

Repaso

CINEMÁTICA

debe definirse un SISTEMA DE REFERENCIA

MOVIMIENTO RECTILÍNEO



$$v = \frac{dx}{dt} \quad \longrightarrow \quad \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v dt$$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \longrightarrow \quad \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt$$

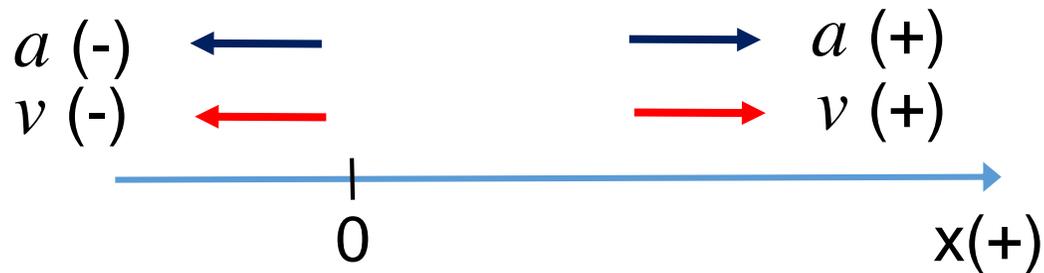
deben conocerse las **condiciones iniciales** del problema

Si $a = \text{cte}$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

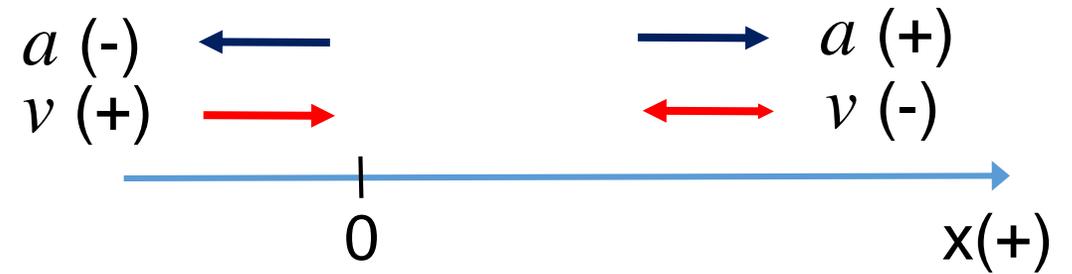
$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

