

Repaso

CINEMÁTICA

debe definirse un SISTEMA DE REFERENCIA

MOVIMIENTO RECTILÍNEO



$$v = \frac{dx}{dt} \quad \longrightarrow \quad \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v dt$$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \longrightarrow \quad \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt$$

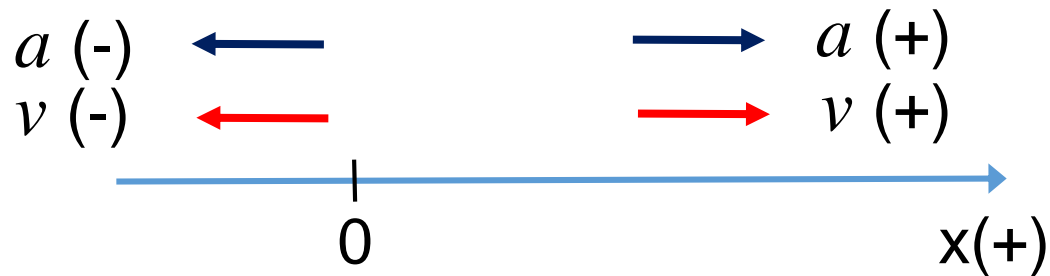
deben conocerse las **condiciones iniciales** del problema

Si $a = \text{cte}$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

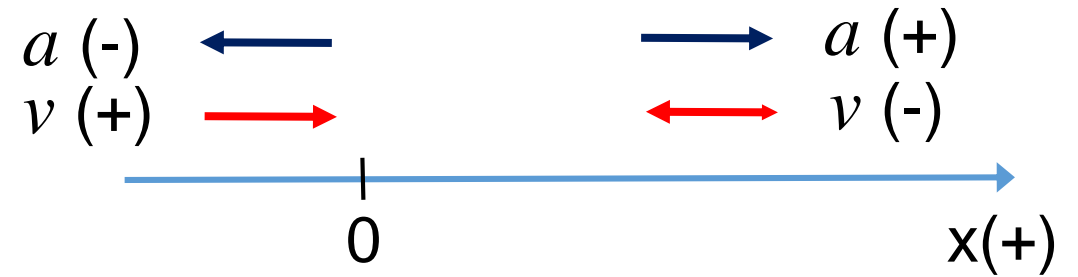
$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

