ↑ T

Altura y → $\Phi_g = mgy$

Velocidad v → $T = ½mv^2$

$E_f = mgy+½mv^2$

$E_i = E_f$

$mgh = mgy+½mv^2$

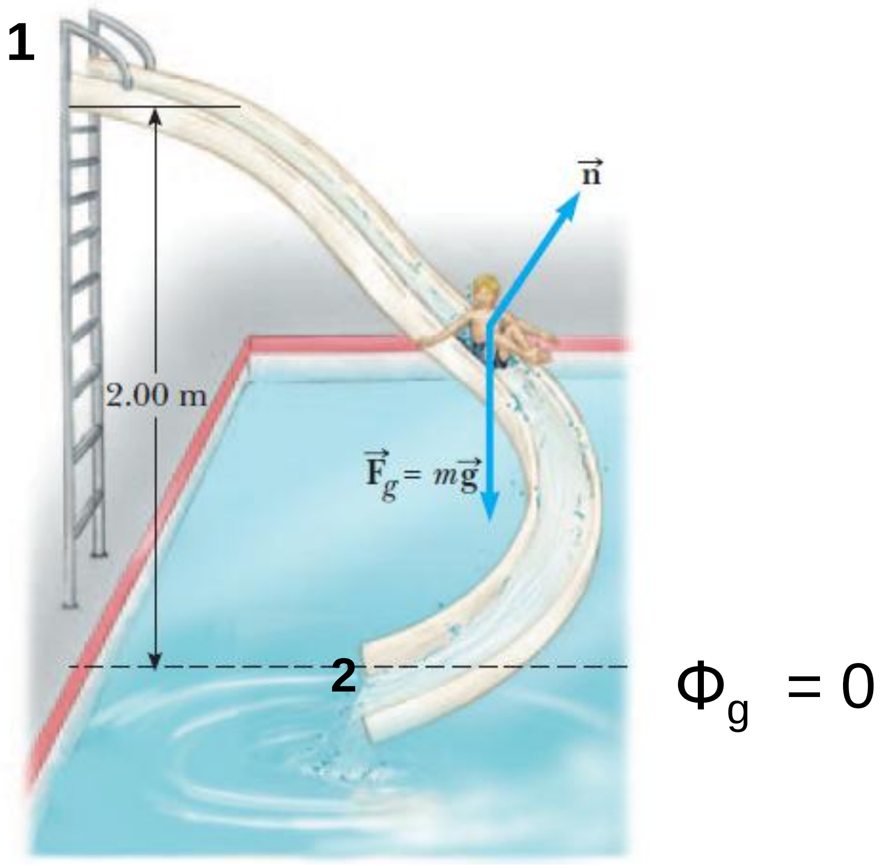
$\Phi_g = 0$, lo elijo en el piso

❖ La energía potencial solo tiene sentido cuando se establece un nivel de referencia

❖ El nivel de referencia es arbitrario

Ejemplo 5:

Un niño de masa m se tira por un tobogán curvado e irregular desde una altura h de 2 m. El niño comienza desde el reposo en la parte mas alta. Determinar la velocidad del niño cuando llega a la base del tobogán (ignorar la fricción)



Ejemplo 6:

Se empuja un bloque de 2 kg contra un resorte con k = 500 N/m. Después de comprimirlo 20 cm el resorte se suelta y proyecta al bloque primero por una superficie lisa y luego por un plano inclinado 45°

a)Determinar la velocidad del bloque en el momento justo en que se separa del resorte

b)¿Qué distancia recorre sobre el plano inclinado antes de alcanzar momentáneamente el reposo?

c)¿Se puede calcular el trabajo total sin hacer cuentas?

d) Calcular el trabajo realizado por cada fuerza y verificar c)

Propiedades de los campos de fuerzas conservativos

$$\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = -[\Phi_B - \Phi_A] \longrightarrow \vec{F}\cdot d\vec{r} = -d\Phi$$

Φ es una función de las coordenadas espaciales

$$d\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}dx + \frac{\partial\Phi}{\partial y}dy + \frac{\partial\Phi}{\partial z}dz \qquad (1)$$

Expreso la fuerza en coordenadas cartesianas

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz \qquad (2)$$

De (1) y (2)

$$F_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

$$\boxed{\vec{F} = -\nabla\Phi}$$

El diferencial de trabajo que realiza una fuerza conservativa es una diferencial exacta (depende solo de los valores extremos).

En matemática se dice que una función es diferencial exacta si $d\Phi = Pdx + Qdy$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}$$

Las derivadas cruzadas son iguales

Específicamente en nuestro caso

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x\, dx + F_y\, dy + F_z\, dz = -d\Phi$$

$$P = F_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \qquad Q = F_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\boxed{\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}}$$

Sirve para comprobar que un campo de fuerza es conservativo!!

En polares

$$\vec{F} = -\nabla \Phi$$

$$F_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

$$F_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$$

trabajo total ➡ $W_{AB} = \Delta T = T_B - T_A$ $T = \frac{1}{2} m v^2$

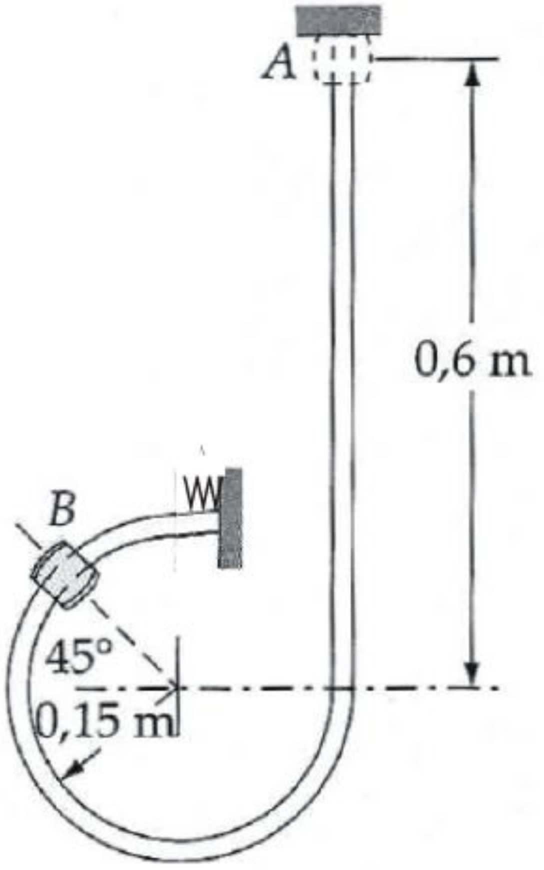
trabajo de las fuerzas NO conservativas ➡ $W_{NC}^{AB} = E_B - E_A$ $E = T + \Phi$

Ejemplo 7

Un pequeño cuerpo de 10 gr se abandona sin velocidad en A y corre a lo largo del alambre liso inmóvil.

a) Hallar la fuerza entre el alambre y el cuerpo cuando éste pasa por punto B.

Rta.: R = 0.576 N



b) Si en C existe un resorte que se comprime 0.02 m para detener al cuerpo, ¿Cuál es su constante elástica?

Rta.: k = 220.5 Kg/s²