signo $a = \text{signo de } v$



**movimiento acelerado,
aumenta la rapidez**

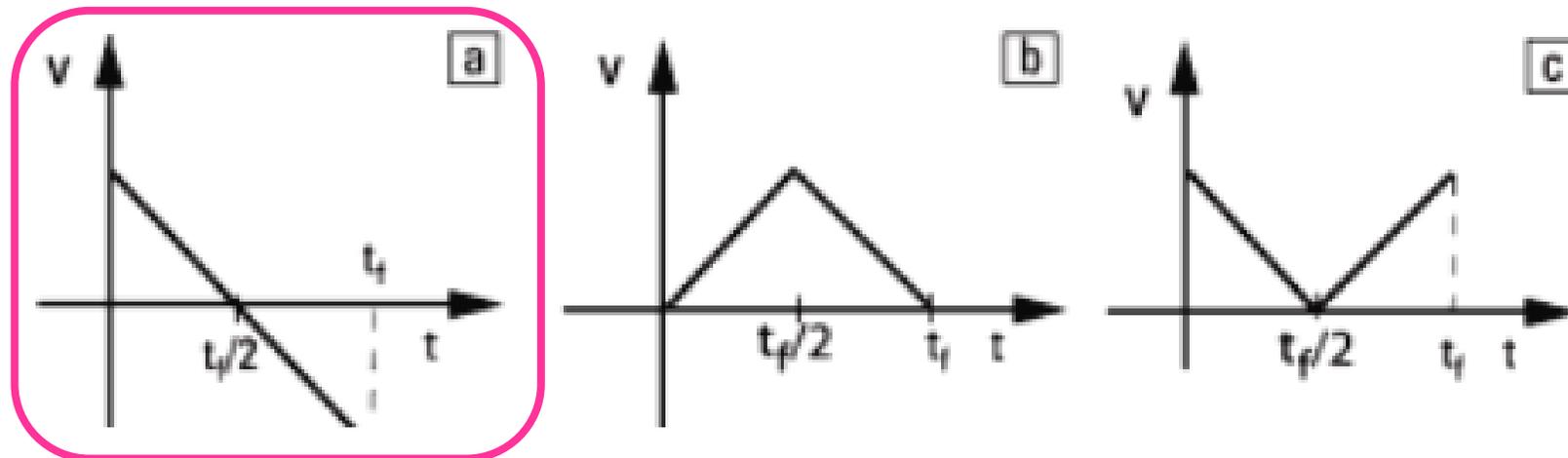
signo $a \neq \text{signo de } v$



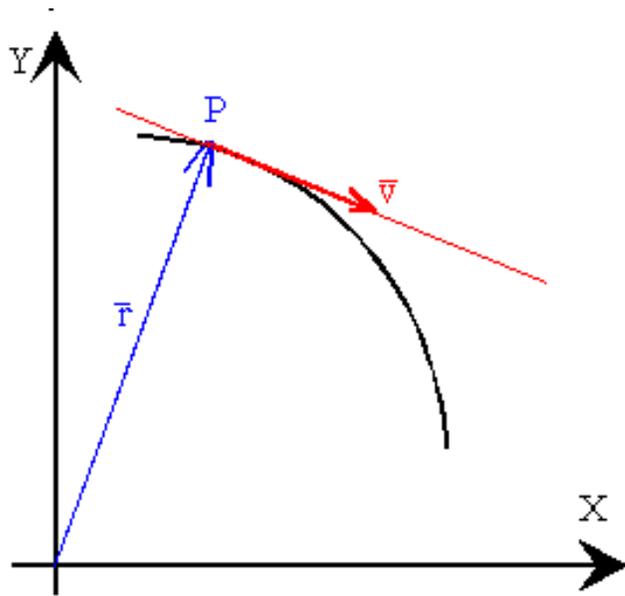
**movimiento desacelerado
disminuye la rapidez**

Ejemplo 1

Indicar cuál de los siguientes gráficos puede representar la velocidad en función del tiempo de un cuerpo que en el instante 0 se arroja verticalmente hacia arriba y regresa al punto de partida.



MOVIMIENTO CURVILINEO PLANO



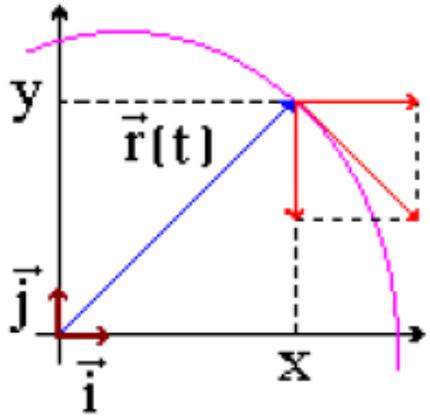
$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

tangente a la trayectoria

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

tiene en cuenta **cambios** del **módulo** y de la **dirección** del vector velocidad

COMPONENTES CARTESIANAS.