signo $a = \text{signo de } v$



**movimiento acelerado,
aumenta la rapidez**

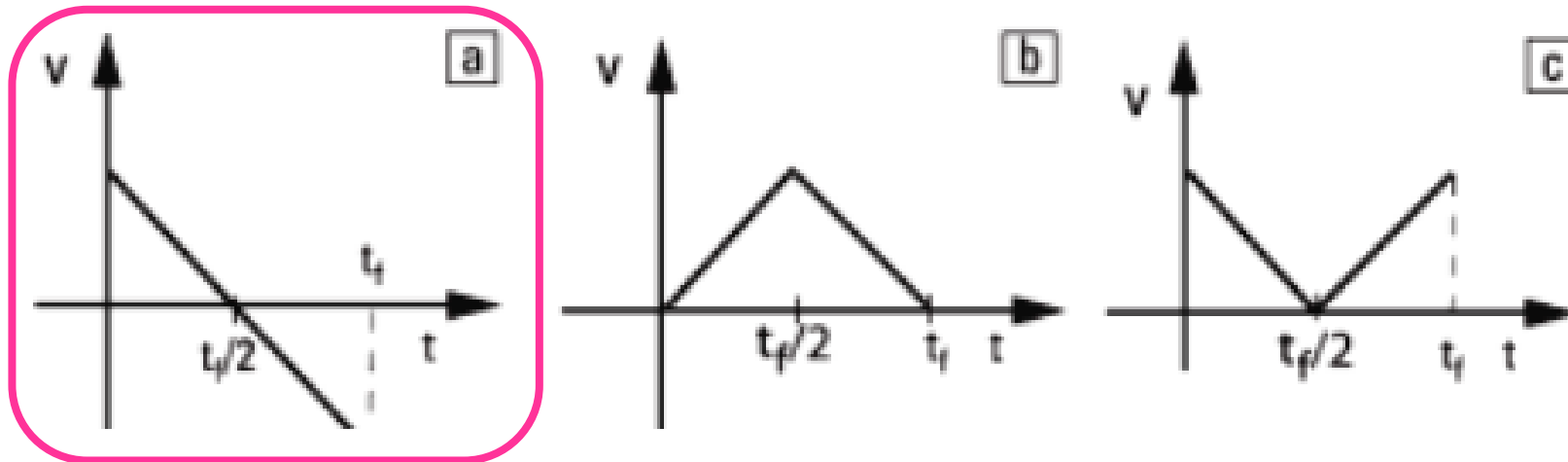
signo $a \neq \text{signo de } v$



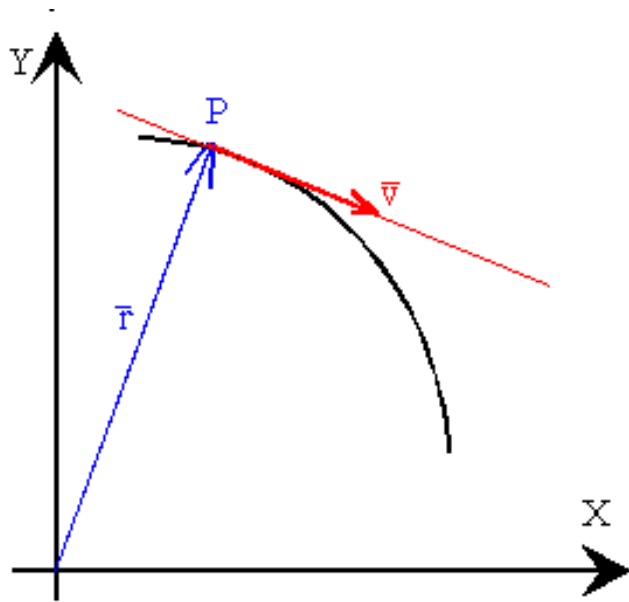
**movimiento desacelerado
disminuye la rapidez**

Ejemplo 1

Indicar cuál de los siguientes gráficos puede representar la velocidad en función del tiempo de un cuerpo que en el instante 0 se arroja verticalmente hacia arriba y regresa al punto de partida.



MOVIMIENTO CURVILINEO PLANO



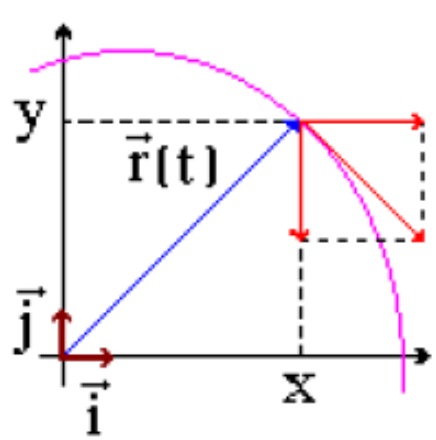
$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

tangente a la trayectoria

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

tiene en cuenta **cambios** del **módulo** y de la **dirección** del vector velocidad

COMPONENTES CARTESIANAS.

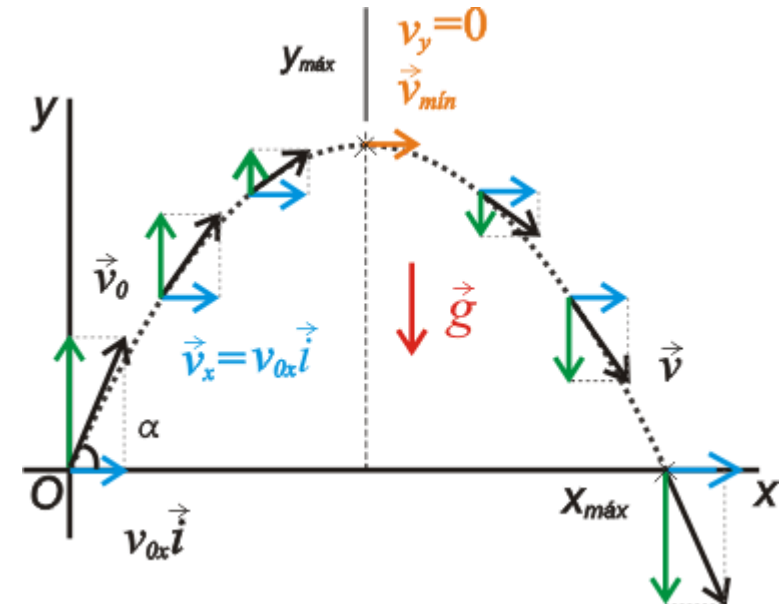


$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j}$$

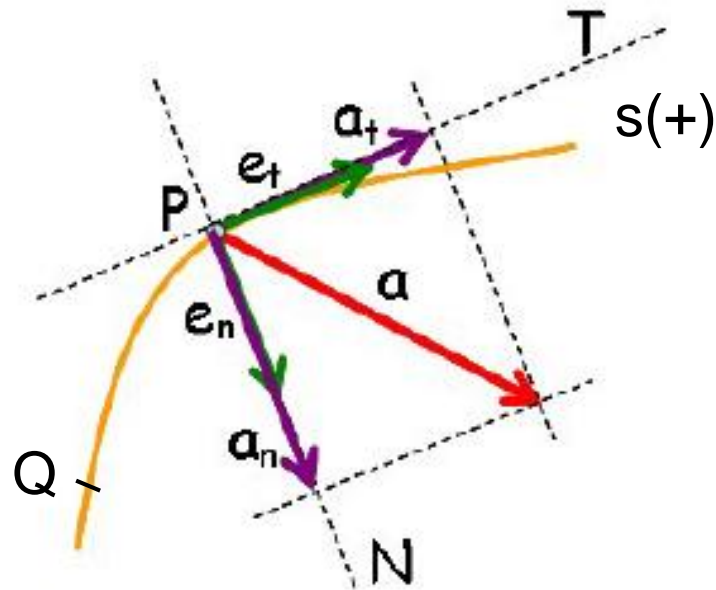
$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t) \vec{i} + \dot{y}(t) \vec{j}$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t) \vec{i} + \ddot{y}(t) \vec{j}$$

Útiles para resolver problemas de
Tiro oblicuo



COMPONENTES INTRINSECAS.



$s(t) \rightarrow$ **posición**

$$\vec{v} = v \vec{e}_t = \dot{s} \vec{e}_t$$

$$\vec{a} = a_n \vec{e}_n + a_t \vec{e}_t$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

cambio en la **magnitud**
del vector velocidad

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

cambio en la **dirección**
del vector velocidad

¿Si no se cómo determinar las direcciones tangente y normal?

La dirección del vector velocidad



Es la dirección tangente
(determina e_t)

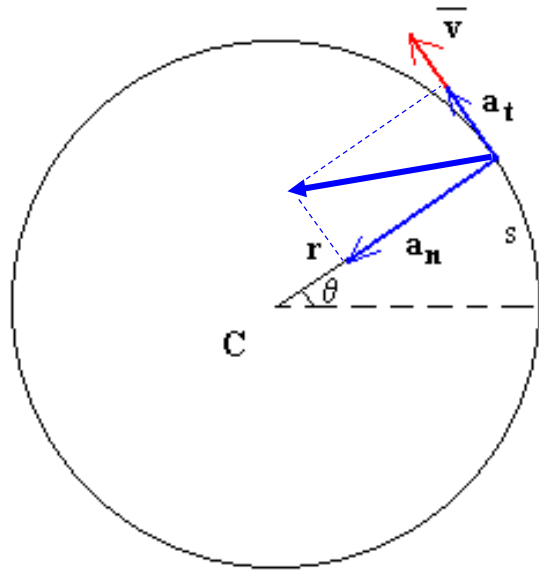
En un problema de tiro oblicuo

a) la aceleración de la gravedad g , ¿contribuye a la aceleración tangencial?

SI!!!!!!

b) ¿habrá algún punto en el cual la aceleración tangencial sea cero?

Movimiento circular



$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \gamma = \frac{d\omega}{dt}$$

$$s = R\theta \quad v = R\omega$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$a_t = \gamma R$$

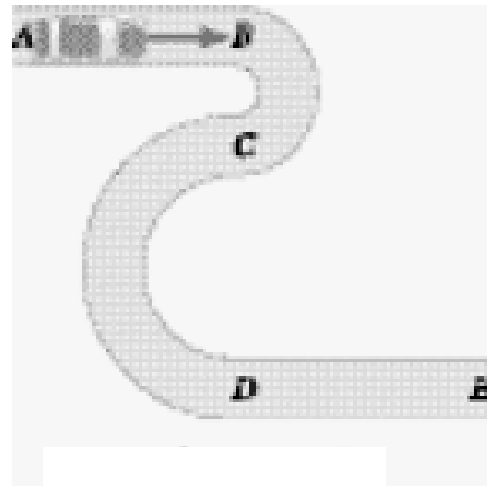
OJO Solo valen para movimiento circular!!!