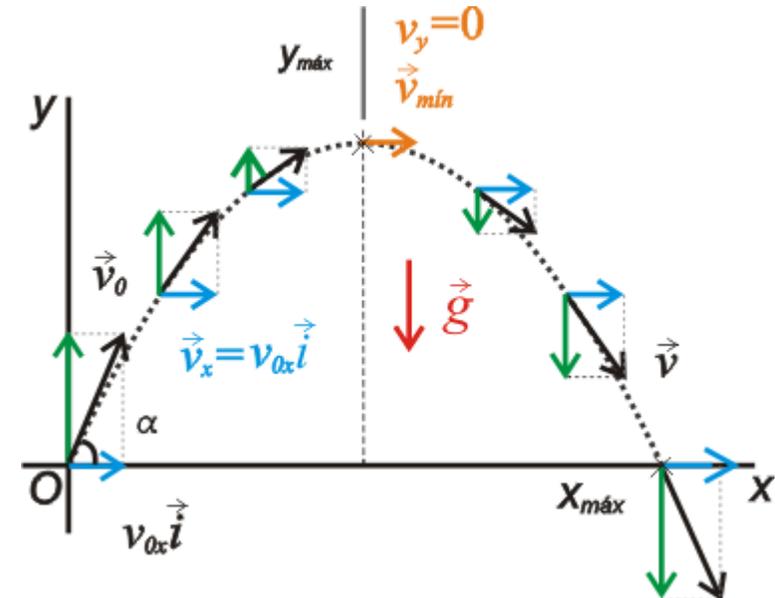


$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j}$$

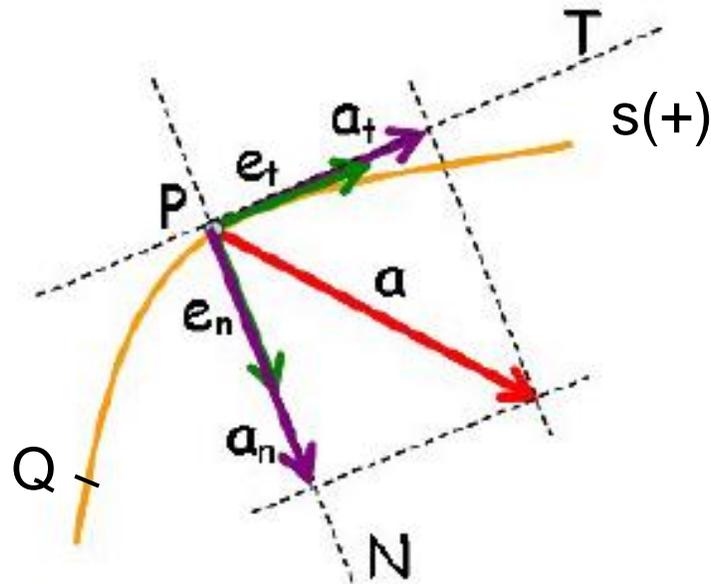
$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t) \vec{i} + \dot{y}(t) \vec{j}$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t) \vec{i} + \ddot{y}(t) \vec{j}$$

Útiles para resolver problemas de
Tiro oblicuo



COMPONENTES INTRINSECAS.



$s(t) \rightarrow$ **posición**

$$\vec{v} = v \vec{e}_t = \dot{s} \vec{e}_t$$

$$\vec{a} = a_n \vec{e}_n + a_t \vec{e}_t$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

cambio en la **magnitud**
del vector velocidad

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

cambio en la **dirección**
del vector velocidad

¿Si no se cómo determinar las direcciones tangente y normal?

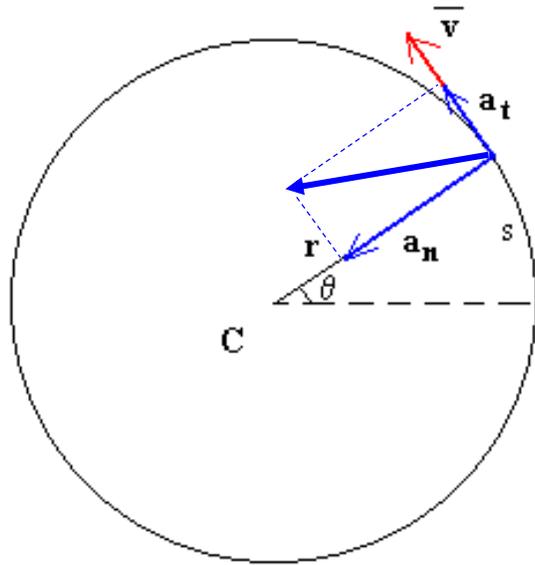
La dirección del vector velocidad  Es la dirección tangente
(determina e_t)

En un problema de tiro oblicuo

*a) la aceleración de la gravedad g , ¿contribuye a la
aceleración tangencial?* **SI!!!!!!**

*b) ¿habrá algún punto en el cual la aceleración tangencial
sea cero?*

Movimiento circular



$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \gamma = \frac{d\omega}{dt}$$

$$s = R\theta \quad v = R\omega$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$a_t = \gamma R$$

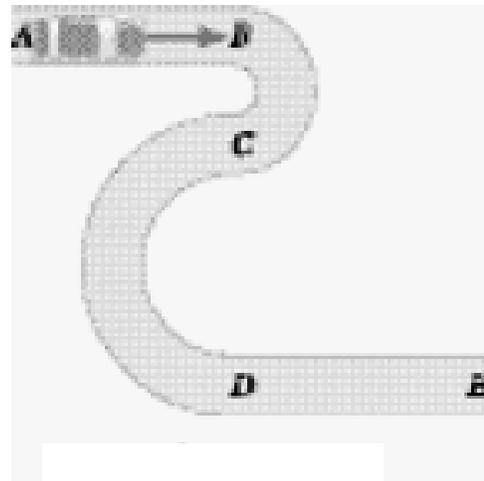
OJO Solo valen para movimiento circular!!!