Ejemplo 2

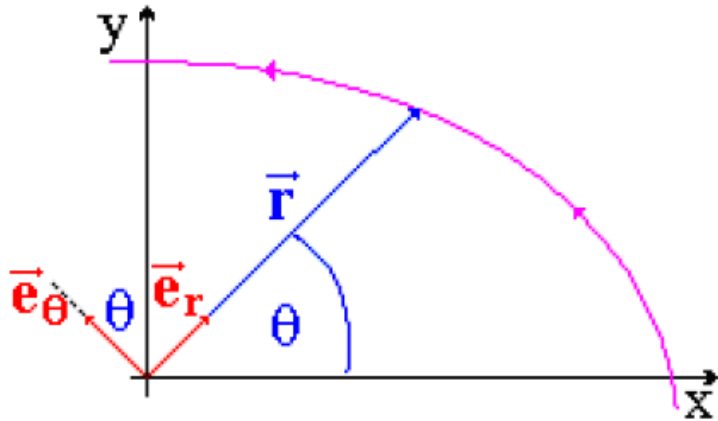
- a) En el gráfico de arriba la rapidez aumenta o disminuye? **Aumenta**
- b) Cómo sería el vector aceleración si la velocidad disminuyera con el tiempo?

Ejemplo 3 (problema 24 guía de cinemática)

Un auto se desplaza con rapidez constante a lo largo del camino ABCDE. Las secciones AB y DE son rectas. Ordenar las aceleraciones en los cuatro tramos de acuerdo a su magnitud de menor a mayor. Indicar los vectores aceleración en la trayectoria (uno por cada tramo).



Coordenadas polares



$$\vec{r}(t) = r(t) \vec{e}_r$$

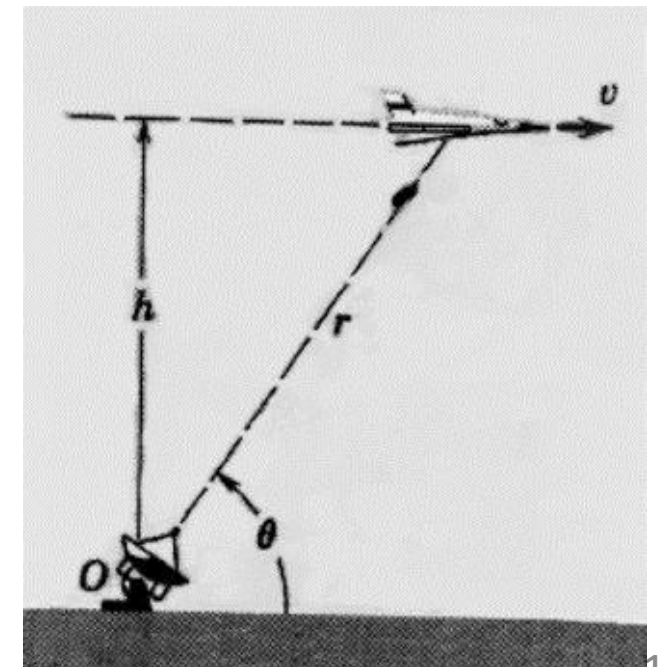
$$\vec{v}(t) = \dot{r}(t) \vec{e}_r + r(t) \dot{\theta}(t) \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r \ddot{\theta} + 2\dot{r} \dot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

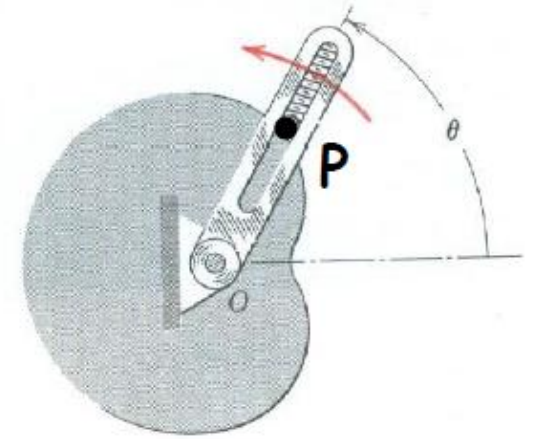
Ejemplo 4

Un avión que vuela con velocidad constante es seguido por un radar localizado en O.

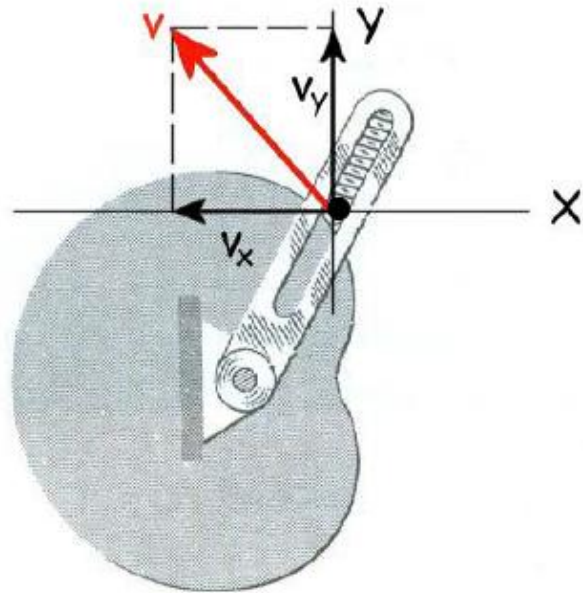
- ¿Los valores de r y θ aumentan o disminuyen a medida que se desplaza el avión?
- Hallar expresiones analíticas para las variaciones temporales de r y θ en función de r , v y θ .



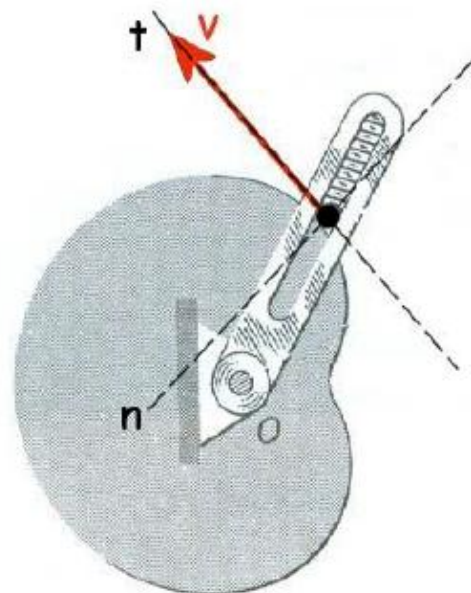
Dado un sistema de referencia, los vectores velocidad y aceleración no dependen del sistema de coordenadas elegido, aunque sus componentes serán distintas en cada uno



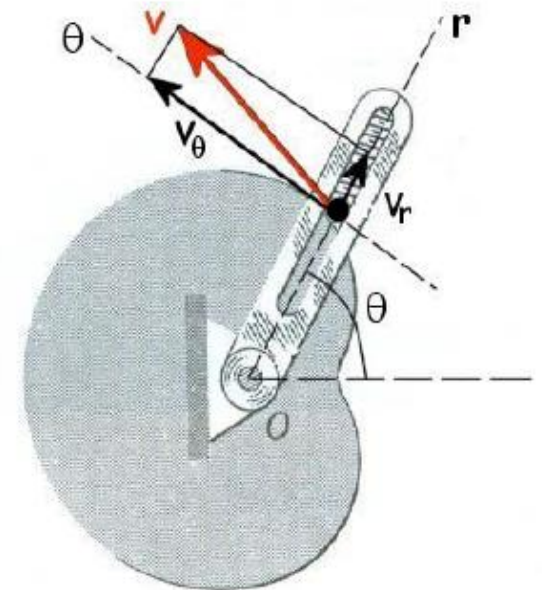
Coordenadas cartesianas



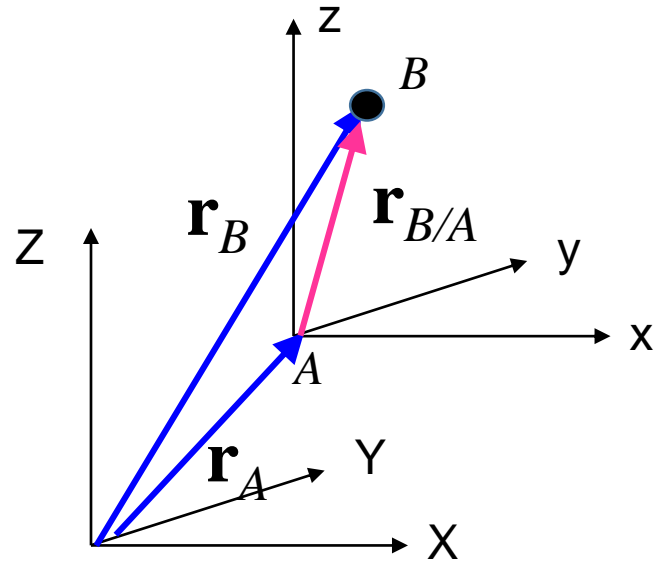
Componentes intrínsecas



Componentes polares planas



Sistemas de Referencia con traslación relativa



velocidad de **B** medida en XYZ
(**absoluta**)