Ejemplo 2

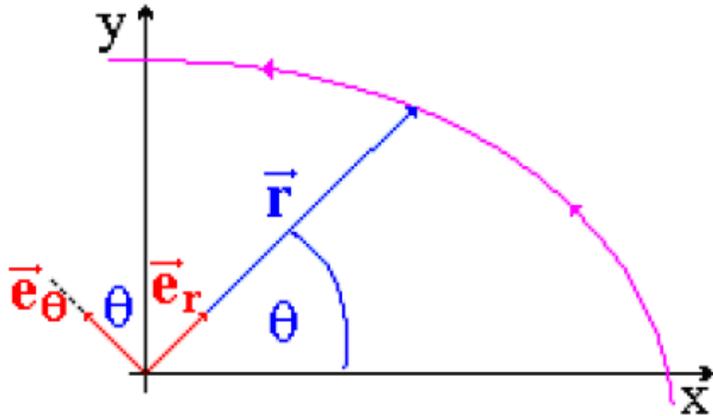
- a) En el gráfico de arriba la rapidez aumenta o disminuye? **Aumenta**
- b) Cómo sería el vector aceleración si la velocidad disminuyera con el tiempo?

Ejemplo 3 (problema 24 guía de cinemática)

Un auto se desplaza con rapidez constante a lo largo del camino ABCDE. Las secciones AB y DE son rectas. Ordenar las aceleraciones en los cuatro tramos de acuerdo a su magnitud de menor a mayor. Indicar los vectores aceleración en la trayectoria (uno por cada tramo).



Coordenadas polares



$$\vec{r}(t) = r(t) \vec{e}_r$$

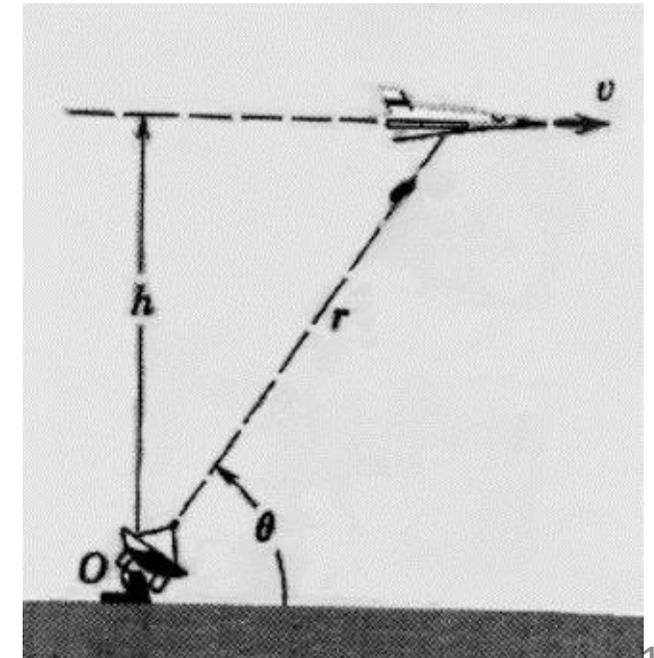
$$\vec{v}(t) = \dot{r}(t) \vec{e}_r + r(t) \dot{\theta}(t) \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r \ddot{\theta} + 2\dot{r} \dot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

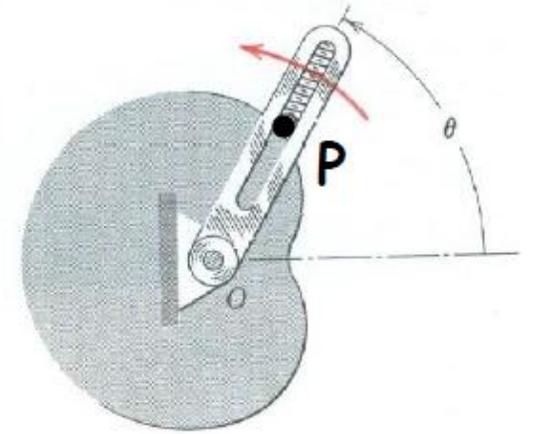
Ejemplo 4

Un avión que vuela con velocidad constante es seguido por un radar localizado en O.