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$$

XYZ → sistema de referencia fijo

- xyz • Traslación respecto a XY
- Origen en A

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

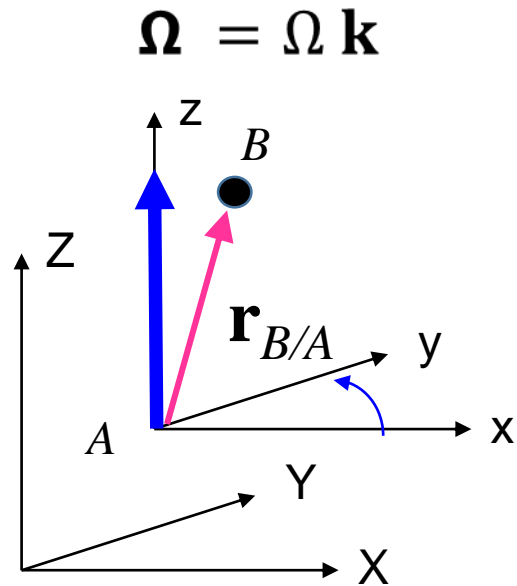
$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$$

velocidad de **B** medida
en xyz (**relativa**)

vector velocidad con que se traslada el
SR xyz respecto a XYZ

Problema 31. Un paquete se deja caer de un avión que vuela en línea recta con altitud y rapidez constantes. Si se pudiera despreciar la resistencia del aire ¿qué trayectoria del paquete observaría el piloto? ¿y una persona en Tierra? Determinar las componentes cartesianas de los vectores velocidad y aceleración del objeto en función del tiempo respecto a un sistema de referencia fijo a) al avión, b) a Tierra.

Sistemas de Referencia con traslación y rotación relativa



$XYZ \rightarrow$ sistema de referencia fijo

- xyz
- Rotación y traslación respecto a XYZ
 - Origen en A

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A} + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz}$$

vector velocidad angular del SR xyz respecto a XYZ

vector velocidad del origen del SR xyz respecto a XYZ

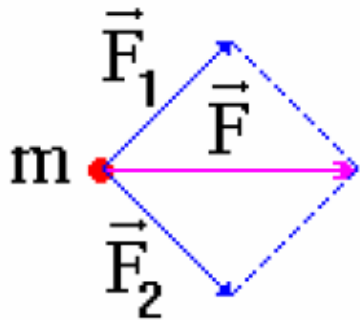
\mathbf{v}_A y $\boldsymbol{\Omega}$ describen el movimiento del SR auxiliar xyz (**NO** de la partícula B)

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) + 2 \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$$

Dinámica

Primera ley de Newton (principio de inercia)

“Un cuerpo libre de interacciones conservará su estado de movimiento” y por lo tanto se desplazará con una velocidad constante a lo largo de una trayectoria recta, o si estaba en reposo, continuará en dicho estado.



$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = m \vec{a}$$

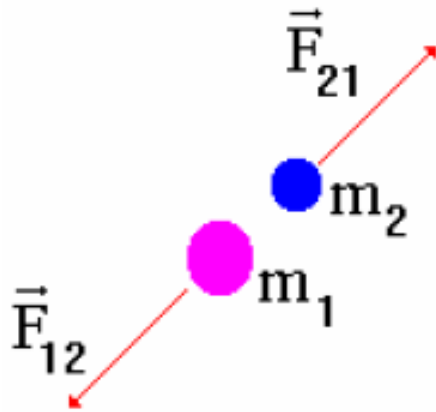
Segunda ley de Newton

expresión vectorial
(3 ecuaciones escalares)

Sistema inercial → donde son válidas las leyes de Newton

Tercera ley de Newton (principio de acción y reacción)

La interacción entre dos cuerpos siempre da lugar a un par de fuerzas de igual intensidad, dirección y sentido opuesto, aplicadas sobre cada uno de los cuerpos involucrados