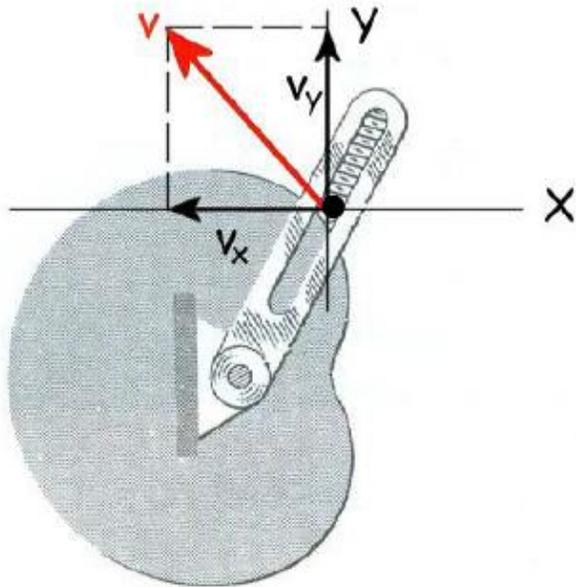
- ¿Los valores de r y θ aumentan o disminuyen a medida que se desplaza el avión?
- Hallar expresiones analíticas para las variaciones temporales de r y θ en función de r , v y θ .



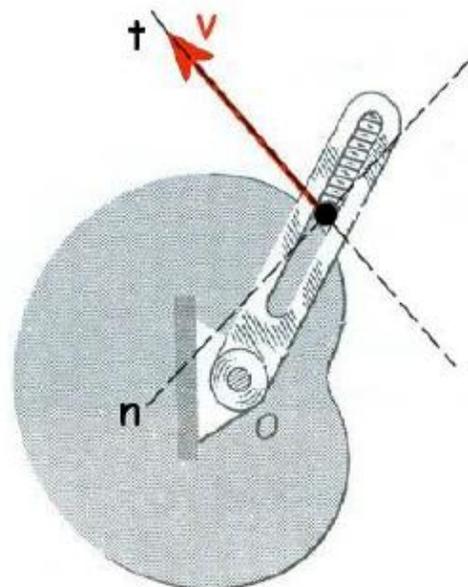
Dado un sistema de referencia, los vectores velocidad y aceleración no dependen del sistema de coordenadas elegido, aunque sus componentes serán distintas en cada uno



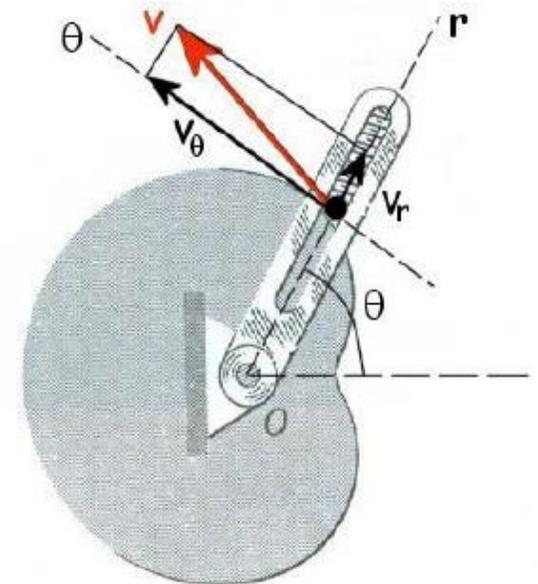
Coordenadas cartesianas



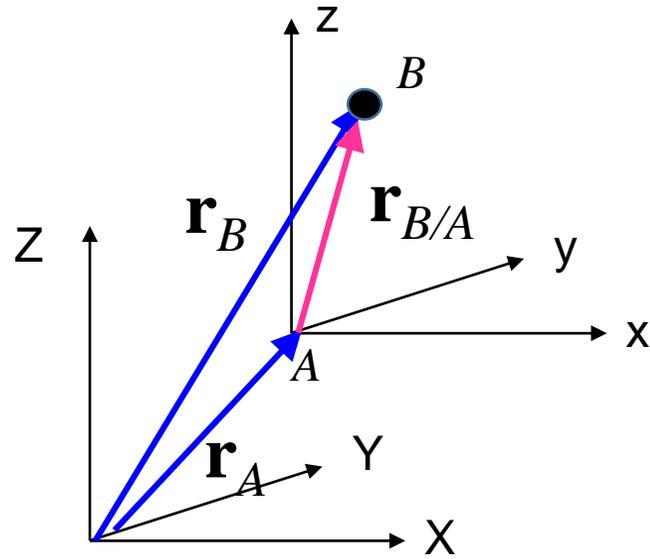
Componentes intrínsecas



Componentes polares planas



Sistemas de Referencia con traslación relativa



$XYZ \rightarrow$ sistema de referencia fijo

- xyz • Traslación respecto a XY
- Origen en A

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$$

velocidad de B medida en XYZ
(**absoluta**)