$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

Procedimiento para resolver problemas

- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

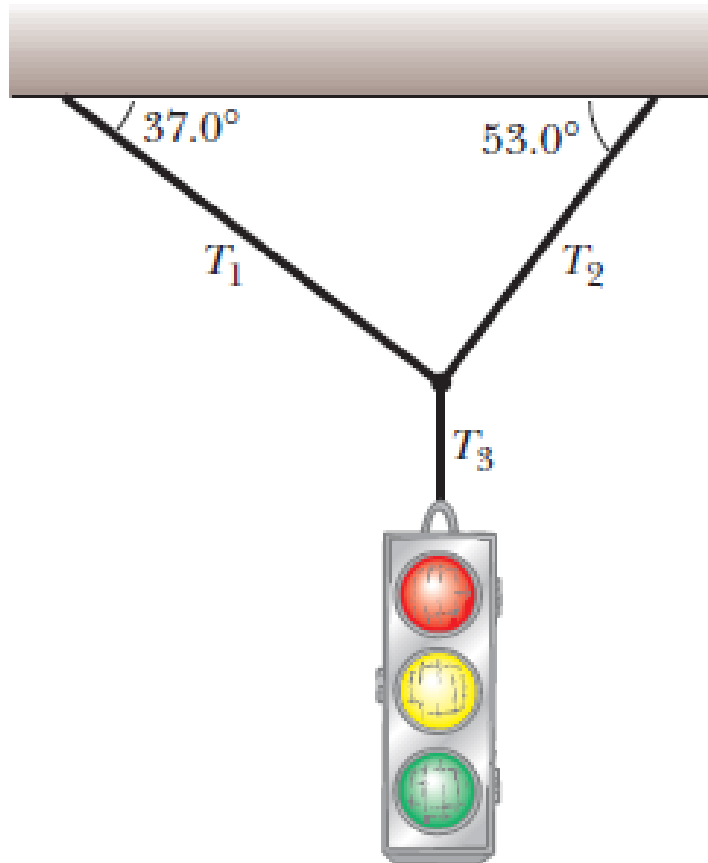
$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Ejemplo 1

Un semáforo de 12,7 kg de masa cuelga de un cable unido a otros dos cables como indica la figura. Hallar la tensión en cada cable



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

i) $\Sigma F_x = m a_x$

j) $\Sigma F_y = m a_y$

- 4) Verificar

Respuesta

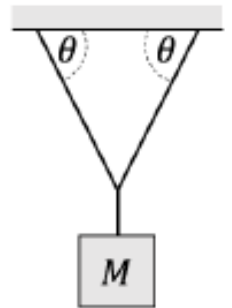
$$T_1 = 73,7 \text{ N}$$

$$T_2 = 97,8 \text{ N}$$

Se puede relacionar con este problema de la guía de dinámica

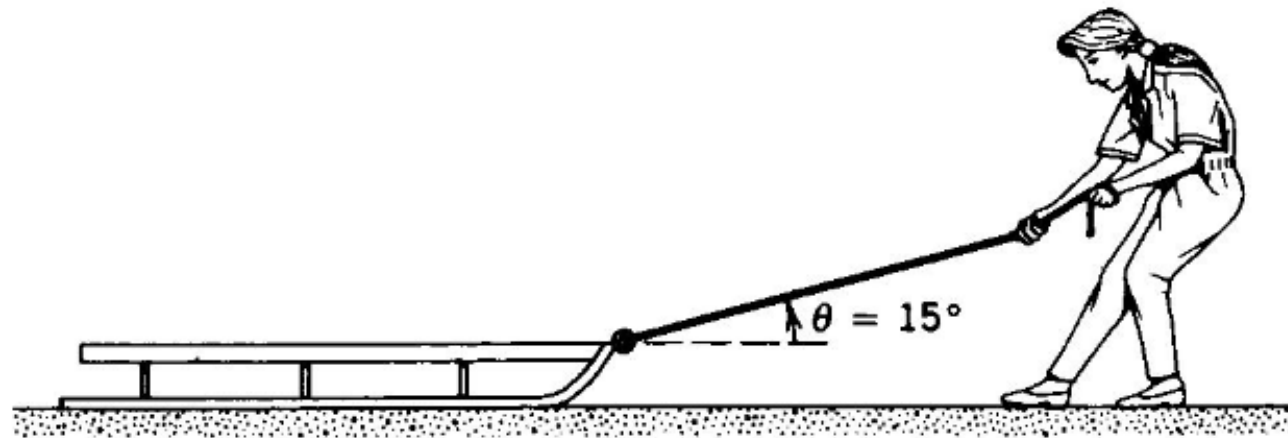
Problema 1. En la figura se muestra un cuerpo de masa M suspendido mediante cuerdas inextensibles al techo de un ascensor. Obtenga expresiones para el esfuerzo a que se verán sometidas cada una de las cuerdas, en los siguientes casos:

- El ascensor sube con velocidad constante.
- El ascensor sube con una aceleración constante igual a $g/2$.
- El ascensor baja con una aceleración constante igual a $g/2$.
- El ascensor cae libremente.