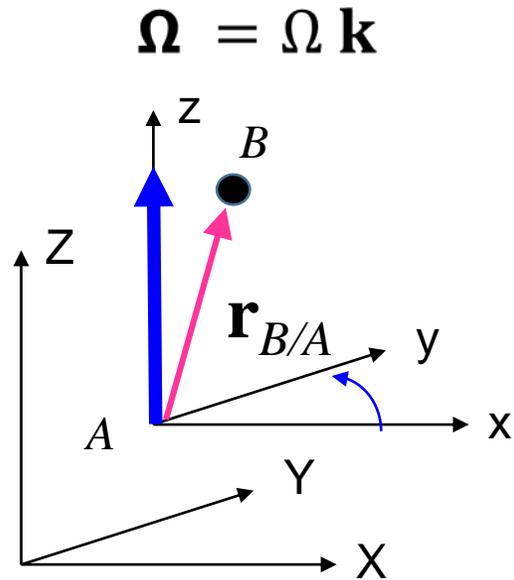
velocidad de B medida
en xyz (**relativa**)

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$$

vector velocidad con que se traslada el
SR xyz respecto a XYZ

Problema 31. Un paquete se deja caer de un avión que vuela en línea recta con altitud y rapidez constantes. Si se pudiera despreciar la resistencia del aire ¿qué trayectoria del paquete observaría el piloto? ¿y una persona en Tierra? Determinar las componentes cartesianas de los vectores velocidad y aceleración del objeto en función del tiempo respecto a un sistema de referencia fijo a) al avión, b) a Tierra.

Sistemas de Referencia con traslación y rotación relativa



$XYZ \rightarrow$ sistema de referencia fijo

- xyz
- Rotación y traslación respecto a XYZ
 - Origen en A

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$$

vector velocidad angular
del SR xyz respecto a XYZ

vector velocidad del origen del SR
 xyz respecto a XYZ

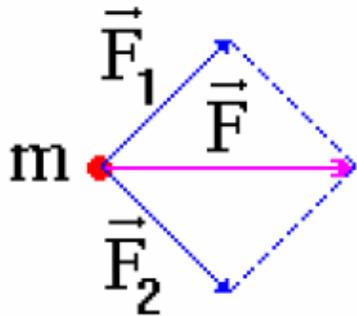
\mathbf{v}_A y $\boldsymbol{\Omega}$ describen el movimiento
del SR auxiliar xyz
(**NO** de la partícula B)

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2 \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$$

Dinámica

Primera ley de Newton (principio de inercia)

“Un cuerpo libre de interacciones conservará su estado de movimiento” y por lo tanto se desplazará con una velocidad constante a lo largo de una trayectoria recta, o si estaba en reposo, continuará en dicho estado.



$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = m \vec{a}$$

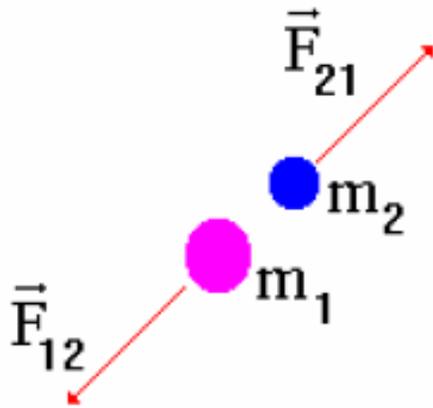
Segunda ley de Newton

expresión vectorial
(3 ecuaciones escalares)

Sistema inercial → donde son válidas las leyes de Newton

Tercera ley de Newton (principio de acción y reacción)

La interacción entre dos cuerpos siempre da lugar a un par de fuerzas de igual intensidad, dirección y sentido opuesto, aplicadas sobre cada uno de los cuerpos involucrados