Ejemplo 2

Se tira de una cuerda atada a un trineo de 7,5 kg de masa, sobre una superficie horizontal sin fricción. Se aplica a la cuerda una fuerza constante de 21 N. Hallar la aceleración del trineo



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

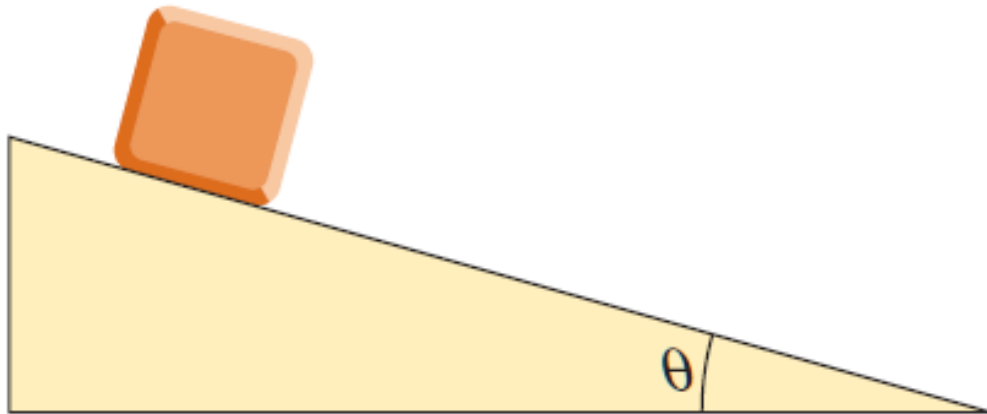
$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Ejemplo 3

Un objeto se desliza por un plano inclinado sin fricción .
Hallar la aceleración del objeto



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

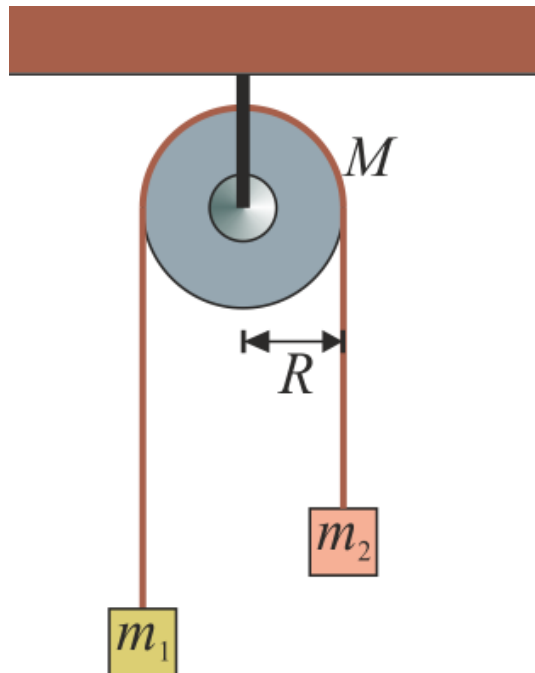
$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Ejemplo 4

La máquina de Atwood consiste de dos masas conectadas por una cuerda inextensible de masa despreciable con una polea ideal de masa despreciable. Hallar la aceleración de cada masa.



- 1) Diagrama de cuerpo aislado
- 2) Ejes coordenados adecuados
- 3) Ley de Newton en componentes

$$i) \Sigma F_x = m a_x$$

$$j) \Sigma F_y = m a_y$$

- 4) Verificar

Se puede relacionar con este problema de la guía de dinámica

Problema 4. Calcule la aceleración de los cuerpos de la figura y la tensión en la cuerda entre éstos. Resuelva primero el problema algebraicamente y luego encuentre la solución numérica para $m_1 = 50\text{ g}$, $m_2 = 80\text{ g}$ y $|\vec{F}| = 10^5\text{ dinas}$.