$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

Procedimiento para resolver problemas

1) Diagrama de cuerpo aislado

2) Ejes coordenados adecuados

3) Ley de Newton en componentes

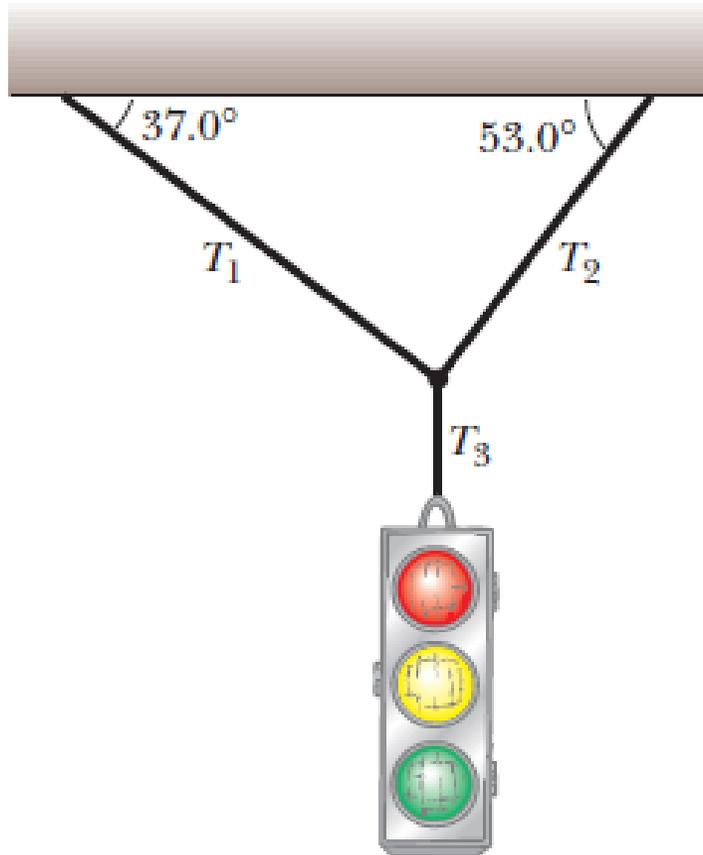
$$i) \sum F_x = m a_x$$

$$j) \sum F_y = m a_y$$

4) Verificar

Ejemplo 1

Un semáforo de 12,7 kg de masa cuelga de un cable unido a otros dos cables como indica la figura. Hallar la tensión en cada cable



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

i) $\Sigma F_x = m a_x$

j) $\Sigma F_y = m a_y$

- 4) Verificar

Respuesta

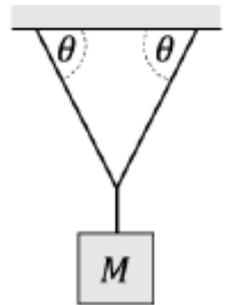
$$T_1 = 73,7 \text{ N}$$

$$T_2 = 97,8 \text{ N}$$

Se puede relacionar con este problema de la guía de dinámica

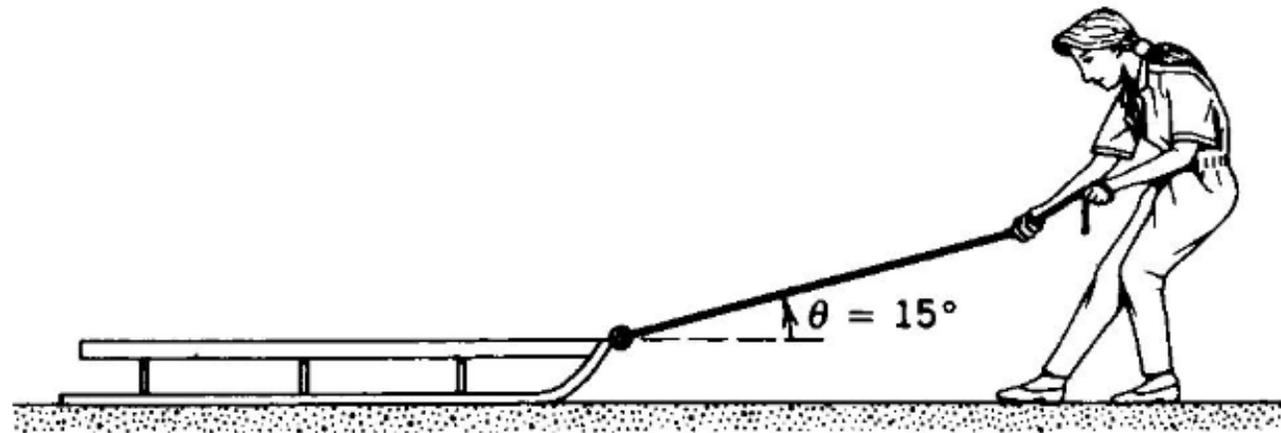
Problema 1. En la figura se muestra un cuerpo de masa M suspendido mediante cuerdas inextensibles al techo de un ascensor. Obtenga expresiones para el esfuerzo a que se verán sometidas cada una de las cuerdas, en los siguientes casos:

- El ascensor sube con velocidad constante.
- El ascensor sube con una aceleración constante igual a $g/2$.
- El ascensor baja con una aceleración constante igual a $g/2$.
- El ascensor cae libremente.



Ejemplo 2

Se tira de una cuerda atada a un trineo de 7,5 kg de masa, sobre una superficie horizontal sin fricción. Se aplica a la cuerda una fuerza constante de 21 N. Hallar la aceleración del trineo



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

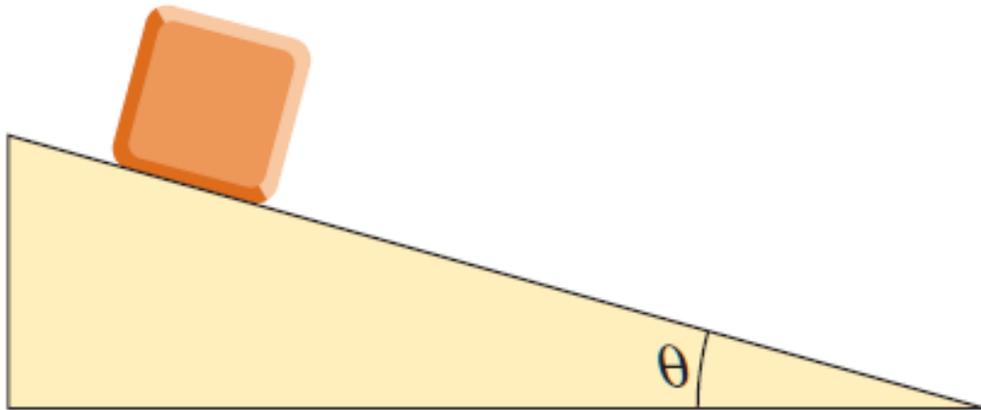
$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Ejemplo 3

Un objeto se desliza por un plano inclinado sin fricción .
Hallar la aceleración del objeto



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

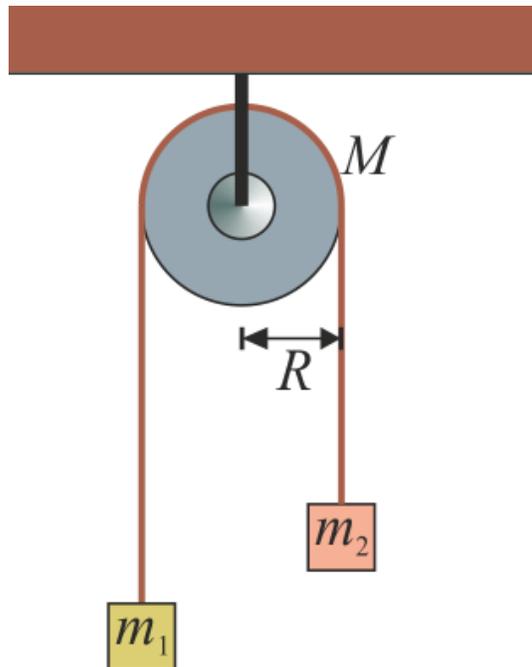
$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Ejemplo 4

La máquina de Atwood consiste de dos masas conectadas por una cuerda inextensible de masa despreciable con una polea ideal de masa despreciable. Hallar la aceleración de cada masa.



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Se puede relacionar con este problema de la guía de dinámica

Problema 4. Calcule la aceleración de los cuerpos de la figura y la tensión en la cuerda entre éstos. Resuelva primero el problema algebraicamente y luego encuentre la solución numérica para $m_1 = 50\text{ g}$, $m_2 = 80\text{ g}$ y $|\vec{F}| = 10^5\text{ dinas}$.

